

янная Планка $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Публикацию подготовили
Р.Константинов, В.Можаев, Ю.Чешев, М.Шабунин

Московский государственный институт
электроники и математики
(технический университет)

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(факультеты электроники, информатики
и телекоммуникаций, автоматики
и вычислительной техники)

1. Решите неравенство

$$\frac{5x+9}{x+1} \leq x+3.$$

2. Решите уравнение

$$(x+5)(|x|+5) = 9.$$

3. Решите уравнение

$$2 \cos x = 3 \operatorname{tg} x.$$

4. Решите уравнение

$$\frac{1}{2} \log_4 x^2 + \log_4 (x+30) = 3.$$

5. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$) с основанием AC , равным 8. Точка O – центр описанной около треугольника окружности – делит высоту BD в отношении $BO : OD = 5 : 3$. Найдите боковую сторону AB .

6. Пусть A, D – точки пересечения параболы $y = -x^2 + 8x - 7$ с осью абсцисс, точка C – вершина параболы, точка B расположена на параболе между точками A и C . Найдите наибольшее значение площади четырехугольника $ABCD$.

7. Решите уравнение

$$\sqrt{\frac{\operatorname{tg} x}{4} + 1} = \cos x.$$

8. В основании правильной треугольной пирамиды $SABC$ лежит треугольник ABC со стороной 3. Боковые ребра пирамиды равны $\sqrt{7}$. Точка M – середина ребра BC , точка N – середина ребра AC . Найдите радиус сферы, проходящей через точки S, B, M, N .

9. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\frac{2x}{x^2+1} = a - \sqrt{2x-x^2}$$

имеет единственное решение.

Вариант 2

(факультеты прикладной математики, экономико-математический)

1. Решите неравенство

$$\left(\frac{9}{16}\right)^{3+2x} > \left(\frac{4}{3}\right)^{1-x}.$$

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 2x + 2) \leq \log_{\frac{1}{3}}(2x + 6).$$

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = 5 \sin^2 x - 3 \cos^2 x.$$

4. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x^2} + 2y = 1, \\ 3y^2 + xy = 6. \end{cases}$$

5. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$) с основанием AC , равным $2\sqrt{5}$. Высота AD , опущенная на боковую сторону BC , делит ее в отношении $BD : DC = 3 : 2$. Найдите площадь треугольника ABC .

6. Решите уравнение

$$2 \log_4 (x+1) + \log_4 (2x-1) = 1.$$

7. Решите уравнение

$$\sqrt{4 - \cos 3x} + 2 \sin x = 0.$$

8. Нижним основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC = 10$, $BC = 16$). Боковое ребро призмы равно 6. Через сторону BC проведена плоскость, образующая с основанием ABC угол α . Площадь сечения призмы этой плоскостью равна 75. Найдите угол α .

9. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\log_3 (2 \sin x - a) = \log_3 (\sin x + \sqrt{3} \cos x)$$

имеет единственное решение, принадлежащее отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

ФИЗИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. В результате циклического процесса газ получил от нагревателя количество теплоты $Q_n = 500$ Дж и совершил работу $A = 100$ Дж. Определите количество теплоты, переданное холодильнику.

2. Тело массой $m = 200$ г бросили горизонтально с высоты $h = 15$ м. Определите изменение импульса тела за время полета.

3. Стержень массой m и длиной L подвешен за один конец на тонкой невесомой нити. Нижний конец стержня расположен на расстоянии h над поверхностью воды. Стержень начинают равномерно опускать в воду. Постройте график зависимости силы натяжения нити от перемещения. Плотность материала стержня в четыре раза больше плотности воды.

4. По кольцу радиусом $R = 1,5$ см течет ток силой $I = 1,5$ А. Кольцо помещено в однородное магнитное поле индукцией $B = 0,10$ Тл. Линии индукции перпендикулярны плоскости кольца. Определите силу, растягивающую кольцо, и направление электрического тока.

5. Источник тока с ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В замкнут на резистор. Определите внутреннее сопротивление источника тока, если при КПД источника $\eta = 80\%$ на резисторе выделяется мощность $P = 2,3$ Вт.

Вариант 2

1. Два конденсатора, емкости которых $C_1 = 4,0$ мкФ и $C_2 = 2,0$ мкФ, соединены параллельно и подключены к

источнику напряжением $U = 20$ В. Найдите общий заряд на конденсаторах.

2. Действительное изображение точки находится на расстоянии $h = 12$ см от главной оптической оси линзы и на расстоянии $f = 20$ см от самой линзы. Найдите, где расположена точка. Фокусное расстояние линзы $F = 10$ см.

3. Движение груза, прикрепленного к пружине, описывается уравнением $x = A \cos \omega t$, причем $A = 10$ мм, а $\omega = 50$ с⁻¹. Найдите среднюю путевую скорость за первые три четверти периода.

4. Электрон влетает в плоский конденсатор параллельно его пластинам с начальной скоростью $v_0 = 4,0 \cdot 10^6$ м/с. Найдите изменение импульса электрона за время пролета внутри конденсатора. Длина пластин конденсатора $l = 2,0$ см, а напряженность поля внутри конденсатора $E = 20$ кВ/м. Заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

5. КПД тепловой машины, работающей по циклу, состоящему из изотермического расширения 1-2, изохорного процесса 2-3 и адиабатического сжатия 3-1, равен η . Максимальная разность температур в цикле равна ΔT . Найдите работу, совершенную при изотермическом процессе. Рабочим телом является один моль идеального одноатомного газа.

*Публикацию подготовили
Ю. Колмаков, Ю. Сезонов*

Московский педагогический государственный университет

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(математический факультет)

1. Вычислите

$$\left(\frac{5}{3}\right)^{1,5} \cdot \frac{9^{1,75} \cdot \sqrt[3]{32}}{\sqrt[4]{25}} + \frac{3 \arccos\left(\cos \frac{7\pi}{6}\right)}{\pi}$$

2. Решите уравнение

$$\log_{\text{ctg} \frac{\pi}{4}} \left(\sin \frac{\pi x}{2} + \cos \frac{\pi x}{4} - \text{tg} \frac{3\pi}{4} \right) = 0.$$

3. Решите неравенство

$$|5 - 5 \log_{|x|} |5x| | \leq 5.$$

4. Для вязания используют три мотка шерсти. Из первого мотка использовали две трети, из второго использовали 50%, а третий моток, содержащий одну треть всей шерсти, использовали весь. Сколько процентов шерсти использовали, если ее осталось в два раза меньше, чем было в первом мотке?

5. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = 7 + 0,5^{3+\sqrt{x-8}}$$

на отрезке $[12; 17]$.

6. При каких значениях параметра a функция

$$f(x) = -5x^3 + 2ax^2 + 8ax - 5,8$$

строго убывает на всей числовой оси?

7. Прямые KB и KC касаются окружности с центром O в точках B и C соответственно. Найдите площадь круга, если $KO = 10$, а $BC = 6$.

8. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка K лежит на ребре AB , $3AK = 2KB$. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки K и C_1 параллельно диагонали квадрата $ADD_1 A_1$, и найдите отношение объемов куба и большего из полученных многогранников.

Вариант 2

(физический факультет)

1. Вычислите

$$\sqrt{125} \cdot \sqrt{20} \cdot 32^{0,2}$$

2. Решите уравнение

$$\left(\text{tg} 0,3\right)^{\frac{x^2-3x+2}{x-1}} = 1.$$

3. Решите неравенство

$$2 \log_5 x - \log_x 125 < 1.$$

4. Решите уравнение

$$\cos 4x + 2 \cos^2 x = 1.$$

5. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 36|x-1| > |x-1|x^2, \\ (x+5)^{-0,28} \geq 0. \end{cases}$$

6. Найдите производную функции

$$y = x^{-78} - 2x^{16} + \sqrt{17,4}.$$

7. Найдите промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = x + \ln(1-4x).$$

8. Найдите объем параллелепипеда с ребрами 10, 7, 6, выходящими из одной вершины и образующими друг с другом углы $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$.

Вариант 3

(химический факультет)

1. Вычислите

$$(\sin 15^\circ \cos 75^\circ - \sin 75^\circ \cos 15^\circ) \cdot 3^{0,5}.$$

2. Решите неравенство

$$|5 - |2x - 1|| \leq 4.$$

3. Решите неравенство

$$\log_2(x^2 - 2x) < \log_{0,2} 0,008.$$

4. Решите уравнение

$$\cos^2 x + 3 \cos x \sin x + 2 \sin^2 x = 2.$$

5. Решите систему

$$\begin{cases} (\sqrt{0,28})^{4-x^2} = 2^{\sin \pi}, \\ x + 1 < 0. \end{cases}$$

6. Найдите производную функции

$$y = (x-2)e^{2-x} + 17.$$

7. В каких точках касательная к графику функции

$$f(x) = 2x^3 + 3x - 1$$

параллельна прямой $y = 9x - 7$?