



ВЕСТНИК Машиностроения

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛ

3
2015

ИЗДАЕТСЯ С НОЯБРЯ 1921 ГОДА

*Журнал входит в перечень утвержденных
ВАК РФ изданий для публикации трудов
соискателей ученых степеней*

Журнал переводится на английский язык,
переиздается и распространяется
во всем мире фирмой
"Аплертон Пресс" (США)



ООО «Издательство Машиностроение»

Адрес издательства:

107076, Москва, Стромынский пер., 4.

Телефон: 8-(499)-268-38-58

Факс: 8-(499)-269-48-97

Адрес редакции:

107076, Москва,

Колодезный пер., д. 2А.

Телефон: 8-(495)-661-38-80.

E-mail: vestmash@mashin.ru

www.mashin.ru

Журнал зарегистрирован 19 апреля 2002 г.
за № 77-12421 в Комитете Российской Федерации
по печати

Учредитель: А.И. Савкин

Индексы: **70120** ("Роспечать"),
27841 ("Пресса России"),
60264 ("Почта России")

Цена свободная

Отпечатано в ООО "Канцлер",
150008, г. Ярославль, ул. Клубная, д. 4, кв. 49.

Оригинал-макет: ООО «Авансд солешнз».

119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.

Сайт: www.aov.ru

Главный редактор А.И. САВКИН

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Алешин Н.П., д-р техн. наук, акад. РАН, **Братухин А.Г.**, д-р техн. наук, **Воронцов А.Л.**, д-р техн. наук, **Гусейнов А.Г.**, д-р техн. наук, **Дмитриев А.М.**, д-р техн. наук, член-корр. РАН (председатель секции обработки материалов без снятия стружки), **Драгунов Ю.Г.**, д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Древаль А.Е.**, д-р техн. наук (председатель секции технологии машиностроения), **Кутин А.А.**, д-р техн. наук, **Омельченко И.Н.**, д-р техн. и экон. наук (председатель секции организации и экономики производства), **Кузин В.В.**, д-р техн. наук, **Попов Д.Н.**, д-р техн. наук, **Попов А.В.**, д-р техн. наук, **Рыбин В.В.**, д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Трегубов Г.П.**, д-р техн. наук, **Скугаревская Н.В.** (ответственный секретарь)

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

DESIGN, CALCULATION, TESTS AND RELIABILITY OF MACHINES

- Ветров В. А., Ивашов Е. Н., Федотов К. Д., Яговцев В. О. — Методы оптимизации технических решений пьезопроводов 3
- Либерман Я. Л., Летнев К. Ю., Горбунова Л. Н. — Системы шагового перемещения и плавного разгона—торможения конвейерных приводов 11
- Щербаков В. С., Корьгов М. С., Вольф Е. О. — Алгоритм компенсации неуправляемых пространственных колебаний груза и повышения точности траектории его перемещения грузоподъемным краном 16
- Морозов В. В., Жданов А. В. — Кинематическая точность роliko-винтовых механизмов 19
- Пожбелко В. И. — Сравнительный анализ предельной тяговой способности плоско-, кругло- и клиноремной передач 25

- Vetrov V. A., Ivashov E. N., Fedotov K. D., Yagovtsev V. O. — Optimization methods of engineering solutions of piezoactuators 3
- Liberman Ya. L., Letnev K. Yu., Gorbunova L. N. — Systems of stepped displacement and scheduled acceleration—braking of conveyer actuators 11
- Shcherbakov V. S., Korytov M. S., Vol'f E. O. — Algorithm of compensation of uncontrolled spatial load vibrations and improvement of trajectory accuracy of its transportation by hoisting crane 16
- Morozov V. V., Zhdanov A. V. — Enduring accuracy of roller-screw mechanisms 19
- Pozhbelko V. I. — Comparative analysis of limit pulling ability of flat-, curcular- and V-belt drives 25

Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки

Problems of tribology — friction, wearing away and lubrication

- Раднатаров В. Ц., Бохоева Л. А., Рогов В. Е. — Влияние антифрикционной добавки FORUM на изнашивание деталей двигателя легкового автомобиля 30
- Калининченко В. И. — Работы и достижения в области трибологии ведущих специалистов ИМАШ им. А. А. Благоднарова РАН 34

- Radnatarov V. Ts., Bokhoeva L. A., Rogov V. E. — Influence of FORUM antifricition additive on wear process of parts of automobile motor 30
- Kalinichenko V. I. — Work and achievements in the field of tribology leading specialists of the IMASH RAS 34

ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

MANUFACTURING ENGINEERING

- Сундуков С. К., Фатюхин Д. С. — Технология окрашивания изделий с использованием ультразвука 38
- Кокорева О. Г., Шлапак Л. С. — Влияние скорости пластической деформации и схемы напряженного состояния на первичную рекристаллизацию металлов 44
- Агеева Е. В., Агеев Е. В., Карпенко В. Ю. — Размерный анализ частиц порошка, полученного из вольфрамсодержащих отходов электроэрозионным диспергированием в воде 45
- Огородников А. И., Жуков Ю. Н., Тихонов Э. Е., Савиных К. М. — Лезвийный инструмент для разделительных операций хрупких листовых заготовок 47
- Ширзадов Ф. М., Садыхов А. И., Гасымова Л. А. — Наплавка поверхности под действием магнитного поля 50

- Sundukov S. K., Fatyukhin D. S. — Painting technology of products using ultrasound 38
- Kokoreva O. G., Shlapak L. S. — Influence of plastic deformation rate and type of stressed state on primary recrystallization of metals 44
- Ageeva E. V., Ageev E. V., Karpenko V. Yu. — Dimensional analysis of powder particles, obtained from tungsten-containing wastes by electroerosion dispersion in water 45
- Ogorodnikov A. I., Zhukov Yu. N., Tikhonov E. E., Sayinykh K. M. — Edge tool for shearing operations of brittle sheet workpieces 47
- Shirzadov F. M., Sadykhov A. I., Gasymova L. A. — Surfacing under action of magnetic field 50

Проблемы теории и практики резания материалов

Problems of theory and practice of materials cutting

- Фомин А. А., Гусев В. Г., Сафин Р. Г., Сафин Р. Р. — Диспергирование припуска, снимаемого при профильном фрезеровании заготовки 53
- Красильников А. Я., Захаров П. Н. — Механизм изнашивания режущей грани задней поверхности инструмента при обработке детали прерывистым резанием 57
- Козочкин М. П. — Влияние нормальных мод колебаний технологической системы на качество обработки резанием 59
- Кузнецов А. П. — Структуры процессов и оборудования для обработки резанием. Часть 2. Структуры технологических процессов и их классификация 65

- Fomin A. A., Gusev V. G., Safin R. G., Safin R. R. — Dispersion of allowance, picked off at form milling of workpiece 53
- Krasil'nikov A. Ya., Zakharov P. N. — Wear mechanism of cutting edge of clearance face of tool at processing of part by interrupted cutting 57
- Kozochkin M. P. — Influence of eigen modes of technological system vibrations on quality of cutting 59
- Kuznetsov A. P. — Structures of processes and equipment for cutting operations. Part 2. Structures of manufacturing processes and their classification 65

Обработка материалов без снятия стружки

Chipless processing of materials

- Травин В. Ю., Яковлев С. С., Грязев М. В. — Теоретические и экспериментальные исследования процесса комбинированной вытяжки осесимметричных деталей 77
- Додин Ю. С. — Расчет температуры и усилия при обработке давлением без предварительного нагревания заготовки 83

- Travin V. Yu., Yakovlev S. S., Gryazev M. V. — Theoretical and experimental researches of combined drawing process of axisymmetric parts 77
- Dodin Yu. S. — Analysis of force and temperature at forming without preliminary heating of workpiece 83

ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

TECHNICAL INFORMATION

- Большаков А. В., Буряков В. М., Горобцов А. С., Новиков В. В., Каныгина Е. А., Дьяков А. С. — Гидропневматическая система подрессоривания быстроходной гусеничной машины 86

- Bol'shakov A. V., Buryakov V. M., Gorobtsov A. S., Novikov V. V., Kanygina E. A., D'yakov A. S. — Hydropneumatic system of springing of high-speed track-laying machine 86

Технический редактор Т. А. Шацкая
Корректор Е. В. Комиссарова

Сдано в набор 05.01.2015. Подписано в печать 14.02.2015.
Формат 60 × 88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 10,78.

Перепечатка материалов из журнала "Вестник машиностроения" возможна при обязательном письменном согласовании с редакцией журнала; ссылка на журнал при перепечатке обязательна.

За содержание рекламных материалов ответственность несет рекламодатель.

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

УДК 621.382.8:517.9

В. А. ВЕТРОВ, канд. техн. наук, Е. Н. ИВАШОВ, д-р техн. наук, К. Д. ФЕДОТОВ, В. О. ЯГОВЦЕВ
(Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"), eivashov@hse.ru

Методы оптимизации технических решений пьезоприводов

Предложена оптимизация технического решения пьезоэлектрического актюатора по множеству критериев с использованием градиентного метода наискорейшего спуска. Рассмотрена итерационная процедура с поиском минимума перемещения по направлению к минимуму в области ограничений. Показано, что при разработке биморфных элементов пьезосканера необходимо учитывать их поперечные и продольные колебания.

Ключевые слова: пьезоактюатор, метод наискорейшего спуска, оптимизация технического решения, итерационный метод, комплексный метод, минимизация функции.

The optimization of engineering solution of piezoactuator on multiple criteria using gradient method of quickest descent is suggested. The iterative procedure with search of minimum of displacement in direction to the minimum in constraint zone is considered. It is shown, that at development of bimorph elements of piezoscaner it is necessary to take into account their lateral and longitudinal vibrations.

Keywords: piezoactuator, method of quickest descent, optimization of engineering solution, iterative method, multimethod method, function minimization.

При оптимизации технического решения часто возникает необходимость в определении критериев оптимизации и их влияния на конечный результат. Рассмотрим оптимизацию решения пьезоактюатора с системой терморегуляции (рис. 1), который содержит: пьезопривод 1 из пьезоколец 2, между которыми установлены металлические кольца 3; тепловую трубку 4, закрепленную на свободном торце пьезопривода 1; зонд 5, установленный в тепловой трубке 4 и взаимодействующий с подложкой 6; тепловая трубка 4 подведена к источнику жидкого азота 7.

При подаче напряжения на металлические кольца 3 пьезопривод 1 деформируется вследствие обратного пьезоэффекта. При этом тепловая трубка 4, жестко связанная со свободным торцом пьезопривода 1, перемещает зонд 5 перпендикулярно подложке 6. Таким образом, в результате электри-

ческого взаимодействия зонда 5 и подложки 6 осуществляется технологический процесс, при этом теплота из рабочей зоны зонда 5 передается жидкому азоту 7.

Определим обобщенный (комплексный) критерий оптимизации пьезоактюатора, включающего в себя следующие критерии:

функциональные — погрешность δ перемещения, быстродействие τ устройства, его виброустойчивость ν и термоустойчивость T ;

экологический — показатель q загрязнения окружающей среды;

экономические — стоимость C устройства, срок Q окупаемости.

Зная состав обобщенного критерия оптимизации, можно установить закономерность потери качества пьезоактюатора в ходе эксплуатации.

Допустим, что известны показатели качества устройства X_1, X_2, \dots, X_k в функции от времени, определяющие его состояние. Если значения всех показателей $X_i \div X_k$ качества не превышают их допустимые (критические) значения $X_{ip} \div X_{kp}$, то устройство работоспособно, т. е. $X_i \leq X_{ip}$. Если часть

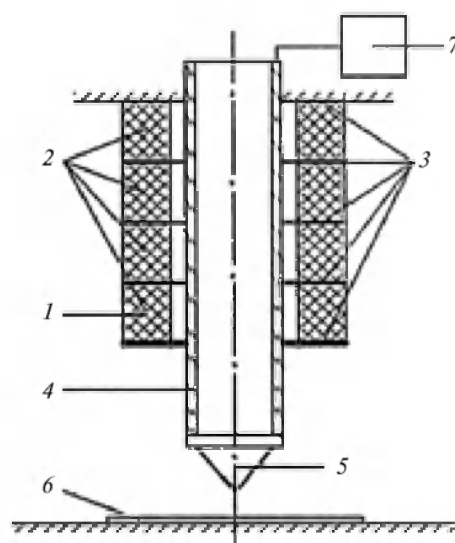


Рис. 1. Пьезоактюатор с системой терморегуляции

показателей превышают свои допустимые значения, то считается, что пьезоактуатор частично работоспособен.

Запас по определенному показателю качества определяется отношением его нормированного значения к текущему значению: $K_i = X_{in}/X_i$. Следовательно, получим коэффициенты запаса качества: по погрешности перемещения — $K_1 = \delta_n/\delta$, по быстродействию — $K_2 = \tau_n/\tau$, по экологическому показателю — $K_3 = q_n/q$, по стоимости — $K_4 = C_n/C$, по сроку окупаемости — $K_5 = Q_n/Q$, по вибро- и термоустойчивости — соответственно $K_6 = v_n/v$ и $K_7 = T_n/T$.

Однако показатели $X_1 \div X_k$ качества устройства, как правило, отличаются по значимости. С учетом этого обобщенный критерий качества будет иметь вид:

$$\frac{1}{K} = \frac{a_1}{K_1} + \frac{a_2}{K_2} + \frac{a_3}{K_3} + \dots + \frac{a_7}{K_7}.$$

Здесь $a_1 \div a_7$ — коэффициенты значимости, определяемые методом экспертных оценок теории принятия

решений, где $\sum_{i=1}^n a_i = 1$. Тогда

$$K_N = \frac{1}{\sum_{i=1}^n a_i/K_i}.$$

Далее используем метод наискорейшего спуска. Если градиент — направление наискорейшего возрастания функции, то противоположное направление — направление наискорейшего ее убывания.

Перемещение из точки x можно записать как $x + hd$, где d — направление; h — шаг перемещения. Следовательно, происходит перемещение из любой точки (x_1, \dots, x_n) в точку, соответствующую точке $(x_1 + \delta x_1, \dots, x_n + \delta x_n)$. Здесь $\delta x_i = h d_i$, $x_i \in X \in G_x$, где d_i — косинусы направления d , причем

$$\sum_{i=1}^n d_i^2 = 1. \quad (1)$$

Изменение функции f с точностью до первого порядка определяет выражение:

$$\begin{aligned} df &= f(x_1 + dx_1, \dots, x_n + dx_n) - f(x_1, \dots, x_n) = \\ &= \frac{\partial f}{\partial x_1} \delta x_1 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \delta x_n. \end{aligned}$$

Частные производные вычисляются в точке x . Для наибольшего значения df при выборе направления d_i решаем задачу максимизации с ограничением методом Лагранжа:

$$\varphi(d_1, \dots, d_n) = df + \lambda(\sum d_i^2 - 1).$$

Тогда величина df , для которой справедливо выражение (1), достигает максимума при максимальном значении функции:

$$\begin{aligned} \varphi(d_1, \dots, d_n) &= h \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} d_1 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} d_n \right) + \\ &+ \lambda(d_1^2 + \dots + d_n^2 - 1). \end{aligned}$$

Следовательно, ее производная имеет вид:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial d_j} = h \frac{\partial f}{\partial x_j} + 2\lambda d_j \text{ при } j = 1, \dots, n.$$

Если $\frac{\partial \varphi}{\partial d_j} = 0$, то $d_j = -\frac{h \partial f}{2\lambda \partial x_j}$, тогда

$$\frac{d_1}{\frac{\partial f}{\partial x_1}} = \dots = \frac{d_n}{\frac{\partial f}{\partial x_n}}.$$

Следовательно, $d_i \sim \partial f / \partial x_i$, направление d параллельно $\nabla f(x)$ в точке x .

Наиболее локальное возрастание функции для заданного малого шага h , имеет место, если d является направлением $\nabla f(x)$ или $g(x)$.

Таким образом, направление наискорейшего спуска $-\nabla f(x)$ или $-g(x)$, тогда в упрощенном виде уравнение изменения функции можно записать как

$$df = |\nabla f(x)| dx |\cos \theta|,$$

где θ — угол между векторами $\nabla f(x)$ и dx .

Для заданного dx минимальный угол $\theta = 180^\circ$, тогда направление dx совпадает с направлением $-\nabla f(x)$.

Направление градиента в любой точке перпендикулярно к касательной линии наискорейшего спуска, поскольку вдоль этой линии функция постоянна. Если (d_1, \dots, d_n) — малый шаг вдоль линии уровня, то $f(x_1 + d_1, \dots, x_n + d_n) = f(x_1, \dots, x_n)$.

Следовательно,

$$df = \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_j} d_j = [\nabla f(x)]^T d = 0.$$

В методе наискорейшего спуска желательно использовать рассмотренное выше свойство направления градиента, так как на некотором шаге процесса оптимизации поиск минимума функции выполняется по направлению $-\nabla f(x_j)$. Данный метод является итерационным, на шаге i точка минимума аппроксимируется точкой x_i .

Следующей аппроксимацией будет точка $x_{i+1} = x_i - \lambda_i \nabla f(x_i)$, где λ_i — значение λ , минимизирующее функцию $\varphi(\lambda) = f(x_i - \lambda \nabla f(x_i))$.

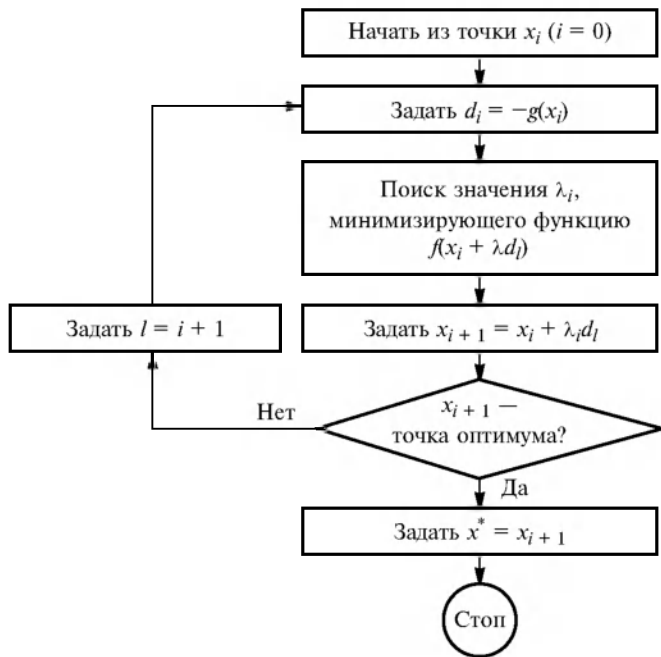


Рис. 2. Алгоритм нахождения значения λ_i

Значение λ_i можно найти методом одномерного поиска, блок-схема которого представлена на рис. 2.

С помощью метода наискорейшего спуска осуществляется поиск из заданной точки в направлении, параллельном одной из осей, до точки минимума в данном направлении. Затем поиск ведем в направлении, параллельном другой оси, и так далее. На каждом этапе поиск точки минимума ведется вдоль наилучшего направления. Данный метод позволяет выбрать наилучшее направление для оптимизации пьезоэлектрического актюатора по множеству критериев.

Оптимизация технического решения пьезоэлектрического сканера заключается в минимизации функции $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где x определяется явными ограничениями:

$$l_j \leq x_j \leq u_j \text{ при } j = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

а также неявными ограничениями:

$$g_i(x) \leq b_i \text{ при } i = 1, 2, \dots, m. \quad (3)$$

Если целевая функция $f(x)$ и функции $g_i(x)$ выпуклые, то задача имеет единственное решение. Значение l_j и u_j — нижняя и верхняя границы переменных. Если в конкретной задаче заданные переменные теоретически не имеют ограничений, то предположение о наличии безопасных границ, т. е. границ, включающих оптимум, позволяет применять комплексный метод.

Данный метод является итерационным и предполагает, что известны значения n и m , l_j и u_j и начальная точка [см. неравенства (2) и (3)]. В пер-

вую очередь необходимо выбрать k точек, которые удовлетворяют ограничениям и вычислить целевую функцию во всех k точках. Множество этих точек называется комплексом. Установлено, что число этих точек должно быть больше $(n + 1)$ — числа точек, используемых в симплексном методе Нелдера—Мида, т. е. $k > (n + 1)$, и принял $k = 2n$.

Как уже отмечалось, предполагается, что точка x_1 , удовлетворяющая всем ограничениям, установленным для пьезоэлектрического сканера, задана. Остальные точки, удовлетворяющие неравенству (2), можно выбрать, используя выражение:

$$x_{ij} = l_j + r(u_j - l_j) \text{ при } j = 1, 2, \dots, n \text{ и } i = 2, 3, \dots, k, \quad (4)$$

где r — псевдослучайная равномерно распределенная переменная в интервале $(0; 1)$.

Точки, выбираемые в соответствии с уравнением (4) для данного j , будут автоматически удовлетворять неравенству (2). Если эти точки удовлетворяют и неравенству (3), то они принимаются в качестве начальных точек комплекса. Если точка, выбранная в соответствии с уравнением (4), не удовлетворяет условию (3), то она смещается на половину расстояния до "центра тяжести" множества уже принятых точек, т. е. формируется точка, определяемая выражением

$$x'_i = (x_1 + x_c)/2, \quad (5)$$

$$\text{где } x_c = \frac{1}{i-1} \sum_{e=1}^{i-1} x_e.$$

Если точка в выражении (5) все еще не является допустимой, то описанный выражением (4) процесс повторяется вновь до тех пор, пока точка не станет допустимой. Если функция $g_i(x)$ выпуклая, то в итоге ограничения будут выполняться. Поскольку точка x_1 находится внутри области ограничений пьезосканера, то комплекс будет состоять из допустимых точек.

Удобно упорядочить точки комплекса в соответствии со значениями функции. Процедуру инициализации комплекса можно описать с помощью блок-схемы (рис. 3), которая реализуется в программе операторами в строках с номерами до 1000.

Мы подошли к итерационной процедуре комплексного метода, в которой осуществляется поиск минимума перемещением по направлению к минимуму внутри области ограничений. Для этого необходимо следующее:

1. Найти точку с наибольшим значением функции x_h и центр x_0 остальных $(k - 1)$ точек пьезосканера.

2. Осуществить смещение от точки x_h и получить точку x_r отражением точки x_h относительно

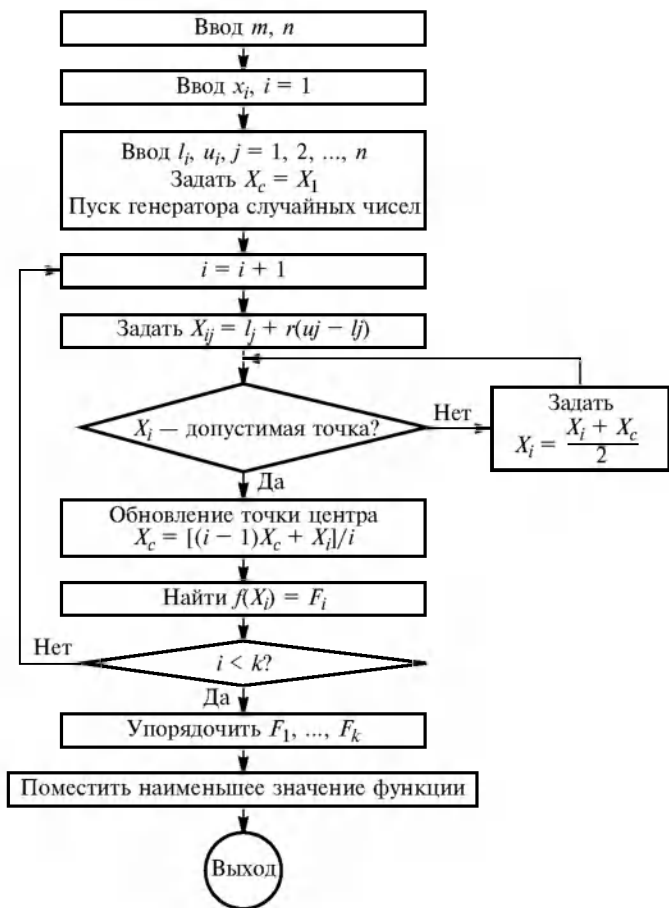


Рис. 3. Алгоритм итерационной процедуры комплексного метода

точки x_0 , используя коэффициент отражения $\alpha > 1$. Это можно записать как $x_r = (1 + \alpha)x_0 - \alpha x_h$.

3. Проверить, является ли точка x_r допустимой:

а) если точка x_r не является допустимой и не выполняется ограничение для l_j , то полагаем, что $x_{rj} = l_j + 10^{-6}$; если не выполняется ограничение для u_j , то полагаем $x_{rj} = u_j - 10^{-6}$;

б) если не выполняются ограничения, то точку x_r переместить на половину расстояния между x_r и центром x_0 , т. е. новое x_r составит $x_r = (x_r + x_0)/2$.

Затем выполнить повторную проверку на допустимость и повторять п. 3 до тех пор, пока не будет получена допустимая точка.

4. Если точка x_r является допустимой, то вычислим значение функции $f(x_r)$ и сравним с $f(x_k)$ — наибольшим значением функции пьезосканера.

Если $f(x_r) > f(x_k)$, т. е. хуже, чем наибольшее значение, полученное ранее, то точку x_r надо сместить к центру x_0 на половину расстояния между ними: $x_r = (x_r + x_0)/2$ и вернуться в п. 3.

5. Если $f(x_r) < f(x_k)$, то точку x заменить точкой x_r и точки значения функции комплекса снова упорядочить.

6. Вычислить две величины, используемые при проверке сходимости метода: среднее квадратичное

отклонение σ для k значений функции и максимальное расстояние d_m между двумя точками пьезосканера. Первая величина вычисляется по формуле

$$\sigma = \left\{ \sum_{e=1}^k [f(x_e) - f]^2 / k \right\}^{1/2},$$

где $f = \frac{1}{k} \sum_{e=1}^k f(x_e)$.

Для вычисления σ^2 лучше использовать формулу

$$\sigma^2 = \left\{ \sum_{e=1}^k f(x_e)^2 - \frac{[\sum f(x)]^2}{k} \right\} / k.$$

7. Величины σ^2 и d_m проверяют на сходимость. Если они достаточно малы, то поиск минимума заканчивают. В противном случае необходимо вернуться в п. 1 и повторить процедуру для пьезосканера другой конструкции.

Оптимизация технического решения пьезосканера состоит, в частности, в разработке оптимальной конструкции биморфных элементов пьезосканера.

При разработке биморфных элементов пьезосканера для нанотехнологий необходимо учитывать их поперечные и продольные колебания, оказывающие существенное влияние на точность позиционирования острия кантилевера относительно подложки для наиболее точного нанесения на нее квантовых точек. Разные конструкции кантилевера приносят в устройство определенные особенности.

Пьезосканер должен работать в режиме антирезонанса, т. е. все резонансные частоты следует исключить. Это достигается как оптимизацией геометрии пьезосканера, так и выбором материала.

Устройством, в котором большее влияние оказывают поперечные колебания биморфного элемента, является устройство возбуждения кантилевера (рис. 4), которое состоит из держателя 1, кантилевера 2 с основанием 3, в состав которого

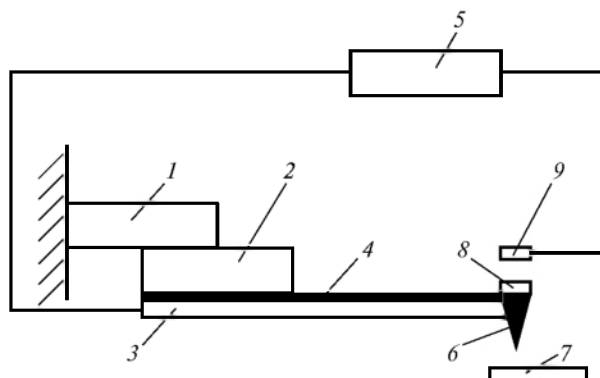


Рис. 4. Устройство возбуждения кантилевера

входит гибкая балка 4, источника 5 возбуждения колебаний балки 4 с острием 6, образца 7. На гибкой балке 4 над острием 6 закреплена круглая магнитная нанопластинка 8. Источник 5 возбуждения колебаний представляет собой генератор 9 магнитных колебаний с рабочими частотами до 200 кГц.

При изменении частоты генератора 9 магнитных колебаний изменяется и частота колебаний гибкой балки 4 с острием 6 в результате взаимодействия круглой магнитной нанопластинки 8 с генератором 9, который выполнен на базе стандартной катушки индуктивности с сердечником.

Рассмотрим собственные формы колебаний биморфного элемента и определяющие их функции.

Простейшим периодическим решением уравнения свободных колебаний биморфного элемента является так называемое главное колебание

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + C^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0, \quad (6)$$

в котором $y(x, t)$ изменяется с течением времени по гармоническому закону

$$y(x, t) = \varphi(x) \sin(\omega t + \alpha),$$

где $\varphi(x)$ — функция, которая устанавливает закон распределения максимальных (амплитудных) отклонений точек оси биморфного элемента от равновесного расположения и называется формой главного колебания или собственной формой; ω — собственная частота.

Расчет собственных частот и соответствующих им собственных форм осуществляется на основании решения уравнения собственных форм и краевых условий задачи.

Уравнение собственных форм однородной задачи $EJ\varphi^{IV}(x) - \omega^2 \mu \varphi(x) = 0$ или

$$\varphi^{IV}(x) - k^4 \varphi(x) = 0, \quad (7)$$

где

$$k^4 = \frac{\mu \omega^2}{EJ}; \quad (8)$$

или

$$k^4 = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \theta. \quad (9)$$

Уравнение (5) имеет следующие независимые частные решения: $\cos(kx)$, $\sin(kx)$, $\text{ch}(kx)$, $\text{sh}(kx)$, а его общий интеграл имеет вид:

$$\varphi(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx) + C \text{ch}(kx) + D \text{sh}(kx). \quad (10)$$

Четыре произвольные постоянные A , B , C , D должны быть подобраны так, чтобы для функции

$\varphi(x)$ выполнялись краевые условия, т. е. условия закрепления концов биморфного элемента. Как правило, число краевых условий равно числу произвольных постоянных — по два на каждом конце. Все они выражаются равенствами нулю двух из следующих четырех величин: $\varphi(x)$, $\varphi'(x)$, $\varphi''(x)$, $\varphi'''(x)$, пропорциональных соответственно прогибу, углу поворота, изгибающему моменту и перерезывающей силе в точках $x = 0$ или $x = l$. Выполняя эти условия, получим четыре однородных уравнения, из которых найдем выражения и уравнение для определения собственных частот системы.

Наиболее удобной является система частных решений уравнения (7):

$$\begin{cases} S(x) = \frac{1}{2}(\text{ch}(kx) + \cos(kx)); \\ T(x) = \frac{1}{2}(\text{sh}(kx) + \sin(kx)); \\ U(x) = \frac{1}{2}(\text{ch}(kx) - \cos(kx)); \\ V(x) = \frac{1}{2}(\text{sh}(kx) - \sin(kx)). \end{cases} \quad (11)$$

Функции S , T , U , V называются функциями Крылова. Найдем значения этих функций и их производных по аргументу kx до третьего порядка включительно при $x = 0$:

$$\begin{cases} S(0) = 1; S'(0) = 0; S''(0) = 0; S'''(0) = 0; \\ T(0) = 0; T'(0) = 1; T''(0) = 0; T'''(0) = 0; \\ U(0) = 0; U'(0) = 0; U''(0) = 1; U'''(0) = 0; \\ V(0) = 0; V'(0) = 0; V''(0) = 0; V'''(0) = 1. \end{cases} \quad (12)$$

Определитель, составленный из этих величин, равен единице. Поэтому функции Крылова называют иногда функциями с единичной матрицей, а систему уравнений (11) — нормальной или фундаментальной системой интегралов уравнений (7).

Запишем уравнение (10) и представим тригонометрические функции в системе уравнений (11) через функции Крылова:

$$\varphi(x) = AS(x) + BT(x) + CU(x) + DV(x);$$

$$\begin{cases} \sin(kx) = T - V; \\ \cos(kx) = S - U; \\ \text{ch}(kx) = S + U; \\ \text{sh}(kx) = T + V. \end{cases}$$

Приведем выражения последовательных производных по x от функций $S(x)$, $T(x)$, $U(x)$, $V(x)$ до четвертого порядка включительно (таблица).

Одним из преимуществ функций Крылова является то, что с помощью них можно сразу написать

выражение общего интеграла уравнения (7), удовлетворяющего условиям на закрепленном конце ($x = 0$) и содержащего только две постоянные, которые определяются из условий на другом его конце ($x = l$).

Рассмотрим основную задачу функций Крылова. Колебания жестко закрепленного конца биморфного элемента составят $x = 0$, а свободного конца — $x = l$, тогда краевые условия: $\varphi(0) = \varphi'(0) = 0$; $\varphi''(l) = \varphi'''(l) = 0$.

Интеграл уравнения (7), удовлетворяющий условиям $x = 0$, имеет вид:

$$\varphi(x) = CU(kx) + DV(kx). \quad (13)$$

Условия для $x = l$:

$$\begin{cases} CS(kl) + DT(kl) = 0; \\ CV(kl) + DS(kl) = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Тогда $S^2 - TV = 0$ или

$$\operatorname{ch}(kl)\cos(kl) + 1 = 0. \quad (15)$$

По таблицам [4] находим первые четыре корня уравнения (15): $kl = 1,875; 4,694; 7,855; 10,996$.

Для первых четырех собственных частот по формуле (15) получаем:

$$\omega_1 = \frac{(1,875)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\mu}}; \quad (16)$$

$$\omega_2 = \frac{(4,694)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\mu}}; \quad (17)$$

$$\omega_3 = \frac{(7,855)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\mu}}; \quad (18)$$

$$\omega_4 = \frac{(10,996)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\mu}}. \quad (19)$$

Расчет периода колебаний

$$T = 2\pi/\omega \quad (20)$$

Выражения последовательных производных по x от функций $S(x)$, $T(x)$, $U(x)$, $V(x)$ до четвертого порядка включительно

Функция	Производные			
	первая	вторая	третья	четвертая
$S(x)$	$kV(x)$	$k_2U(x)$	$k_3T(x)$	$k_4S(x)$
$T(x)$	$kS(x)$	$k_2V(x)$	$k_3U(x)$	$k_4T(x)$
$U(x)$	$kT(x)$	$k_2S(x)$	$k_3V(x)$	$k_4U(x)$
$V(x)$	$kU(x)$	$k_2T(x)$	$k_3S(x)$	$k_4V(x)$

приведет к расчету первых четырех периодов колебания биморфного элемента:

$$T_1 = \frac{2\pi}{(1,875)^2} l^2 \sqrt{\frac{\mu}{EJ}}; \quad (21)$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{(4,694)^2} l^2 \sqrt{\frac{\mu}{EJ}}; \quad (22)$$

$$T_3 = \frac{2\pi}{(7,855)^2} l^2 \sqrt{\frac{\mu}{EJ}}; \quad (23)$$

$$T_4 = \frac{2\pi}{(10,996)^2} l^2 \sqrt{\frac{\mu}{EJ}}. \quad (24)$$

При иных заданных начальных параметрах можно перейти к другой форме записи собственных частот и периодов.

Формула погонной массы биморфного элемента $\mu = m/l$.

С учетом формул массы $m = \rho V$ и объема $V = bh l$ получим выражение

$$\mu = \rho bh. \quad (25)$$

Момент инерции прямоугольного сечения определяем из выражения

$$J = \frac{bh^2}{12}. \quad (26)$$

Подставив в формулы (16—19) первых четырех собственных частот вместо величин E , μ и J формулы (25) и (26), получим выражения для определения первых четырех частот биморфного элемента:

$$\omega_1 = \left(\frac{1,007}{l}\right)^2 h \sqrt{E/\rho}; \quad (27)$$

$$\omega_2 = \left(\frac{2,522}{l}\right)^2 h \sqrt{E/\rho}; \quad (28)$$

$$\omega_3 = \left(\frac{4,220}{l}\right)^2 h \sqrt{E/\rho}; \quad (29)$$

$$\omega_4 = \left(\frac{5,908}{l}\right)^2 h \sqrt{E/\rho}. \quad (30)$$

С учетом выражения (12), получим окончательные формулы первых четырех периодов колебаний биморфного элемента:

$$T_1 = \frac{2\pi l^2}{1,007^2 h} \sqrt{\frac{\rho}{E}}; \quad (31)$$

$$T_2 = \frac{2\pi l^2}{2,522^2 h} \sqrt{\frac{\rho}{E}}; \quad (32)$$

$$T_3 = \frac{2\pi l^2}{4,220^2 h} \sqrt{\frac{\rho}{E}}; \quad (33)$$

$$T_4 = \frac{2\pi l^2}{5,908^2 h} \sqrt{\frac{\rho}{E}}. \quad (34)$$

В зависимости от заданных физико-механических параметров биморфного элемента и требуемых величин можно использовать как формулы (16–19, 21–23), так и формулы (27–30, 31–34).

Уравнение i -й собственной формы составим следующим образом. Из первого или второго уравнения системы уравнений (14), подставив туда $k_i l$, находим значение отношения

$$\frac{D}{C} = -\frac{S(k_i l)}{T(k_i l)} = -\frac{V(k_i l)}{S(k_i l)}.$$

Подставив его в уравнение (22), получим:

$$\begin{aligned} \varphi_i(x) &= C \left| U(k_i x) - \frac{S(k_i l)}{T(k_i l)} V(k_i x) \right| = \\ &= \left| U(k_i x) - \frac{V(k_i l)}{S(k_i l)} V(k_i x) \right|. \end{aligned}$$

На рис. 5 представлены первые три формы поперечных колебаний биморфного элемента.

Для формирования квантовых точек на подложке можно использовать и другие пьезомеханические системы. Устройство формирования квантовых точек из газовой фазы, в котором преобладают продольные колебания пьезопривода, представлено на рис. 6. Оно состоит: из неподвижного основания 1, установленного на основании пьезопривода 2 с зондом 3, электрически связанным с подложкой 4, которая установлена на подложкодержателе 5; источника 6 гармонических колебаний напряжения, соединенного с зондом 3 и подложкой 4; подложкодержателя 5, выполненного с возможностью подачи внутрь полости 7 жидкого азота от источника 8.

При перемещении зонда 3 посредством пьезопривода 2 относительно подложки 4 источник 6 гармонических колебаний напряжения посылает импульсы между зондом и подложкой, в результате чего формируются квантовые точки из газовой

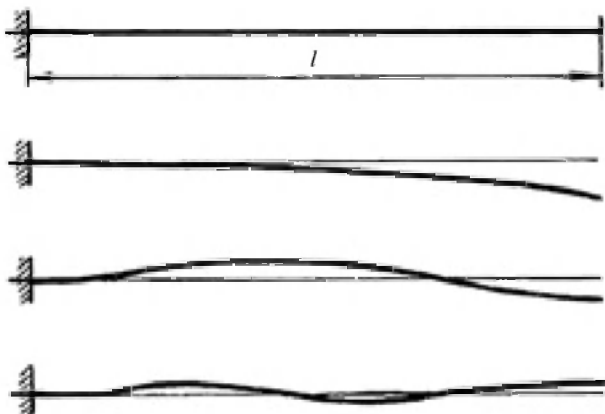


Рис. 5. Формы поперечных колебаний биморфного элемента

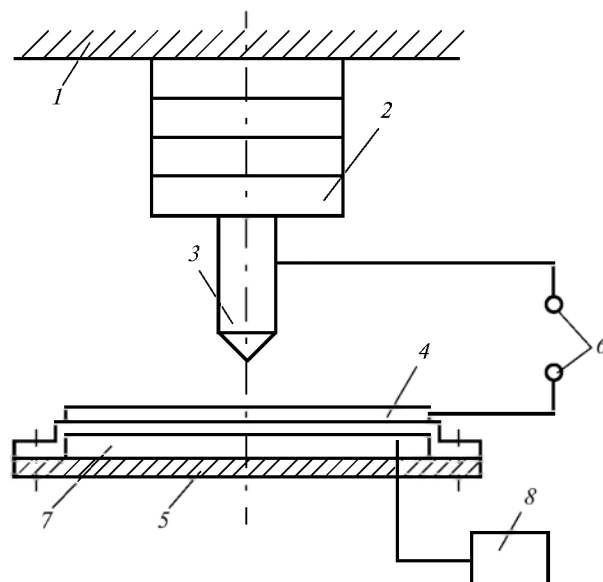


Рис. 6. Устройство формирования квантовых точек из газовой среды

среды, окружающей пространство между зондом 3 и подложкой 4. При этом подложка охлаждается в результате подачи жидкого азота от источника 8 в герметичную полость 7 внутри подложкодержателя 5, что приводит к уменьшению интенсивности испарения материала с поверхности подложки и его дрейфа.

На формирование квантовых точек существенно влияет резонанс, возникающий в пьезоприводе. Уравнения продольных колебаний биморфного элемента получаем как необходимые условия экстремума функционалов:

$$S_1 = \frac{1}{2} \int_0^l \int_0^l \left[\mu(x) \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 - ES \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 - Qy \right] dx dt.$$

Интегралы по x , взятые в пределах от 0 до l (l — ширина биморфного элемента) от первого и двух последних слагаемых в квадратных скобках, представляют собой кинетическую и потенциальную энергии рассматриваемой системы.

Необходимое условие экстремума функционала S_1 имеет вид:

$$\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ES \frac{\partial y}{\partial x} \right] = Q(x, t).$$

Условие (3) является уравнением продольных колебаний.

Если $Q(x, t) \equiv 0$ и жесткость ES биморфного элемента постоянна по всей ширине биморфного элемента, то уравнение свободных колебаний однородного биморфного элемента имеет вид уравнения (11), где $C^2 = ES/\mu$.

Уравнение собственных форм продольных колебаний имеет вид:

$$\varphi''(x) + a^2\varphi(x) = 0,$$

где $a^2 = \frac{\omega^2 \mu}{ES}$.

Задача о собственных формах и частотах колебаний приводится к интегрированию дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Частоты главных колебаний стержня образуют бесконечный дискретный ряд значений, которые пронумерованы в порядке возрастания и увеличиваются до бесконечности.

Рассмотрим продольные колебания биморфного элемента, в котором один конец жестко закреплен ($x = 0$), а другой свободен ($x = l$). В этом случае крайние условия представляют собой равенства: $\varphi(0) = 0$, $\varphi'(l) = 0$. Тогда находим постоянные B и D общего решения $\varphi(x) = B\cos(ax) + D\sin(ax)$; $B = 0$; $D\cos(al) = 0$.

Очевидно, что постоянная D не может равняться нулю, так как в противном случае $\varphi(x) = 0$. Нетривиальное решение получим при условии

$$\cos(al) = 0, \tag{35}$$

т. е. $al = \pi/2 + \pi k$.

Из условия (50) находим:

$$a_k = \frac{(2k-1)\pi}{2l};$$

$$\omega = \frac{(2k-1)\pi}{2l} \sqrt{\frac{ES}{\mu}}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \tag{36}$$

Таким образом, из уравнения (35) находим собственные значения параметра a и вместе с тем определяем собственные частоты системы. Данное уравнение называется характеристическим или уравнением частот и соответствует вековому уравнению систем с конечным числом степеней свободы.

Учитывая выражения (20) и (36), получим период колебаний биморфного элемента $T = \frac{4l}{2k-1} \sqrt{\frac{\mu}{ES}}$.

Характеристическое уравнение частот можно получить и в другом виде.

Площадь поверхности полого цилиндрического биморфного элемента

$$S = \pi(R^2 - r^2). \tag{37}$$

С учетом формулы массы $m = \rho V$ и объема $V = l\pi(R^2 - r^2)$, получим выражение погонной массы:

$$m = \pi\rho(R^2 - r^2). \tag{38}$$

Стандартное выражение частоты колебаний соответствует формуле (9).

Подставив в выражение (36) вместо E , S и μ формулы (37) и (38), получим частоту колебаний биморфного элемента:

$$\omega = \frac{(2k-1)\pi}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \tag{39}$$

Величина, обратная ей,

$$\frac{1}{\omega} = \frac{2l}{(2k-1)\pi} \sqrt{\frac{\rho}{E}}.$$

С учетом выражений (20) и (38) получим окончательное уравнение периода колебаний биморфного элемента:

$$T = \frac{4l}{2k-1} \sqrt{\frac{\rho}{E}}. \tag{40}$$

В зависимости от заданных физико-механических параметров биморфного элемента и необходимых величин можно пользоваться формулами (20), (36), (32) и (40).

Предлагаемое устройство возбуждения кантилевера (см. рис. 2) расширяет функциональные возможности устройства, позволяя использовать схему "генератор магнитных колебаний — магнитная нанопластина". Применение устройства формирования квантовых точек из газовой среды (см. рис. 6) позволяет создавать квантовые точки с заданными промежутками.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Ивашов Е. Н., Павлов А. Ю.** Исследование пьезосканеров в СЗМ. РИО МИЭМ, 2005. 32 с.
2. **Ивашов Е. Н., Федотов К. Д.** Трехкоординатный пьезопривод для сканирующей туннельной микроскопии // *Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения* // *Международ. науч.-техн. конф. "INTERMATIC—2012"*. М.: МГТУ МИРЭА — ИРЭ РАН, 2012. С. 165—168.
3. **Вейник А. И.** Техническая термодинамика и основы теплопередачи. М.: Металлургия, 1965. 375 с.
4. **Бабаков А. И.** Теория колебаний. М.: Наука, 1965. 559 с.
5. **Пат. 125348 Рос. Федерации на полезную модель: Устройство возбуждения кантилевера.**
6. **Ивашов Е. Н., Князева М. П., Гамилова Т. П.** Модель формирования нанорисунка на подложке с учетом двух внутренних степеней свободы // *МНТК "Фундаментальные проблемы радиоэлектронного машиностроения"*. INTERMATIC—2012. Ч. 3. М.: МИРЭА. 2012. С. 101—103.
7. **Ивашов Е. Н., Князева М. П., Степанчиков С. В.** Пьезоэлектрические сканирующие элементы зондовых микроскопов и нанотехнологического оборудования // *МНТК "Фундаментальные проблемы радиоэлектронного машиностроения"*. INTERMATIC—2012. Ч. 4. М.: МИРЭА, 2012. С. 78—82.
8. **Банди Б.** Методы оптимизации. Вводный курс: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1988. 128 с.