

ВЫСШАЯ ШКОЛА
ЭКОНОМИКИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ЭКОНОМИЧЕСКИХ НАУК

СБОРНИК
ЛУЧШИХ
ВЫПУСКНЫХ
РАБОТ

2015



СБОРНИК
ЛУЧШИХ
ВЫПУСКНЫХ
РАБОТ
2015



УДК 330.1(08)

ББК 65я43

С23

Сборник лучших выпускных работ — 2015 [Электронный ресурс] / С23 Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики», ф-т экономических наук ; науч. ред. Д. С. Карабекян. — Электрон. текст. дан. (3,7 Мб). — М. : Изд. дом Высшей школы экономики, 2016. — ISBN 978-5-7598-1503-7.

В сборник вошли лучшие выпускные работы бакалавров и магистерские диссертации, отобранные государственными аттестационными комиссиями факультета экономических наук Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» по результатам защиты 2015 г. и рекомендованные к опубликованию.

Для преподавателей, студентов и аспирантов экономических специальностей.

УДК 330.1(08)

ББК 65я43

ISBN 978-5-7598-1503-7

© Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», 2016

© Оформление. Издательский дом Высшей школы экономики, 2016

Содержание

<i>М.З. Арутюнян</i> Реакция инвесторов на объявление о выплате дивидендов компаниями с развивающихся рынков	4
<i>Д.А. Васильев</i> Моделирование и оптимизация опционных портфелей на основе функций предпочтений инвестора	23
<i>Д.А. Воронцов</i> Влияние фактора валютного риска на затраты на собственный капитал.....	40
<i>Д.А. Герчик</i> Рост в модели монополистической конкуренции	66
<i>Д.Р. Губаева</i> Оценка эффективности долгосрочных инвестиционных стратегий	89
<i>Л.Г. Казарян</i> Оценка рисков на финансовых рынках с учетом скорости сходимости к нормальному распределению	117
<i>А.А. Кузнецова</i> Методы регуляризации для отбора признаков в линейных классификаторах и их применение в банковской клиентской аналитике	139
<i>В.А. Романко</i> Интегрированная модель оценки роста компании	162
<i>К.Р. Сайдашев</i> Оценка эффективности сделок слияний и поглощений в банковском секторе США (на примере банковских конгломератов)	176
<i>А.А. Ужегов</i> Модельное описание закономерностей поведения агрегированного домохозяйства в экономике Российской Федерации.....	195

М.З. Арутюнян

Научный
руководитель —
Н.К. Пирогов
Департамент
финансов

Реакция инвесторов на объявление о выплате дивидендов компаниями с развивающихся рынков

Работа посвящена анализу реакции инвесторов на объявление о выплате дивидендов на развивающихся рынках. На основании данных об объявлении дивидендов в России, Индии, Бразилии и Китае за период с 2009 по 2014 г. проводится масштабный событийный анализ, в результате которого делается вывод о значимом положительном и отрицательном влиянии на акции событий по объявлению увеличения и уменьшения дивидендов соответственно. При этом рынок более масштабно реагирует на события по уменьшению дивидендов, чем на события по их увеличению. Регрессионный анализ выявляет основные детерминанты размера дивидендных выплат и масштаба реакции инвесторов на объявление о дивидендах. Результаты показывают, что реакция инвесторов, выраженная в аномальных доходностях, не учитывает будущей прибыльности компаний, т.е. рынок не усваивает сигнала менеджмента о перспективах компании.

Введение

Несмотря на то что дивидендная политика является одной из наиболее активно исследуемых тем в корпоративных финансах с 1950-х годов, до сих пор существуют противоречивые точки зрения относительно причин изменения дивидендных выплат. Так, часть авторов убеждена в том, что изменения в размере дивидендных платежей сигнализируют о будущих перспективах компании [Aharony, Swary, 1980; Chen, Wu, 1999]. Другая часть исследователей утверждает, что рост и падение дивидендов обусловлены только прошедшими событиями и не свидетельствуют о будущей рентабельности компании [Benartzi et al., 1997]. Существует также мнение, что инвесторы с разной силой реагируют на объявления об увеличении и уменьшении дивидендов:

в работах [Larkin et al., 2013; Michaely et al., 1995] авторы предполагают, что реакция инвесторов на уменьшение выплаты более масштабна. Однако статистическая значимость данных различий в статьях не проверяется.

Новизна данного исследования состоит в том, что в работе изучается реакция инвесторов на объявление о выплате дивидендов компаниями сразу с нескольких развивающихся рынков капитала (Россия, Индия, Бразилия и Китай) за период с 2009 по 2014 г. Далее выявляется значимость разницы между масштабом реакции на увеличение дивиденда и масштабом реакции на уменьшение дивиденда за этот период. В работе также сравниваются реакции инвесторов на события об уменьшении, невыплате и перманентном прекращении дивидендных выплат. Наконец, определяются детерминанты дивидендных выплат, а также те детерминанты, которые влияют на реакцию инвесторов об объявлении дивидендов на развивающихся рынках. Актуальность исследования обосновывается как существующими разногласиями экономистов, так и недостаточной исследованностью развивающихся рынков.

1. Краткий обзор литературы по данной тематике

1.1. Эмпирические исследования реакции инвесторов на объявление о дивидендах

Существует множество эмпирических исследований по теме реакции инвесторов на объявление о выплате дивидендов. Наиболее популярные статьи базировались на выборке из компаний с развитым рынком капитала. Многие авторы пришли к выводу, что неизменность дивидендов приводит к нормальным доходностям компаний, в то время как увеличение и уменьшение дивидендов ведет к положительной и отрицательной аномальным доходностям акций компании соответственно [Aharony, Swary, 1980; Pettit, 1972].

Экономистами также было отмечено, что отрицательная реакция на уменьшение дивидендов, как правило, масштабнее положительной реакции на увеличение дивидендов [Larkin et al., 2013], однако статистическая значимость различий в реакциях нигде не проверялась. Аналогично информация о перманентном прекращении дивидендных выплат компанией ведет к большим аномальным доходностям, чем информация об иницировании дивидендов компанией [Asquith, Mullins, 1983; Michaely et al., 1995].

Некоторые авторы предполагают, что объявленные дивиденды могут дать информацию о будущей рентабельности и общих перспективах компании [Aharony, Swary, 1970; Chen, Wu, 1999; Asquith, Mullins, 1983]. Существует обратная точка зрения: объявленные дивиденды сильно зависят от текущих и прошедших прибылей, но связь с будущими прибылями статистически незначима [Benartzi et al., 1997].

1.2. Исследования детерминантов дивидендных выплат

Показатель рентабельности является определяющим при решении о дивидендных выплатах согласно [Lintner, 1956]. В соответствии с сигнальной теорией дивидендов текущие дивиденды отражают будущие перспективы фирм, таким образом, будущая рентабельность компании положительно влияет на выплаты в текущем периоде [Bhattacharya, 1979; Miller, Rock, 1985].

Согласно работам [Fama, French, 2001] и [Denis, Osobov, 2008] компании, находящиеся на стадии роста и вкладывающие значительную часть прибыли в финансирование крупных инвестиционных проектов, будут платить низкие дивиденды.

В статьях [Fama, French, 2001] и [Al-Malkawi, 2007] отмечается, что крупные компании имеют больше доступа к рынкам капитала, а значит, могут привлекать заемные средства по относительно более низким ставкам, реже зависят от внутреннего финансирования, и, следовательно, платить больше дивидендов.

Процентные выплаты по долгу сокращают потенциальные средства для дивидендных выплат и негативно влияют на размер дивидендов [Aivazian et al., 2003; Al-Malkawi, 2007].

Влияние инсайдерского владения акциями на дивиденды неоднозначно: с одной стороны, оно положительное, поскольку таким образом инсайдеры получают больше экономических выгод в виде дивидендных выплат [Kumar, 2006; Mehar, 2005], но с другой стороны, отрицательное, так как с ростом доли акций, которыми владеют инсайдеры, интересы менеджеров и внешних акционеров выравниваются и необходимость регулирования агентской проблемы снижается, а значит, появляется возможность платить меньше дивидендов [Al-Malkawi, 2007].

Авторы клиентской теории дивидендов считают, что владение компанией со стороны институциональных инвесторов позитивно влияет на уровень дивидендов [Khan, 2006; Al-Malkawi, 2007].

2. Теоретическая модель

2.1. Два метода исследования: событийный и регрессионный анализы

Для проведения событийного анализа с использованием статистического пакета STATA за основу бралось исследование [MacKinlay, 1997]. Целью данного анализа является определение значимости влияния объявления о выплате дивидендов на цены акций компании.

Нулевая и альтернативная гипотезы сформулированы следующим образом.

H0: Объявление о дивидендах не оказывает значимого влияния на цены акций.

H1: Объявление о росте (падении) дивидендных выплат ведет к позитивной (негативной) реакции рынка, которая выражается в значимых положительных (отрицательных) сверхдоходностях.

В данном исследовании гипотезы тестировались на разных окнах (3 дня, 11 дней и 21 день) с прогнозным периодом в 120 дней. Для расчета ожидаемых доходностей была использована рыночная модель, так как, согласно мнению авторов [Bekaert, Harvey, 2002], *SAPM* не подходит для использования на развивающихся рынках капитала вследствие высокого уровня сегментации и наличия инсайдерской торговли на рынке.

Полученная средняя кумулятивная абнормальная доходность ($CAAR_t$) за полное окно события по каждому типу события в отдельности проверялась на значимость. В результате делался вывод о том, значимо ли влияли объявления о дивидендах на цены акций компании.

Для того чтобы проверить статистическую значимость разницы между масштабом реакции на увеличение и падение дивидендов, будет использован *t*-тест для сравнения средних выборок *CAR* по увеличению и уменьшению дивидендов. Все *CAR* по плохим событиям были умножены на минус единицу для создания однонаправленности данных. Гипотеза формулируется следующим образом:

H2: Масштабы реакции инвесторов на увеличение и уменьшение дивидендов не отличаются друг от друга ($CAAR_1 = CAAR_2$).

В случае когда гипотеза будет отвергнута, будет сделан вывод, что на какой-то тип событий (предположительно на «плохие» события) инвесторы реагируют сильнее.

Регрессионный анализ по выявлению детерминантов дивидендной политики проводится на панельных данных. Важным этапом является выбор наиболее подходящей модели регрессии: сквозной, с фиксированными индивидуальными эффектами или со случайными индивидуальными эффектами. Наилучшая модель будет определена по результатам тестов Вальда, Бройша — Пагана и Хаусмана.

2.2 Построение теоретической модели

По результатам анализа статей были выделены следующие гипотезы (табл. 1).

Таблица 1

Гипотезы	Прокси-переменные
Н3: Дивидендные выплаты являются инструментом снижения агентских издержек	<i>PCT_INSIDER_SHARES_OUT</i> : процент владения инсайдерами
Н4: Структура собственников значительно влияет на дивидендные выплаты	<i>EQY_INST_PCT_SH_OUT</i> : процент владения институциональными собственниками <i>BS_PERCENT</i> _ <i>OF_FOREIGN_OWNERSHIP</i> : процент владения иностранными собственниками
Н5: Текущая рентабельность положительно влияет на дивидендные выплаты за период	<i>EARN</i> : отношение чистой прибыли к балансовой стоимости активов за текущий год
Н6: Будущая рентабельность положительно влияет на дивидендные выплаты за период	<i>EARN_FUTURE</i> : отношение чистой прибыли к балансовой стоимости активов за будущий период
Н7: Большие инвестиционные возможности уменьшают стимулы компании платить дивиденды	<i>CAPEX</i> : отношение капитальных затрат к активам
Контрольные переменные	<i>SIZE</i> : рыночная капитализация компании <i>DEBT</i> : отношение балансовой стоимости долга к балансовой стоимости собственного капитала

Гипотезы	Прокси-переменные
Зависимая переменная	<i>DVD</i> : отношение суммарных дивидендных выплат к балансовой стоимости активов

Регрессионная модель выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}
 DVD_{i,t} = & \gamma_0 + \gamma_1 PCT_INSIDER_SHARES_OUT_{i,t} + \\
 & + \gamma_2 EQY_INST_PCT_SH_OUT_{i,t} + \\
 & + \gamma_3 BS_PERCENT_OF_FOREIGN_OWNERSHIP_{i,t} + \gamma_4 EARN_{i,t} + \\
 & + \gamma_5 EARN_FUTURE_{i,t} + \gamma_6 CAPEX_{i,t} + \gamma_7 SIZE_{i,t} + \gamma_8 DEBT_{i,t} + u_{i,t},
 \end{aligned}$$

где i — номер фирмы от 1 до N , а t — период времени с 2009 по 2014 г.

3. Результаты исследования реакции инвесторов на объявление о дивидендах

3.1. Описание данных, использованных в исследовании

Данные для исследования были получены из базы Bloomberg за период с 2009 по 2014 г.

Выборки были подобраны на основании следующих критериев. Во-первых, наличие необходимых данных по каждой компании. Во-вторых, отсутствие кризисных 2007 и 2008 гг. (в эти годы многие компании не выплачивали дивидендов). В-третьих, отбор тех компаний, которые платят дивиденды категории «Regular Cash» на ежегодной основе, чтобы избежать наложения одних событий на другие и «шума» в абнормальных доходностях. Были исключены объявления, сделанные в течение 11 торговых дней до или после объявлений о прибылях во избежание перекрытия окон событий.

В результате получено 745 событий об объявлении дивидендов по 517 компаниям. Из них 438 событий составили объявления по увеличению, уменьшению и неизменности дивидендов (по 318 компаниям) (табл. 2).

Распределение объявленных дивидендов по секторам принадлежности представлено в табл. 3.

Оставшиеся 307 событий по 199 компаниям были представлены объявлениями о невыплате дивидендов за текущий период и объяв-

Таблица 2. Распределение объявлений о дивидендах по странам

Страна	Количество
Индия	203
Китай	174
Бразилия	34
Россия	27
Итого	438

Таблица 3. Распределение объявлений о дивидендах по секторам экономики

Сектор	Количество
Материалы	165
Потребительские товары	85
Потребительские услуги	132
Индустриальный сектор	38
Нефтегазовый сектор	18
Итого	438

лениями о перманентном прекращении дивидендных выплат. В свою очередь, в выборку для анализа панельных данных было включено 1268 публичных компаний нефинансового сектора из стран Индии, Китая, Бразилии и России.

Для расчета доходности рынка были взяты котировки основных рыночных индексов по каждой из стран: S&P CNX 500 — для Индии, SSE Composite — для Китая, IBOVESPA — для Бразилии и РТС — для России.

3.2. Результаты событийного анализа

Гипотезы проверялись отдельно для каждого из типов события на разных окнах события (3 дня, 11 дней и 21 день).

H0: CAAR событий по объявлению увеличения/уменьшения/неизменности дивидендов статистически неотличны от нуля.

При этом альтернативные гипотезы выглядят следующим образом.

H1: CAAR событий по объявлению увеличения/уменьшения/неизменности дивидендов положительны/отрицательны/отличны от нуля.

Были получены следующие результаты согласно критическим значениям двухсторонних t -статистик для 1, 5 и 10%-ных уровней значимости соответственно (табл. 4).

Таблица 4. Результаты CAAR (%) для разных типов событий

Тип события	Кол-во событий
Увеличение	152
Уменьшение	103
Неизменность	183

Показатель	Увеличение	Уменьшение	Неизменность
CAAR (-10, 10)	-0,11	-2,22**	-0,36
CAAR (-5, 5)	0,19	-1,04	0,10
CAAR (-1, 1)	0,71**	-1,00***	0,33

*, **, *** Значимость на уровне 10; 5; 1%.

В целом сохраняется тенденция положительной абнормальной доходности на рынке для объявлений об увеличении дивидендов, отрицательной — для объявлений об уменьшении дивидендов и нулевой (т.е. незначимой) — при неизменности дивидендов, что согласуется с сигнальной теорией дивидендов, а также с теми результатами, которые были получены эмпирически на выборках с развитых рынков капитала [Pettit, 1972; Aharony, Swary, 1980]. При этом рынок достаточно эффективен, потому что практически все значимые абнормальные доходности находятся в наиболее коротком окне события $[-1, 1]$.

На графиках CAAR видны повышательные и понижительные тренды для случаев объявления о росте и о падении дивидендов соответственно (см. приложение 1).

По графику (рис. 1) и табл. 4 видно, что реакция инвесторов на объявление о падении выплат более выражена, чем реакция на объявление об увеличении, что согласуется с предположением авторов [Larkin et al., 2013]. Для выявления статистической значимости данной разницы формулируется следующая гипотеза.

H2: Масштабы реакции инвесторов на увеличение и уменьшение дивидендов не отличаются друг от друга.

При проведении теста (см. приложение 2) гипотеза H2 отвергается при 10%-ной значимости на окне $[-10, 10]$. Таким образом, реакция

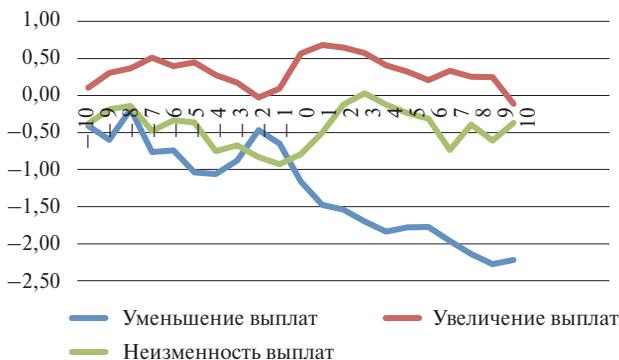


Рис. 1. Средние кумулятивные абнормальные доходности CAAR в окне события, %

инвесторов на объявление о падении дивидендов значимо сильнее, чем реакция на объявление о росте дивидендов.

Аналогичное исследование было проведено для случаев уменьшения дивидендов, невыплаты за период и перманентного прекращения выплат (см. приложение 3). В результате была получена значимо негативная реакция рынка на все типы событий на окне $[-10, 10]$. В ходе дальнейшего анализа попарного сравнения средних в выборках (см. приложение 2) выявлено, что статистически показатели CAAR не отличаются друг от друга: инвесторы одинаково негативно реагируют на объявления обо всех трех типах событий.

3.3. Результаты регрессионного анализа

3.3.1. Анализ детерминантов дивидендных выплат

В результате проведения тестов Вальда, Бройша — Пагана и Хаусмана было принято решение о выборе регрессионной модели с фиксированным эффектом, как наиболее адекватной для нашего анализа. При этом было получено (см. приложение 4), что основными детерминантами дивидендных выплат являются текущая и будущая рентабельности компании: при росте данных показателей на 1% их маржинальный эффект на дивиденды — +1,1% и +2,3% соответственно (на 1%-ном уровне значимости), что подтверждает теорию Линтнера [Lintner, 1956] и сигнальную теорию [Bhattacharya, 1979; Miller, Rock, 1985].

Структура капитала оказывает значимое отрицательное влияние на уровне значимости 1%: увеличение финансового рычага на 1% уменьшает дивиденды на 0,37%. Таким образом, подтверждаются результаты, полученные в статье [Aivazian et al., 2003].

Кроме того, высокие инвестиционные возможности также негативно влияют на дивидендные выплаты: рост прокси-показателя на 1% снижает дивидендные выплаты на 0,6% (на 10%-ном уровне значимости). Данный результат согласуется с работами [Fama, French, 2001; Aivazian et al., 2003; Denis, Osobov, 2008].

Слабые положительные и отрицательные влияния на дивиденды оказывают процент институциональных владельцев акций и процент акционеров-инсайдеров соответственно (значимо на 10%-ном уровне значимости). Это интуитивно объясняется тем, что институциональным инвесторам важна не столько величина, сколько сглаженность дивидендов, в то время как инсайдеры-акционеры намеренно повышают дивиденды, чтобы увеличить собственный компенсационный пакет выплат. При этом сглаженность дивидендов не была измерена, так как временной ряд достаточно короткий для подобного исследования. В то же время инсайдеры, становясь акционерами, намеренно завышают дивиденды с целью увеличения собственного компенсационного пакета (что подтверждает результаты [Kumar, 2006; Mehar, 2005]).

И наконец, размер фирмы и доля иностранных акционеров не оказали существенного влияния на размер дивидендов.

Дополнительный регрессионный анализ не выявил проблемы мультиколлинеарности между показателями текущей и будущей прибыльности компании (см. приложение 4).

3.3.2. Анализ реакции инвесторов на объявление дивидендов

Были выдвинуты следующие гипотезы для анализа реакции инвесторов на объявление дивидендов (выраженной в показателе *CAAR*).

H8: Будущая рентабельность компании положительно влияет на CAAR в текущем периоде.

H9: Объявления о росте и неизменности дивидендов в отличие от объявлений о падении дивидендов положительно влияют на CAAR.

H10: Большие инвестиционные возможности отрицательно влияют на CAAR.

Контрольной переменной является уровень долга (ожидаемая зависимость отрицательна).

Для тестирования гипотез были взяты показатели *EARN_FUTURE*, *CAPEX*, *DEBT* и дамми-переменная (равна 1 в случае позитивного события и 0 — в случае негативного). Зависимая переменная — реакция инвесторов на объявление дивидендов (*CAAR* на окне $[-10, 10]$).

По результатам тестов Вальда и Бройша — Пагана была выбрана модель сквозной регрессии. Согласно полученным результатам (см. приложение 4) структура капитала положительно влияет на реакцию инвесторов (на 1%-ном уровне значимости). Интуитивно это объясняется тем, что в случае, когда компания является достаточно закредитованной и направляет большие средства на процентные выплаты, инвесторы ценят тот факт, что подобная компания все же выплачивает дивиденды. При этом дамми-переменная типа события (падение или рост дивидендов) значима на 10%, таким образом *CAAR* при объявлении о росте выплат значимо выше, чем при объявлении о падении выплат, что подтверждает результаты событийного анализа. Значимого влияния будущей рентабельности и инвестиционных возможностей не было выявлено, однако *p-value* переменной будущей рентабельности составляет всего 0,129, т.е. данный показатель близок к тому, чтобы значимо положительно влиять на реакцию инвесторов в текущем периоде.

Заключение

В работе проанализирована реакция инвесторов на объявление о выплате дивидендов компаниями с развивающихся рынков Китая, Индии, Бразилии и России за период с 2009 по 2014 г.

Проведен обширный событийный анализ на основе выборки из 745 объявлений по 517 компаниям о дивидендных выплатах. Анализ реакции инвесторов выявил, что объявление о дивидендных выплатах несет в себе новую и полезную информацию. Так, инвесторы реагируют положительно на увеличение дивидендов, отрицательно — на уменьшение и незначимо — на неизменность выплат. Полученные результаты согласуются с сигнальной теорией дивидендов и результатами эмпирических исследований развитых рынков капитала [Pettit, 1972; Aharony, Swary, 1980]. При этом было доказано, что рынок значительно масштабнее реагирует на объявления о снижении дивидендов, чем на объявления о повышении дивидендов, тем самым было представлено эмпирическое подтверждение идей [Larkin et al., 2013] и [Michaely et al., 1995]. Инвесторы также негативно воспринимают информацию

о невыплате и перманентном прекращении дивидендных выплат, однако по силе и масштабу их реакция статистически неотлична от реакции на уменьшение дивидендов.

Регрессионный анализ на основе имеющихся панельных данных по 1268 компаниям выявил основные детерминанты дивидендной политики: текущую и будущую прибыльности компаний, структуру капитала, наличие инвестиционных возможностей, а также доли инсайдерского и институционального владения акциями.

Дальнейший регрессионный анализ показал, что реакция инвесторов, выраженная в аномальных доходностях, не учитывает будущей прибыльности компаний, т.е. рынок не усваивает сигнала менеджмента о будущих перспективах компании. Инвесторы также высоко ценят объявления о любых дивидендных выплатах от компаний с высоким уровнем долга. И наконец, инвесторы различают «хорошие» события (увеличение дивидендов) и «плохие» (уменьшение дивидендов): реакция на увеличение дивидендов значимо положительнее, чем реакция на уменьшение дивидендов.

Литература

Aharony J., Swary I. Quarterly Dividend and Earnings Announcements and Stockholders' Returns: An Empirical Analysis // *The Journal of Finance*. 1980. Vol. 35. No. 1. P. 1–12.

Aivazian V. et al. Do Emerging Market Firms Follow Different Dividend Policies from U.S. Firms? // *The Journal of Financial Research*. 2003. Vol. 26. Iss. 3. P. 371–387.

Al-Malkawi H.-A.N. Determinants of Corporate Dividend Policy in Jordan: An Application of the Tobit Model // *Journal of Economic & Administrative Sciences*. 2007. Vol. 23. No. 2. P. 44–70.

Asquith P., Mullins D.W. The Impact of Initiating Dividend Payments on Shareholders' Wealth // *Journal of Business*. 1983. Vol. 56. P. 77–96.

Bekaert G., Harvey C.R. Research in Emerging Market Finance: Looking to the Future // *Emerging Markets Review*. 2002. Vol. 3. P. 429–448.

Benartzi S., Michaely R., Thaler R. Do Changes in Dividends Signal the Future or the Past? // *The Journal of Finance*. 1997. Vol. LII. No. 3. P. 1007–1034.

Bhattacharya S. Imperfect Information, Dividend Policy, and “The Bird in the Hand” Fallacy // *The Bell Journal of Economics*. 1979. Vol. 10. No. 1. P. 259–270.

Chen C., Wu C. The Dynamics of Dividends, Earnings and Prices: Evidence and Implications for Dividend Smoothing and Signaling // *Journal of Empirical Finance*. 1999. Vol. 6. Iss. 1. P. 29–58.

Denis D.J., Osobov I. Why Do Firms Pay Dividends? International Evidence on the Determinants of Dividend Policy // Journal of Financial Economics. 2008. Vol. 89. Iss. 1. P. 62–82.

Fama E., Babiak H. Dividend Policy. An Empirical Analysis // Journal of the American Statistical Association. 1968. Vol. 63. No. 342. P. 1132–1161.

Fama E., French K.R. Disappearing Dividends: Changing Firm Characteristics or Lower Propensity to Pay? // Journal of Financial Economics. 2001. Vol. 60. No. 1. P. 3–43.

Khan T. Companies' Dividend and Ownership Structure: Evidence from UK Panel Data // The Economic Journal. 2006. Vol. 116. P. 172–189.

Kumar J. Corporate Governance and Dividend Policy in India // Journal of Emerging Market Finance. 2006. Vol. 5. No. 5. P. 15–58.

Larkin Y., Leary M., Michaely R. Do Investors Value Dividend Smoothing Stocks Differently? Johnson School Research Paper Series No. 17-2012. 2013.

Lintner J. Distribution of Incomes of Corporations Among Dividends, Retained Earnings, and Taxes // American Economic Review. 1956. Vol. 46. No. 2. P. 97–113.

MacKinlay A.C. Event Studies in Economics and Finance // Journal of Economic Literature. 1997. Vol. 35. P. 13–39.

Mehar A. Corporate Governance and Dividend Policy // Pakistan Economic and Social Review. 2005. Vol. XLIII. P. 115–128.

Michaely R. et al. Price Reactions to Dividend Initiations and Omissions: Overreacting or Drift? // Journal of Finance. 1995. Vol. 50. P. 573–608.

Miller M., Rock K. Dividend Policy under Asymmetric Information // Journal of Finance. 1985. Vol. 40. Iss. 4. P. 1031–1051.

Pettit R. Dividend Announcements, Security Performance, and Capital Market Efficiency // The Journal of Finance. 1972. Vol. 27. No. 5. P. 993–1007.

Rozeff S. Growth, Beta and Agency Costs as Determinants of Dividend Payout Ratios // The Journal of Financial Research. 1982. Vol. 5. P. 249–259.

Приложения

Приложение 1

Средние и средние кумулятивные доходности в окне события (21 день)

Показатель	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
Увеличение дивиденда											
AR, %	0,11	0,20	0,06	0,15	-0,12	0,05	-0,17	-0,11	-0,20	0,12	0,48
CAR, %	0,11	0,30	0,37	0,51	0,39	0,45	0,28	0,17	-0,03	0,09	0,57
Неизменность дивиденда											
AR, %	-0,38	0,20	0,04	-0,34	0,14	-0,02	-0,39	0,08	-0,16	-0,10	0,14
CAR, %	-0,38	-0,19	-0,14	-0,48	-0,34	-0,36	-0,75	-0,67	-0,83	-0,93	-0,79
Уменьшение дивиденда											
AR, %	-0,41	-0,19	0,42	-0,58	0,02	-0,30	-0,02	0,19	0,41	-0,18	-0,51
CAR, %	-0,41	-0,60	-0,19	-0,76	-0,74	-1,04	-1,06	-0,87	-0,47	-0,65	-1,16
Невыплата дивиденда											
AR, %	-0,12	-0,06	0,07	-0,04	-0,25	-0,07	-0,17	0,22	0,23	-0,20	-0,12
CAR, %	-0,12	-0,18	-0,11	-0,15	-0,39	-0,47	-0,64	-0,41	-0,18	-0,38	-0,50
Прекрашение дивидендных выплат											
AR, %	0,59	0,45	-0,24	-0,14	-0,37	-0,75	-0,41	0,69	0,10	-0,88	-0,47
CAR, %	0,59	1,04	0,81	0,67	0,29	-0,46	-0,88	-0,18	-0,08	-0,96	-1,42

Показатель	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Увеличение дивиденда											
AR, %	0,48	0,11	-0,03	-0,07	-0,17	-0,09	-0,11	0,13	-0,08	-0,01	-0,36
CAR, %	0,57	0,68	0,65	0,57	0,41	0,32	0,21	0,33	0,25	0,25	-0,11
Неизменность дивиденда											
AR, %	0,14	0,29	0,38	0,15	-0,16	-0,11	-0,08	-0,42	0,34	-0,21	0,24
CAR, %	-0,79	-0,50	-0,12	0,03	-0,13	-0,24	-0,31	-0,73	-0,39	-0,61	-0,37
Уменьшение дивиденда											
AR, %	-0,51	-0,31	-0,06	-0,16	-0,14	0,06	0,00	-0,19	-0,18	-0,14	0,06
CAR, %	-1,16	-1,48	-1,54	-1,70	-1,83	-1,78	-1,78	-1,96	-2,14	-2,28	-2,22
Невыплата дивиденда											
AR, %	-0,12	-0,17	-0,32	-0,19	0,15	-0,19	0,00	0,07	-0,09	-0,05	-0,01
CAR, %	-0,50	-0,67	-1,00	-1,18	-1,04	-1,23	-1,22	-1,16	-1,25	-1,30	-1,31
Прекращение дивидендных выплат											
AR, %	-0,47	0,45	-0,07	-0,38	-0,30	-0,03	-0,00	0,33	-1,11	-0,46	-0,59
CAR, %	-1,42	-0,97	-1,04	-1,43	-1,73	-1,75	-1,76	-1,43	-2,54	-2,99	-3,58

Тест на попарное сравнение CAAR на окне [-10, 10]

По объявлениям увеличения и уменьшения дивидендов:

Показатель	Увеличение	Уменьшение
Кол-во событий	152	103
CAAR, %	-0,11	2,22
σ^2	154,23	145,16

Показатель	Значение
σ^2	2,42
Df	224
<i>t</i> -stat.	1,50
<i>t</i> -critical ($\alpha = 10\%$)	1,29

По объявлениям уменьшения, невыплаты и прекращения выплат:

Показатель	Уменьшение	Невыплата	Прекращение выплат
Кол-во событий	103	307	24
CAAR, %	-2,22*	-1,31**	-3,60**
σ^2	145,16	140,63	82,55

Показатель	Уменьшение и невыплата	Уменьшение и прекращение	Невыплата и прекращение
σ^2	1,87	4,85	3,90
Df	173	44	29
<i>t</i> -stat.	0,67	0,62	1,15
<i>t</i> -critical ($\alpha = 10\%$)	1,29	1,30	1,31
Вывод	Не отвергается	Не отвергается	Не отвергается

**Результаты *t*-статистики и СААР
для разных типов событий**

<i>t</i> -statistics	Уменьшение	Невыплата	Прекращение выплат
Кол-во событий	103	307	24
<i>t</i> -stat. (-10, 10)	-1,87**	-1,94**	-1,93**
<i>t</i> -stat. (-5, 5)	-1,21	-1,56*	-1,26
<i>t</i> -stat. (-1, 1)	-2,49***	-1,74**	-1,1

%	1	5	10
<i>t</i> -critical	2,35	1,65	1,29

СААР, %	Уменьшение	Невыплата	Прекращение выплат
(-10, 10)	-2,22**	-1,31**	-3,60**
(-5, 5)	-1,04	-0,83*	-2,47
(-1, 1)	-1,00***	-0,50**	-0,89

*, **, *** Значимость на уровне 10; 5; 1%.

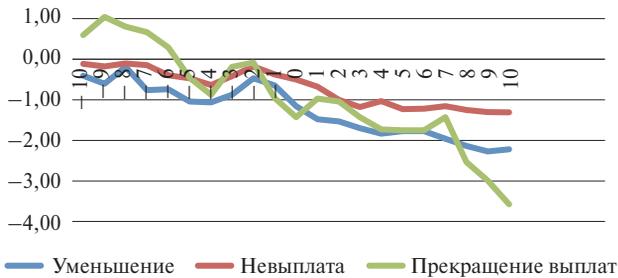


Рис. 2. Средние кумулятивные абнормальные доходности СААР в окне события, %

**Результаты тестирования модели
с фиксированными эффектами**

variables			div.
earn			1,081 (7,59)***
earn_future			2,271 (4,29)***
capex			-0,592 (1,76)*
size			-0,000 (0,91)
debt			-0,368 (6,94)***
pct_insider_shares_out			0,002 (1,90)*
bs_percent_of_foreign_ownership			-0,002 (0,54)
eqy_inst_pct_sh_out			-0,003 (1,68)*
_cons			1,317 (18,27)***
R^2			0,13
N			1,268

Standard errors in parentheses

* $p < 0,1$; ** $p < 0,05$; *** $p < 0,01$.

В скобках — стандартная ошибка.

Результаты тестирования сквозной регрессионной модели

variables	caar2
earn_future	24,960 (1,52)
capex	15,594 (1,25)
debt	2,900 (5,16)***
l.event	3,171 (1,76)*
_cons	-4,623 (2,41)**
R^2	0,10
N	283

Standard errors in parentheses

* $p < 0,1$; ** $p < 0,05$; *** $p < 0,01$.

В скобках — стандартная ошибка.

Показатели VIF для переменных earn и earn_future

	VIF	R_j^2
earn	1,48	0,326
earn_future	1,01	0,0111

Д.А. Васильев
Научный
руководитель —
В.А. Родина
Департамент
финансов

Моделирование и оптимизация опционных портфелей на основе функций предпочтений инвестора

Данное исследование представляет собой подход к построению структурированного опционного продукта, основанного на максимизации конечных денежных выплат. Анализ базируется на данных российского срочного рынка (FORTS) за период с 1 апреля 2014 г. по 15 апреля 2015 г. В работе — две главные задачи. Первая заключалась в исследовании и формализации предпочтений российских трейдеров. Функции, основанные на индексах волатильности RVI и RTSVX, позволили описать эти предпочтения. Вторая задача состояла в демонстрации процесса моделирования с учетом функции предпочтений, построении инвестиционной стратегии на базе полученных опционных портфелей и сравнении результатов со стратегиями покупки и удержания фьючерса и базового актива. Оптимизированный портфель продемонстрировал наилучшие значения показателей инвестиционной эффективности, основанных на портфельной теории Марковица. Таким образом, дополненная модель может быть использована различными финансовыми институтами в целях формирования для клиентов оптимального продукта. Данный подход сможет облегчить работу с теми инвесторами, которые не имеют четких инвестиционных предпочтений.

1. Предпосылки исследования

В современном обществе все большей популярностью пользуются различные финансовые продукты. Под ними в данном случае понимаются инвестиционные и торговые стратегии, которые дают возможность инвесторам изменять конкретную финансовую ситуацию. Одними из самых распространенных финансовых продуктов, которые позволяют ограничить вероятность нежелательного исхода при сохра-

нении вероятности выгодного, являются опционные комбинации. Существует большое количество широко распространенных опционных стратегий, которые заработали популярность у финансовых агентов благодаря своей понятности и практичности. Однако эти свойства также обусловили и важные недостатки. С одной стороны, ввиду своей простоты указанные стратегии не всегда отвечают требованиям, предъявляемым к ним потенциальными инвесторами. С другой стороны, рядовые инвесторы в силу различных причин не всегда могут точно сформулировать свои требования к параметрам продукта, что затрудняет работу продавцов. Особенно заметно это проявляется при торговле сложными опционными продуктами.

Цель данного исследования — попытаться разрешить два вышеописанных затруднения.

Обзор теоретических направлений

Данная работа находится на стыке двух направлений экономической науки — моделирования опционных портфелей и изучения отношения к риску инвесторов. Следовательно, теоретические разделы, а также связанные с ними исследования можно разделить на две группы. Первая охватывает процесс конструирования опционных портфелей и их оптимизации, вторая — различные методики изучения настроений инвесторов.

Вайн, Натенберг, Халл в своих трудах [Вайн, 2003; Натенберг, 2007; Халл, 2008] подробно описывают опционы, их свойства, ценообразование и иные параметры, а также приводят примеры стратегий различного рода и условий, в которых они используются. В работах Курочкина, Пичугина [2005], Пичугина [2007], Недосекина [2005] представлены разработки эффективных методов оптимизации портфеля при условии наличия четких пожеланий инвесторов.

В процессе изучения настроений инвесторов возникло несколько подходов. В качестве наиболее известных и разработанных можно выделить следующие:

- анализ на основе индекса волатильности (VIX);
- анализ на основе прогнозов аналитиков;
- использование индикатора Put/Call;
- использование эмпирически построенной функции неприятия риска (RA);
- анализ на основе показателя денежности.

В результате тщательного изучения каждой методики было отдано предпочтение подходам на основе индексов рыночной волатильности (для российского рынка это индексы RVI и RTSVX) и использования показателя денежности.

Анализ настроения агентов на основе так называемого индекса волатильности (VIX) относится к 1993 г., когда показатель был впервые представлен Чикагской биржей (CBOE). Разработанный индекс имеет смысл «датчика страха инвестора» [Whaley, 2000]. В 2003 г. Чикагская биржа при сотрудничестве с Goldman Sachs обновила способ вычисления индекса [The CBOE Volatility Index..., 2003]. Изначально идея была освещена в работах [Brenner, Galai, 1989; Whaley, 2000].

Анализ ожидания инвесторов относительно будущего движения цен на основе показателя денежности (или, другими словами, определения уровня выплат по опционам в конкретный момент времени) применяется в работах [Chang, 2011; Brookfield, Ormrod, 2000; Bollen, Whaley, 2004].

2. Описание выборки и среды деятельности

Работа основывается на информации российского фондового рынка, а конкретно — на данных срочной секции Московской биржи (FORTS). Методы, применяемые в данной работе, обусловили выбор финансовых инструментов. Так, аналогом S&P 500 для российского рынка выступает индекс РТС, тогда как индексу VIX соответствуют RVI и RTSVX. Поскольку рассчитываться индекс RVI стал с 17 марта 2014 г., то и временной период, обусловивший формирование выборки, относительно короткий. Итоговая выборка включает 273 наблюдения — по числу торговых дней за рассматриваемый период (17.03.2014—15.04.2015). Данному временному промежутку соответствует информация по опционным сделкам в период дневной торговой сессии по следующим категориям: страйк, средневзвешенная цена за лот, расчетная цена, число сделок, объем торгов в контрактах, а также объем открытых позиций. В итоговую выборку также вошли котировки фьючерса на индекс РТС, значения самого базового актива и индексов волатильности RVI и RTSVX.

3. Результаты эмпирического исследования и их интерпретация

На первом этапе эмпирической части работы изучается поведение среднестатистического инвестора на российском рынке деривативов с целью использования полученных выводов для построения соответствующего структурированного опционного продукта на основе оптимизационной модели. Для этого потребуется:

- 1) охарактеризовать отношение к риску со стороны инвестора;
- 2) проверить целесообразность применения подходов на основе денежности и индексов волатильности в качестве инструментов для определения риск-предпочтений и ожиданий инвесторов;
- 3) сравнить их эффективность в качестве критериев оптимизации опционных портфелей;
- 4) сформировать функцию ожиданий инвестора относительно будущей динамики цен базового актива.

Вторым шагом является изменение рассматриваемой модели в рамках полученной функции. Теоретически итоговая модель позволит продавцам предлагать российским клиентам наиболее подходящий для них продукт, основываясь лишь на пожелании относительно стоимости и уровня максимальных потерь.

3.1. Исследование настроений инвесторов на российском рынке

Методология первого этапа основана на работах [Chang, 2011] и [Vandopadhyaya, Jones, 2011]. В первой работе наиболее полезным в рамках данного исследования видится построение показателя опционной денежности контракта и метод его дальнейшей корректировки путем исключения эффекта временного распада. Денежность в относительном выражении представлена следующими формулами:

$$M_t^C = S_t / X_T^C \quad \text{и} \quad M_t^P = X_T^P / S_t,$$

где M_t^C и M_t^P — денежность для опционов Call и Put в момент времени t ; X_T^C и X_T^P — цены страйков опционов Call и Put.

Для исключения эффекта временного распада показатели денежности централизовались.

Данные по стандартной и скорректированной опционной денежности, полученные по исследуемой выборке, приведены в табл. 1.

Таблица 1. Описательные статистики по исходной и скорректированной денежности

	M_T_PUT	M_T_CALL	AM_T_PUT	AM_T_CALL
Mean	0,93	0,95	8,13E-19	5,08E-17
Maximum	1,13	1,039	0,1431	0,0524
Minimum	0,79	0,75	-0,1149	-0,1715
Jarque-Bera	74,5	505,24	44,77	426,01
Probability	0,00	0,00	0,00	0,00

Из представленных данных по исходной денежности можно сделать вывод, что как Put-, так и Call-опционы покупаются «вне денег», что минимизирует издержки инвесторов, однако после очищения данных от эффекта временного распада видно, что инвесторы предпочитают покупать опционы «при своих». Данный вывод позволяет определить опционных трейдеров как *несклонных к риску*.

После получения скорректированной денежности становится возможным проверить гипотезы относительно поведения опционных трейдеров на рынке деривативов. В реалиях российского рынка невозможно применить регрессионную модель работы [Chang, 2011] для проверки гипотез в исходном виде по причине различий в связи между базовым активом и его производными. Поэтому в рамках данной работы будут проверены четыре из шести авторских гипотез.

1. Зависимость между денежностью и ценовой волатильностью базового актива отрицательная.
2. Зависимость между денежностью и объемом торгов опционными контрактами отрицательная.
3. Зависимость между денежностью и открытым интересом по опционам отрицательная.
4. Зависимость между денежностью и индексом рыночной волатильности (VIX) положительная для опционов Call и отрицательная для опционов Put.

Для проверки гипотез были построены два уравнения регрессии вида:

$$AM_t^C = \alpha + \beta_1 AM_{t-1}^C + \beta_2 \sigma_t^{Ri} + \beta_3 V_t^C + \beta_4 O_t^C + \beta_5 R_{t-1}^{RVI.RTSVX} + \varepsilon_t^C;$$

$$AM_t^P = \alpha + \beta_1 AM_{t-1}^P + \beta_2 \sigma_t^{Ri} + \beta_3 V_t^P + \beta_4 O_t^P + \beta_5 R_{t-1}^{RVI.RTSVX} + \varepsilon_t^P,$$

где AM_{t-1}^C и AM_{t-1}^P — лаги; σ_t^{Ri} — ценовая волатильность фьючерсов на индекс РТС в момент времени t ; V_t^C и V_t^P — изменения логарифмов

торговых объемов опционов Call и Put; O_t^c и O_t^p — логарифмы величин открытого интереса; $R_{t-1}^{RVI,RTSVX}$ — изменения индексов волатильности в момент $t - 1$.

Результаты регрессий GARCH(1;1) представлены в табл. 2, 3.

Таблица 2. GARCH-модель скорректированной денежности по опционам Put

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0,039982	0,023	1,76	0,078
AM_T_PUT(-1)*	0,484799	0,060	8,00	0,000
VOLAT_RI*	-20,20428	3,978	-5,08	0,000
DLNVP	-0,003078	0,003	-1,13	0,256
LNOP	-0,002124	0,002	-1,28	0,200
DLNRVI(-1)	-0,025250	0,025	-1,03	0,303
Variance Equation				
C	2,74E-05	1,78E-05	1,537	0,124
RESID(-1)^2*	0,151475	0,045	3,398	0,001
GARCH(-1)*	0,812150	0,051	16,054	0,000
R ²	0,489			
Adjusted R ²	0,479			
Log likelihood	639,9			
Durbin-Watson stat.	2,1			

Таблица 3. GARCH модель скорректированной денежности по опционам Call

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0,006794	0,021	-0,320	0,749
AM_T_CALL(-1)*	0,496723	0,069	7,235	0,000
GARCH01*	-10,75177	3,287	-3,271	0,001
DLNVC	-0,003451	0,003	-1,340	0,180
LNOC	0,001200	0,002	0,712	0,477
DLNRVI(-1)	-0,015530	0,021	-0,735	0,462
Variance Equation				
C	6,02E-05	3,99E-05	1,507	0,132
RESID(-1)^2*	0,117860	0,046	2,586	0,010

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
GARCH(-1)*	0,725532	0,136	5,344	0,000
R^2	0,507			
Adjusted R^2	0,497			
Log likelihood	689,1			
Durbin-Watson stat.	1,9			

* Коэффициенты, значимые на уровне 1%.

Исходя из результатов, можно сделать следующие выводы относительно проверяемых гипотез.

1. Отрицательная зависимость между денежностью и ценовой волатильностью базового актива статистически значима. Это означает, что опционные трейдеры выбирают опционы глубже «вне денег» в моменты, когда волатильность базового актива растет, и наоборот — когда волатильность снижается. Данный факт лишний раз подчеркивает важность опциона как инструмента торговли волатильностью.

2. Связь между объемами торгов опционами и их денежностью также получилась отрицательной, что соответствует выдвинутой гипотезе, однако ее следует отвергнуть, так как коэффициенты оказались статистически незначимыми.

3. Гипотезу об отрицательной зависимости между денежностью и открытым интересом следует отвергнуть, так как, во-первых, соответствующий знак был получен только в модели для опционов Put, во-вторых, в обеих моделях соответствующие коэффициенты получились незначимыми.

4. Вывод о принятии гипотезы о зависимости индексов волатильности RVI и RTSVX и опционной денежности сделать нельзя по причине незначимости обоих коэффициентов в моделях при соответствующих переменных.

После того как было эмпирически подтверждено наличие у опционных трейдеров неприятия к риску, можно перейти к проверке эффективности индексов волатильности российского рынка и параметра денежности в качестве индикаторов настроений инвесторов.

Для этого были построены следующие виды регрессионных моделей:

$$Ri_t = \alpha + \beta Ri_{t-1} + \varepsilon_t; \quad (1)$$

$$\varepsilon_t = \alpha + \beta f_{t-n} + e_t; \quad (2)$$

$$r_t = \alpha + \beta f_{t-n} + e_t, \quad (3)$$

где Ri_t — цены фьючерса на индекс РТС в момент времени t ; Ri_{t-1} — лаговая переменная; r — логарифмическая доходность; f_{t-n} — один из факторов (RVI_{t-n} ; $RTSVX_{t-n}$; $AM_{t-n}^{P,C}$), проверяемых в качестве индикаторов. Результаты регрессионной модели (1) представлены в табл. 4.

Таблица 4. Модель цены фьючерса на индекс РТС (1)

Variable	Coefficient	t-Statistic	Prob.
C	859,9235	1,019	0,3089
RI_T_(-1)	0,991799	127,350	0,0000
R^2	0,983624		

Вторым шагом стала регрессия остатков, полученных из модели (1), на каждый из индикаторов. Идея заключается в том, что оставшаяся часть дисперсии объясняется иными факторами, среди которых есть ожидания инвесторов. Значение n в моделях (2) и (3) подбиралось с помощью итераций, исходя из значимости получавшихся моделей и величины информационных критериев. Наиболее эффективными лагами для объяснения как изменений цены фьючерса на индекс РТС, так и его дневных доходностей получились 1-й и 31-й предшествующий день. Значение 31 может быть обусловлено тем фактом, что экспирация опционных контрактов происходит ежемесячно, а каждый из исследуемых индикаторов так или иначе основан на опционах. К тому же по определению индекс RVI представляет собой ожидания относительно именно месячной волатильности. Данная трактовка обусловила выбор 31 лага (лаг $t - 1$ был исключен).

3.2. Формирование функций предпочтения инвестора на основе инструментов RVI и $RTSVX$

До 2010 г. на российском фондовом рынке не существовало единого аналога американскому индексу волатильности, однако 7 декабря появился инструмент $RTSVX$ — российский индекс волатильности. Основным отличием $RTSVX$ от зарубежного эталона стало использование в российском индексе теоретической цены опционных контрактов по усеченному диапазону страйков. Однако использование

теоретических цен опционов при подсчете индекса RTSVX показало себя неэффективным на практике. Учтя предыдущие ошибки, с марта 2014 г. Московская биржа запустила расчет и публикацию нового индекса волатильности российского рынка — RVI. Сравнительный анализ методик расчета показал, что новый индекс является точной копией индекса Чикагской опционной биржи, за исключением элементов учета различий в базовых активах и ограничения количества страйков. Отличия между VIX и RVI носят скорее технический характер. Оба они являются процентными индикаторами ожидаемой месячной волатильности цены базового актива в годовом выражении. Подобная трактовка позволяет определить функцию ожиданий инвестора относительно ценовых колебаний в течение месяца. Так, например, если значение индекса в момент времени t достигло $y\%$, то в течение месяца инвестор ожидает изменение цен в $\frac{y\%}{\sqrt{12}}$. Поэтому функцию ожиданий можно формализовать, используя следующие рассуждения.

Инвестор предполагает, что цена будет находиться в промежутке $[M_{E1}; M_{E2}]$, следовательно, функция его ожиданий задается системой неравенств:

$$M_E : \begin{cases} M_E \geq M_{E1} \\ M_E \leq M_{E2} \end{cases}.$$

При этом ожидания относительно минимума и максимума цен заданы следующими уравнениями:

$$M_{E1} = \left(1 - \frac{Z_t}{\sqrt{12}}\right) \cdot M_t; \quad M_{E2} = \left(1 + \frac{Z_t}{\sqrt{12}}\right) \cdot M_t,$$

где M_{E1} — предположения инвестора относительно минимального значения цены фьючерса на индекс РТС на момент экспирации T ; M_{E2} — предположения инвестора относительно максимального значения цены фьючерса на индекс РТС на момент экспирации; Z_t — соответствующие значения индексов RVI и RTSVX в момент времени t .

3.3. Модель оптимизации портфеля, дополненная функцией ожиданий инвестора

В рамках данного исследования требуется принять предпосылку о том, что ведущим мотивом торговли массового опционного трейдера на российском рынке выступает спекуляция. Можно опереться в данном вопросе на экспертное мнение аналитических компаний (в частности,

ITinvest). При этом по результатам анализа также подтверждается гипотеза об общем неприятии риска у инвесторов, взаимодействующих на рынке. Следовательно, основной задачей инвестора выступает максимизация потенциальной прибыли при ограничении возможных потерь. Помимо этого факторами, влияющими на формирование портфеля, выступают в соответствии с предпосылками модели положения, указанные в работах [Курочкин, Пичугин, 2005; Пичугин, 2007]. Они также дополнены следующими допущениями, обусловленными спецификой конкретного анализа.

1. Инвестор готов платить 10 000 денежных единиц за формирование опционного портфеля в момент времени t , для того чтобы в момент экспирации T получить дополнительные средства. В терминах модели это означает положительную стоимость портфеля в момент его формирования.

2. Пусть рыночная ситуация не позволяет трейдеру провести больше 10 сделок (количество контрактов может быть целым или дробным) в любом направлении по каждому из опционов Put и Call с соответствующими страйками: $Q_i \in [-10; 10], \forall i$.

3. Допустим, что формирование позиции происходит одновременно в первый день составления портфеля. Подобное допущение означает фактически такой уровень ликвидности на рынке, который позволяет одновременно удовлетворить все поданные заявки на покупку и продажу требуемых инструментов в необходимых количествах.

Целевая функция репрезентативного инвестора в общем виде представляет собой функцию максимизации выплат при ожидаемом исходе. При этом необходимое условие — положительность значений функций при прогнозе:

$$F(Q_{Call}, Q_{Put}, P_{Call}, P_{Put}, M_E) = \sum_1^n (Q_i^{Call} (-P_i^{Call}) + \max(M_E - S_i^{Call}; 0)) + \sum_1^n (Q_i^{Put} (-P_i^{Put}) + \max(S_i^{Put} - M_E; 0)) > 0,$$

где Q_{Call}, Q_{Put} — количество опционов Call и Put в стратегии; P — их премии; M — ожидаемая инвестором цена базового актива; S — величина соответствующих страйков.

Условия ограничения потенциальных потерь при неблагоприятном движении цены базового актива могут быть заданы различными способами, зависящими от структуры опционного портфеля. Если требует-

ся их ограничить на промежутках $[0; \min(P_1^{Call}; P_1^{Put})] \cup [\max(P_6^{Call}; P_6^{Put}); +\infty]$ (что соответствует ситуации данного исследования), то должны выполняться следующие условия горизонтальности конечных выплат:

$$F(Q_{Call}, Q_{Put}, P_{Call}, P_{Put}, M = \min(S_1^{Call}; S_1^{Put})) = -L; \sum_1^6 Q_i^{Put} = 0;$$

$$F(Q_{Call}, Q_{Put}, P_{Call}, P_{Put}, M = \max(S_6^{Call}; S_6^{Put})) = -L; \sum_1^6 Q_i^{Call} = 0,$$

где L — величина максимальных допустимых, с точки зрения инвестора, потерь в абсолютном выражении.

Для соответствия структуры портфеля ожиданиям инвестора с математической точки зрения требуется ввести условия монотонного возрастания/убывания/горизонтальности функций выплат на промежутке между соседними страйками: $S_k; S_{k+1} \in [\min(S_1^{Call}; S_1^{Put}); \max(S_6^{Call}; S_6^{Put})]$:

а) *возрастание* достигается при положительной разнице сумм опционов Call со страйком меньше S_k и опционов Put со страйком больше S_{k+1}

$$D_k = \sum_{S_i \leq S_k} Q_i^{Call} - \sum_{S_j \geq S_{k+1}} Q_j^{Put} \geq 0;$$

б) *убывание* достигается при отрицательной разнице сумм опционов Call со страйком меньше S_k и опционов Put со страйком больше S_{k+1}

$$D_k = \sum_{S_i \leq S_k} Q_i^{Call} - \sum_{S_j \geq S_{k+1}} Q_j^{Put} \leq 0;$$

в) *горизонтальность* достигается при нулевой разнице сумм опционов Call со страйком меньше S_k и опционов Put со страйком больше S_{k+1}

$$D_k = \sum_{S_i \leq S_k} Q_i^{Call} - \sum_{S_j \geq S_{k+1}} Q_j^{Put} = 0.$$

Готовность инвестора платить за формирование портфеля в момент времени t задается следующим условием:

$$\sum_1^6 (Q_i^{Call} (P_i^{Call})) + \sum_1^6 (Q_i^{Put} (P_i^{Put})) > 0.$$

Для достижения инвестором максимальных денежных выплат на ожидаемом ценовом промежутке целевая функция максимизируется относительно полусуммы прогнозных цен базового актива:

$$M_E = \frac{M_{E1} + M_{E2}}{2}.$$

С учетом всех введенных предпосылок, а также дополнительных рассуждений, представленных в данном разделе, итоговую модель оптимизации опционного портфеля можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \max F(Q_{Call}, Q_{Put}, P_{Call}, P_{Put}, M_E) &= \sum_1^n (Q_i^{Call} (-P_i^{Call}) + \max(M_E - S_i^{Call}; 0)) + \\ &+ \sum_1^n (Q_i^{Put} (-P_i^{Put} + \max(S_i^{Put} - M_E; 0))) > 0. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} (0; M_{L1}): \sum_1^n Q_i^{Put} &= 0; \\ (M_L; M_{E1}): \sum_{Sci \leq ML} Q_i^{Call} - \sum_{S_{pj} \geq ME1} Q_i^{Put} &\geq 0; \\ (M_{E1}; M_{E2}): \sum_{Sci \leq ME1} Q_i^{Call} - \sum_{S_{pj} \geq ME2} Q_i^{Put} &= 0; \\ (M_{E2}; M_{L2}): \sum_{Sci \leq ML} Q_i^{Call} - \sum_{S_{pj} \geq ME1} Q_i^{Put} &\leq 0; \\ (M_{L2}; +\infty): \sum_1^{19} Q_i^{Call} &= 0; \\ F(Q^{Call}, Q^{Put}, P^{Call}, P^{Put}, M_{L1}) &= -L; \\ F(Q^{Call}, Q^{Put}, P^{Call}, P^{Put}, M_{L2}) &= -L; \\ -n \leq Q_i^{Call} \leq n; -n \leq Q_i^{Put} \leq n; \\ \sum_1^6 Q_i^{Call} P_i^{Call} + \sum_1^n Q_i^{Put} P_i^{Put} &= m; \\ M_E &= \frac{M_{E1} + M_{E2}}{2}; \\ M_{E1} &= (1 - \frac{Z_{T-31}}{\sqrt{12}}) \cdot M_{T-31}; \\ M_{E2} &= (1 + \frac{Z_{T-31}}{\sqrt{12}}) \cdot M_{T-31}. \end{aligned} \right.$$

3.4. Построение стратегий инвестирования на основе модели

Данная модель опционного портфеля максимизирует будущие денежные выплаты с учетом настроений опционного трейдера, отраженных в ожиданиях относительно будущей волатильности цены базового актива. Она также может быть использована в качестве инвестиционной стратегии. Эффективность инвестирования данным способом была проверена на основе исходной выборки из 273 наблюдений, соответствующих временному промежутку с 17 марта 2014 г. по 15 апреля 2015 г. Стратегия включает 12 инвестиционных периодов, соответствующих периодам экспирации. Для определения ожидаемой рыночной цены базового актива на день исполнения контрактов T в момент $T - 31$ фиксировалось значение прогноза, на основе которого в дальнейшем строилась стратегия. В качестве цен брались средневзвешенные значения за лот, сформированные исходя из совершенных сделок за дневную торговую сессию. Если данные значения не были доступны (в силу низкой ликвидности далеких от центрального страйков), то в качестве используемой цены брались расчетные значения. Портфели строились с использованием 19 совпадающих страйков для опционов Put и Call вблизи ценового промежутка, полученного на основе результатов функций ожиданий инвестора. Ограничение потерь для всех портфелей совпадают и равны 1000 пунктов.

Особо следует отметить, что различия в ценовых диапазонах, полученные с использованием функций ожиданий инвестора на основе индексов RTSVX и RVI, оказались незначительными в рамках формирования портфеля. Это позволило использовать лишь один из индикаторов (RVI) для формирования стратегий.

После получения результатов инвестирования были определены доходности соответствующей стратегии, а также стратегий покупки и удержания фьючерса на индекс РТС за указанный временной интервал. В качестве цены приобретения бралась средневзвешенная за лот, так же как и по опционному портфелю. Третьим элементом сравнения выступает доходность индекса РТС. Результаты представлены в табл. 5.

Как видно из результатов, среднемесячная доходность по опционной стратегии в несколько раз превышает альтернативные доходности. Отдельно стоит остановиться на периодах, в которых оптимизированный портфель опционов принес убытки. На период с 18 ноября по

Таблица 5. Доходности стратегий по периодам инвестирования

Дата	Оптимизированный портфель на основе RVI, %	Фьючерс RTS, %	Индекс RTS, %
16.04–15.05	78,00	11,63	8,55
16.05–16.06	4,08	10,26	7,59
17.06–15.07	46,57	2,94	0,64
16.07–15.08	20,27	–7,35	–8,75
18.08–15.09	80,91	–1,97	–3,93
16.09–15.10	76,18	–10,35	–11,23
16.10–17.11	65,16	–4,91	–3,93
18.11–15.12	–10,88	–22,23	–29,63
16.12–15.01	–17,99	14,62	21,18
16.01–16.02	124,93	21,13	16,57
17.02–16.03	56,34	–9,01	–9,14
17.03–15.04	19,85	26,90	27,90
Дисперсия	0,1844	0,0210	0,0255
Среднее	45,28	2,64	1,32

15 января пришлось крайне негативные прогнозы относительно динамики цен на нефть. Так, 27 ноября члены ОПЕК вынесли решение о сохранении квот на добычу нефти, что обусловило негативную динамику ее котировок и индексов стран-поставщиков. К тому же данный период охватывает дату 16 декабря 2014 г., которая стала известна как «Черный вторник». В этот день произошло обвальное падение рубля по отношению к доллару США и евро в связи с резким изменением ключевой ставки ЦБ РФ. Такое действие вызвало резкий скачок курсов европейской и американской валют и, как следствие, обвал индекса RTS (на 10,12%). Функция ожиданий показала, что инвесторы оказались не готовы к подобному падению, поэтому портфель в рамках периода принес максимально возможный убыток, установленный на уровне в 1000 пунктов. На середину января пришелся нефтяной ценовой минимум: 15 января 2015 г. торги по фьючерсам марки Brent Crude Oil закрылись на уровне 48,12 долл. за баррель. Оставшуюся часть месяца торги совершались в боковом тренде. Подобная динамика обусловила наибольшую доходность по опционной стратегии из анализируемых инвестиционных периодов — 125%.

Отдельно был проведен анализ эффективности опционных стратегий в сравнении с базовыми стратегиями покупки и удержания фьючерса и самого индекса RTS с использованием ряда критериев, основанных на идеях портфельной теории Марковица [Markowitz, 1952; 1959] и базирующихся на модели CAPM:

- альфа Йенсена;
- коэффициент Шарпа;
- коэффициент Трейнора;
- коэффициент Модильяни.

В качестве безрисковой ставки были взяты средневзвешенные процентные ставки по долларовым депозитам по 30 крупнейшим банкам России для физических лиц и нефинансовых организаций со сроком привлечения 30 дней.

Расчеты по показателям эффективности инвестирования представлены в табл. 6.

Таблица 6. Показатели инвестиционной эффективности инструментов

	Оптимизированный портфель на основе RVI	Фьючерс RTS	Индекс RTS
Бета	0,0205	0,9889	1
Альфа Йенсена	0,4394	0,0132	0
Коэф. Шарпа	1,0231	0,0891	-0,0018
Коэф. Трейнора	22,0425	0,0131	-0,0003
Коэф. Модильяни	0,1769	0,0277	0,0132

Как видно по результатам, стратегии на основе структурированных опционов оказались наиболее эффективными среди представленных альтернатив.

Заключение

Результаты настоящего исследования таковы.

1. Выявлена нерасположенность к риску со стороны опционных трейдеров на основе данных индекса RVI, а также скорректированной денежности. В целом результаты совпадают с данными по рынку деривативов США, что позволяет сделать вывод о сходном поведении агентов на обоих рынках.

2. Базовая методика оптимизации инвестиционных портфелей на основе конечных денежных выплат была поставлена в зависимость от восприятия риска инвесторами и ожидания будущих цен путем формирования функции предпочтений инвестора.

3. Проведен анализ эффективности индексов российской волатильности и скорректированной опционной денежности в качестве индикаторов, объясняющих будущую динамику котировок, т.е. являющихся отражением рыночных ожиданий. В зависимости от лага наилучшие результаты показали значения индекса RVI.

4. В практическом плане удалось получить модель формирования портфеля, отражающую ожидания репрезентативного инвестора на российском рынке опционов. Данная концепция может быть использована инвестиционными организациями для формирования опционного продукта, подходящего клиенту, у которого отсутствуют собственные четкие ожидания относительно будущей динамики цены финансового актива.

Данные результаты имеют ценность как с теоретической, так и с практической точки зрения и могут служить стимулом для дальнейших исследований по рассматриваемой проблематике.

Литература

- Биржа запускает фьючерс «на страх» // Ведомости. 2014. № 3645.
- Вайн С.* Опционы: полн. курс для профессионалов: учеб. пособие по специальности «Финансы и кредит». М.: Альпина Паблишер, 2003.
- Гордейчук Е.Н.* Оптимизация портфеля опционных контрактов на основе выявленных предпочтений инвесторов: дис. ... канд. экон. наук. М., 2010.
- Курочкин С., Пичугин И.* Структурированный коллар: построение сложных опционных продуктов // Рынок ценных бумаг. 2005. № 14 (293).
- Методика расчета Индекса волатильности российского рынка. Утверждено решением Правления ОАО Московская Биржа (протокол № 24 от 11 апреля 2014 г.).
- Методика расчета Российского индекса волатильности. Утверждено Приказом Председателя Правления Открытого акционерного общества «Фондовая биржа РТС» от 1 июня 2011 г. № 97.
- Натенберг Ш.* Опционы: Волатильность и оценка стоимости. Стратегии и методы опционной торговли. М.: Альпина Паблишер, 2007.
- Недосекин А.О.* Оптимизация фондового портфеля, состоящего только из опционов // Банки и риски. 2005. № 2.

Пичугин И. Структурирование опционных продуктов на основе метода оптимизации конечных денежных выплат: дис. ... канд. экон. наук. М., 2007.

Халл Д.К. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. 6-е изд. М.: Изд. дом «Вильямс», 2008.

Bandopadhyaya A., Jones A.L. Measures of Investor Sentiment: A Comparative Analysis Put-Call Ratio vs Volatility Index // *Journal of Business & Economics Research (JBER)*. 2011. Vol. 6. No. 8. P. 27–34.

Bollen N.P.B., Whaley R.E. Does Net Buying Pressure Affect the Shape of Implied Volatility Functions? // *The Journal of Finance*. 2004. Vol. 59. No. 2. P. 711–753.

Brenner M., Galai D. New Financial Instruments for Hedge Changes in Volatility // *Financial Analysts Journal*. 1989. Vol. 45. No. 4. P. 61–65.

Brookfield D., Ormrod P. Executive Stock Options: Volatility, Managerial Decisions and Agency Costs // *Journal of Multinational Financial Management*. 2000. Vol. 10. No. 3. P. 275–295.

Chang T.H. Risk Preference and Trading Motivation Measurement Due to Monyness: Evidence from the S&P 500 Index Option Market // *Applied Financial Economics*. 2011. Vol. 21. No. 14. P. 1049–1057.

Jensen M.C. The Performance of Mutual Funds in the Period 1945–1964 // *The Journal of Finance*. 1968. Vol. 23. No. 2. P. 389–416.

Lakonishok J. et al. Option Market Activity // *Review of Financial Studies*. 2007. Vol. 20. No. 3. P. 813–857.

Markowitz H. Portfolio Selection // *The Journal of Finance*. 1952. Vol. 7. No. 1. P. 77–91.

Markowitz H. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. N.Y.: Basil Blackwall, 1959.

Modigliani F., Modigliani L. Risk-Adjusted Performance // *The Journal of Portfolio Management*. 1997. Vol. 23. No. 2. P. 45–54.

Sharpe W.F. The Sharpe Ratio // *The Journal of Portfolio Management*. 1994. Vol. 21. No. 1. P. 49–58.

The CBOE Volatility Index — VIX, the Chicago Board Options Exchange. September 22, 2003.

Treynor J.L. How to Rate Management Investment Funds // *Harvard Business Review*. 1966. No. 43. No. 1. P. 63–75.

Whaley R.E. The Investor Fear Gauge // *The Journal of Portfolio Management*. 2000. Vol. 26. No. 3. P. 12–17.

Д.А. Воронцов

Научный
руководитель —
Ю.Я. Дранев
Департамент
финансов

Влияние фактора валютного риска на затраты на собственный капитал

Результаты множества работ подтверждают наличие на развитых и развивающихся рынках компаний, доходность акций которых чувствительна к изменениям валютных курсов, однако исследования, посвященные изучению изменений валютных курсов как ценообразующего фактора, требующего премии, дают противоречивые результаты. Настоящая работа ставит целью изучение влияния фактора валютного риска на затраты на собственный капитал путем проведения эмпирического исследования на данных развивающегося (Россия) и развитого (Австралия) рынков за 2003–2015 гг.

Введение

Большинство исследователей и практиков корпоративных финансов согласны с тем, что изменения валютных курсов оказывают воздействие на денежные потоки компаний, однако нельзя с уверенностью говорить о валютном риске как о ценообразующем факторе при оценке затрат на собственный капитал: существует множество эмпирических исследований, как подтверждающих, так и опровергающих необходимость учета премии за валютный риск.

За последние годы волатильность валютных курсов значительно усилилась — до такой степени, что в 2015 г. министры финансов и главы центральных банков стран G-20 признали ее одной из основных угроз восстановлению мировой экономики. Вместе с тем все большее число компаний вовлекается в международную деятельность, при ведении которой необходимо постоянно совершать обменные операции, а глобализация приводит к тому, что даже локальные компании становятся зависимыми от валютных курсов. Таким образом, актуальность настоящего исследования обусловлена возросшей необходимостью

учета воздействия фактора валютного риска на затраты на собственный капитал компаний.

В данном исследовании рассматривается влияние фактора валютного риска на затраты на собственный капитал на примере двух рынков, развитого (Австралия) и развивающегося (Россия).

Новизну настоящей работы составляет вывод о том, что фактор валютного риска, сформированный в логике портфеля с нулевыми инвестициями, улучшает спецификацию моделей затрат на собственный капитал на развивающемся рынке, но не справляется с данной задачей на развитом рынке.

1. Обзор литературы

Согласно теории ценообразования активов любой недиверсифицируемый риск (систематический) требует премирования. По мнению многих исследователей, риск от изменения валютных курсов является одним из таких факторов. Вместе с тем модель ценообразования активов (Capital Asset Pricing Model, далее — CAPM), разработанная в 60-х годах XX в. У. Шарпом и Дж. Линтнером [Sharpe, 1964; Lintner, 1965], один из наиболее распространенных инструментов для оценки затрат на собственный капитал, в классическом варианте учитывает только фактор рынка.

Зависимость стоимости компаний от движения валютных курсов стали рассматривать в качестве ценообразующего фактора в начале 1970-х годов. Солник в 1974 г. предположил, что премии за рыночный и валютный риск должны оцениваться отдельно, и предложил международную модель ценообразования активов, включающую премию за валютный риск (International CAPM, далее — ICAPM) [Solnik, 1974].

Данная идея развивалась рядом исследователей, которые доказывали необходимость учета фактора валютного риска и модифицировали CAPM-модели [Sercu, 1980; Adler, Dumas, 1983]. Адлер и Дюма показали, что премия за валютный риск может быть как положительная, так и отрицательная, в зависимости от индивидуальных предпочтений инвесторов: инвесторы рассматривают портфель, состоящий из активов нескольких стран, в том числе и как хеджирующий инструмент против инфляции; в таком случае они могут требовать меньшую доходность на активы, выступающие хеджирующим инструментом, что и будет выражаться в отрицательной премии за валютный риск. Позднейшие эмпирические исследования подтвердили полученные результаты [Vassalou, 2000].

В то же время существуют исследования, не выявившие фактор валютного риска. Джорион не обнаружил премии за валютный риск на выборке из американских мультинациональных компаний [Jorion, 1991]; Гриффин получил аналогичные результаты, при этом заметив, что включение фактора валютного риска в стандартные модели ценообразования активов приводит к увеличению абсолютного значения константы (intercept), т.е. к увеличению ошибок при добавлении фактора [Griffin, 2002].

Некоторые исследователи предположили, что премия за валютный риск подвержена изменениям во времени (и при этом может принимать как положительные, так и отрицательные значения, как было сказано выше), поэтому безусловные (unconditional) и статичные модели ценообразования активов не могут ее уловить. Де Сантис и Джерард, используя условную (conditional) ICAPM-модель и мультивариативный GARCH-подход, показали (на индексах четырех развитых индустриальных стран: Германии, Японии, Великобритании и США) наличие значительной премии за валютный риск в периоды 1980–1984 гг. и 1989–1994 гг. [De Santis, Gerard, 1998].

Немногие исследования премии за валютный риск на российском рынке выполнены с использованием вышеназванной методики и условных моделей, учитывающих изменение во времени ковариации доходности активов и объясняющих факторов. Авторы работ [Saleem, Vaihekoski, 2008; 2010], используя условную версию ICAPM-модели, показали, что на российском рынке присутствует премия за валютный риск, при этом включение фактора валютного риска улучшает объясняющую способность модели ценообразования активов.

После появления (и роста популярности) трех- и четырехфакторных моделей Фамы — Френча и Фамы — Френча — Кархарта [Fama, French, 1992; 1993; Carhart, 1997] фактор валютного риска стал также включаться в трехфакторные и четырехфакторные модели и тестироваться в них.

Колари и соавторы, основываясь в том числе на идеях Фамы — Френча по формированию ценообразующих факторов, предложили учитывать фактор валютного риска в качестве портфеля с нулевыми инвестициями (zero-investment portfolio). Исследователи отсортировали американские компании по степени подверженности изменениям валютного курса, распределили их в 25 портфелей и обнаружили, что наименьшей доходностью обладают портфели, содержащие компании, наиболее подверженные указанным изменениям.

Авторы исследовали включение фактора валютного риска в три модели: ICAPM, трехфакторную модель Фамы — Френча и четырех-

факторную модель Фамы — Френча — Кархарта (на периоде 1973—2002 гг.). Добавив фактор валютного риска в рассматриваемые модели и сравнив результаты с полученными при тестировании моделей без добавления названного фактора, Колари и соавторы показали, что включение валютного фактора улучшает спецификацию всех трех моделей¹. Используя метод Фамы — Макбета, исследователи получили статистически и экономически значимую оценку премии за валютный риск на американском рынке — от $-0,9$ до $-1,76\%$ в месяц [Kolari et al., 2008; Fama, MacBeth, 1973].

Аперджис и соавторы провели сходное исследование на акциях немецких компаний, используя при этом дневные данные (предыдущие исследования, в том числе и Колари с соавторами, базируются на месячных данных). Результаты тестирования доходностей портфелей оказались аналогичны результатам, полученным Колари и соавторами: наименьшая доходность наблюдается у портфелей, наиболее подверженных (по модулю) изменениям валютного курса [Apergis et al., 2011].

Следует отметить, что методика, использованная в двух последних исследованиях, подвергалась критике. Авторы работы [Du, Hu, 2012] повторили исследование Колари и соавторов на тех же данных, добавив портфели, сформированные по отраслям, увеличив длину периода определения коэффициентов подверженности изменениям валютного курса с двух до пяти лет, а также очистив выборку от «аутлайеров». Из результатов, полученных авторами, следует, что премия за валютный риск отсутствует в портфелях, сформированных по индустриям; очистка выборки от «аутлайеров», так же как и увеличение периода для определения коэффициентов подверженности изменениям валютного курса, делает премию статистически и экономически незначимой. Таким образом, заключают исследователи, вопрос о наличии премии за валютный риск на рынке США остается открытым.

2. Методология проведения эмпирического исследования

2.1. Формирование гипотез

На основе анализа данных эмпирических исследований нами были сформулированы гипотезы для проведения собственного эмпириче-

¹ Проверялось с помощью GRS F -статистики [Gibbons et al., 1989].

ского исследования фактора валютного риска на данных российского и австралийского рынков.

Гипотеза 1. И на российском, и на австралийском рынке присутствуют компании, стоимость акций которых подвержена влиянию изменений валютного курса.

Обоснованность выдвинутой гипотезы обусловлена результатами предыдущих эмпирических исследований российского и австралийского рынков [Doidge et al., 2006; Goriaev, Zobotkin, 2006; Anatolyev, 2008; Dranev, Babushkin, 2014].

Проверка данной гипотезы будет выполняться с помощью построения регрессий временных рядов для каждой компании в отдельности — по методике, предложенной в работе [Doidge et al., 2006].

Подтверждение наличия на рассматриваемых рынках компаний, подверженных изменениям валютного курса, делает целесообразным исследование влияния фактора валютного риска на затраты на собственный капитал.

Гипотеза 2. Включение фактора валютного риска в модель ценообразования активов улучшает спецификацию модели.

Обоснованность выдвинутой гипотезы подтверждается результатами исследования других рынков [Kolari et al., 2008; Apergis et al., 2011].

Проверка гипотезы выполняется путем сравнения результатов тестирования FX-портфелей, а также портфелей, сформированных по отраслевому признаку, на двух моделях — с включением фактора валютного риска и без него. Сравниваются результаты регрессионного анализа временных рядов каждого FX-портфеля (и отраслевого портфеля) в отдельности, а также проводится GRS-тест на совместное равенство констант регрессий нулю [Gibbons et al., 1989].

Подтверждение способности фактора валютного риска улучшать спецификацию моделей ценообразования активов позволит предположить наличие на рассматриваемых рынках премии за валютный риск.

Гипотеза 3. На рассматриваемых рынках присутствует экономически и статистически значимая премия за валютный риск.

Обоснованность выдвинутой гипотезы подтверждена результатами исследования других рынков [Kolari et al., 2008; Apergis et al., 2011].

Проверка данной гипотезы выполняется с использованием метода Фамы — МакБета [Fama, MacBeth, 1973].

2.2. Методология выявления компаний, чувствительных к изменениям валютного курса

В качестве первого шага проводится определение чувствительности доходностей акций компаний к изменениям валютного курса. Оценка чувствительности выполняется с применением двухфакторной модели — как с включением ставки безрисковой доходности (2), так и без него (1), путем проведения регрессионного анализа временных рядов методом наименьших квадратов на индивидуальных данных компаний.

$$R_i = \alpha + \beta R_{m_t} + dR_{FX_t} + \varepsilon, \quad (1)$$

где R_i — доходность акции компании в момент t ; R_{m_t} — доходность рынка в момент t ; R_{FX_t} — изменение валютного курса в момент t .

$$R_i - R_{f_i} = \alpha + \beta(R_{m_t} - R_{f_t}) + dR_{FX_t} + \varepsilon, \quad (2)$$

где R_i — доходность акции компании в момент t ; R_{f_i} — безрисковая ставка доходности; R_{m_t} — доходность рынка в момент t ; R_{FX_t} — изменение валютного курса в момент t .

Чувствительность доходности акций компаний к изменениям валютного курса определяется как коэффициент d_i при факторе изменений валютного курса (здесь и далее i — номер компании в выборке).

Результаты регрессионного анализа, проведенного отдельно для каждой компании, агрегируются в единую (за рассматриваемый период) статистику, которая подлежит изучению.

Во-первых, определяется доля компаний, имеющих значимые на 5%-ном уровне коэффициенты d_i при факторе изменений валютного курса.

Во-вторых, на рассматриваемой выборке проводится сравнение объясняющей способности моделей (1) и (2) с объясняющей способностью однофакторной модели, содержащей только фактор рыночного риска. Прирост объясняющей способности модели от добавления валютного фактора определяется как разница коэффициентов детерминации. Прирост коэффициента детерминации усредняется по выборке компаний.

В качестве фактора рынка рассматриваются индексы ММВБ и MSCI Russia — для России, S&P/ASX 300 и MSCI Australia — для Австралии; в качестве иностранной валюты для обоих рынков используется доллар США.

Для того чтобы учесть замечания Джориона по мультиколлинеарности рыночного и валютных факторов [Jorion, 1991], выполняются следующие проверки:

- определяется корреляция доходности рынка и фактора изменения валютного курса;
- определяется фактор инфляции вариации независимых переменных (VIF, Variance Inflation Factor);
- вместо фактора изменений валютного курса в качестве второй объясняющей переменной используются остатки от регрессии изменений валютного курса на доходность рынка.

В целях проверки стабильности результатов на всем наблюдаемом периоде тестирование проводится на трех равных субпериодах.

2.3. Методология определения влияния фактора валютного риска на затраты на собственный капитал

Этап 1. Формирование и тестирование фактора валютного риска

В настоящей работе фактор валютного риска построен в соответствии с методологией, предложенной Колари и соавторами: он составляется как монотонный портфель с нулевыми инвестициями, сформированный FX-портфелями [Kolari et al., 2008].

В оригинальную методологию Колари и соавторов внесены следующие изменения:

- доходность портфелей измеряется в логарифмической форме (у Колари и соавторов в логарифмической форме определялась только чувствительность индивидуальных компаний к изменениям валютного курса);
- выборка компаний распределена не в 25, а в семь портфелей, что связано со значительно меньшим (по сравнению с США) числом публичных компаний на российском рынке; для сопоставимости результатов австралийские компании также распределяются в семь портфелей;
- проведена предварительная обработка данных с целью очистки выборки от экстремальных значений — «аутлайеров».

Для распределения компаний по FX-портфелям проводится расчет коэффициентов d_i при факторе изменений валютного курса (аналогично методике, предложенной для первой части исследования) с использованием двухфакторной модели, в которой зависимой переменной является логарифмическая доходность акций компаний за вычетом безрисковой ставки доходности, независимыми — доходность

рынка за вычетом безрисковой ставки доходности и фактор изменения валютного курса (2). В каждом периоде исключаются компании, имеющие менее 48 наблюдений, а также малоликвидные компании (торги по которым отсутствуют более трех месяцев подряд)².

Исходя из значений коэффициентов d_i при факторе изменения валютных курсов, из выборки компаний формируются семь взвешенных по капитализации FX-портфелей, портфели пересматриваются в июне каждого года.

На основе FX-портфелей определяется фактор валютного риска, который представляет собой портфель с нулевыми инвестициями, и проводится проверка гипотезы о способности фактора валютного риска улучшать спецификацию моделей ценообразования активов на российском и австралийском рынках.

Если фактор валютного риска улучшает спецификацию моделей ценообразования активов на рассматриваемых рынках, то его добавление должно повысить объясняющую способность модели, что приведет к росту коэффициента детерминации, и уменьшить ошибку, что выражается в уменьшении абсолютного значения константы.

Тестирование гипотезы проводится несколькими способами. Во-первых, проводится сравнение констант семи FX-портфелей, полученных при построении регрессий временных рядов на двух вариантах CAPM-модели — обычной (3) и с добавлением фактора валютного риска FXR (4):

$$R_t - R_{f_t} = \alpha + \beta(R_{m_t} - R_{f_t}) + \varepsilon, \quad (3)$$

где R_t — доходность акции компании в момент t ; R_{f_t} — безрисковая ставка доходности; R_{m_t} — доходность рынка в момент t .

$$R_t - R_{f_t} = \alpha + \beta(R_{m_t} - R_{f_t}) + \omega FXR_t + \varepsilon, \quad (4)$$

где R_t — доходность акции компании в момент t ; R_{f_t} — безрисковая ставка доходности; R_{m_t} — доходность рынка в момент t ; FXR_t — фактор валютного риска в момент t .

Во-вторых, с помощью GRS-теста проверяется гипотеза о совместном равенстве констант, полученных в результате регрессионного анализа FX-портфелей на моделях (3) и (4), нулю. Если фактор

² Для наблюдаемого периода (12 месяцев) также исключаются компании с более чем тремя периодами без торгов.

валютного риска способен улучшить спецификацию модели оценки затрат на собственный капитал, при включении этого фактора GRS F -статистика должна уменьшиться, а p -значение — увеличиться.

Наконец, в целях учета критики Левеллена и соавторов [Lewellen et al., 2010]³ исследование констант и GRS-тест также проводятся на портфелях, сформированных по отраслевому признаку. Для классификации используется подход Industry Classification Benchmark, в соответствии с которым рассматриваемая выборка компаний, распределенная в девять взвешенных по капитализации портфелей (за исключением финансовых организаций).

В качестве фактора рыночного риска используются: для России — индекс MSCI Russia, для Австралии — MSCI Australia; в качестве иностранной валюты — доллар США для обеих стран.

Этап 2. Расчет премии за валютный риск

Для расчета премии за валютный риск применяется метод Фамы — Макбета, где зависимой переменной выступают доходности FX-портфелей за вычетом безрисковой ставки доходности, а независимой — фактор валютного риска.

Малое число наблюдений не позволяет использовать модификацию метода с применением сдвигающихся окон (на российском рынке для FX-портфелей рассчитаны 70 наблюдений, т.е. при использовании окна размером 48 наблюдений провести тестирование получится для периода менее двух лет), поэтому в настоящем исследовании применяется классическая процедура Фамы — Макбета, в которой при проведении кросс-секционного анализа стандартные ошибки представлены в форме Ньюи — Уэста [Fama, MacBeth, 1973; Newey, West, 1987].

Этап 3. Проверка устойчивости фактора валютного риска

Для того чтобы подтвердить устойчивость фактора валютного риска, на этапе 3 проводится дополнительная проверка с использованием альтернативных вводных данных и методологий тестирования.

Во-первых, выборка компаний распределяется вместо семи портфелей в пять FX-портфелей.

³ Левеллен и соавторы показали, что практически любой фактор, имеющий корреляцию (даже слабую) с размером, при тестировании на портфелях, распределение в которые происходит по факторному принципу, будет обладать высокой объясняющей способностью.

Во-вторых, вместо портфелей, взвешенных по капитализации (value-weighted), используются равновзвешенные (equal-weighted) FX-портфели.

В-третьих, используются альтернативные индексы в качестве фактора валютного риска — ММВБ для России и S&P/ASX 300 для Австралии.

Наконец, для российского рынка в качестве фактора изменения валютных курсов также рассматриваются курс рубля к евро и курс рубля к бивалютной корзине (на этапах 1 и 2 использовался курс рубля к доллару США).

Если взаимосвязь подверженности компаний изменениям валютного курса и доходностей отличается от полученной на этапе 1 исследования, для отличающегося результата выполняются тесты, описанные в вышеупомянутом этапе.

3. Эмпирическое исследование влияния фактора валютного риска на затраты на собственный капитал

3.1. Формирование выборки

3.1.1. Исходные данные

Настоящее эмпирическое исследование основывается на изучении данных российского и австралийского рынков, используются месячные данные Thomson Reuters Datastream и ЦБ РФ, рассматривается период с декабря 2002 г. по апрель 2015 г. (149 месяцев).

Данные компаний (стоимость акций и капитализация), безрисковая ставка и индексы номинированы в национальных валютах (российские рубли и австралийские доллары). Данные по ценам акций, капитализации компаний, индексам, валютным курсам и безрисковой ставке для сопоставимости приводятся на последний торговый день каждого месяца.

Российский рынок

В исходной выборке содержатся данные по 179 российским публичным нефинансовым компаниям (как по действующим, так и по неактивным). В выборку входит информация по компаниям, акции которых обращаются на Московской бирже. Таким образом, исключены

финансовые организации (имеющие код 8000 в соответствии с классификацией Industry Classification Benchmark) и российские компании, акции которых размещены на иностранных биржах, в том числе в виде депозитарных расписок. Кроме того, из выборки исключены компании, торги по которым отсутствуют на всем наблюдаемом периоде, а также компании с менее чем 36 наблюдениями.

В качестве безрисковой доходности принимается средневзвешенная фактическая процентная ставка по межбанковскому кредитованию (MIACR, Moscow Interbank Actual Credit Rate) сроком от 31 до 90 дней.

Австралийский рынок

В исходной выборке содержатся данные по 1325 австралийским публичным нефинансовым компаниям, активным и неактивным, акции которых оборачиваются на Австралийской фондовой бирже (ASX). Из выборки исключены компании, имеющие менее 36 торговых периодов.

В качестве ставки безрисковой доходности принимается доходность одномесячных облигаций (Australian Dollar 1 month bank bill).

3.1.2. Преобразование данных, статистика по выборке

На первом этапе осуществляется переход от натуральных значений (стоимости акций компаний, значений индексов и обменных курсов) к относительным показателям доходностей. В целях устранения асимметрии, присущей линейной доходности, используется логарифмическая доходность — разность текущего (t) и предыдущего ($t - 1$) натуральных логарифмов рассматриваемого показателя.

Из выборки исключаются anomalно высокие/низкие значения («аутлайеры») — рост стоимости за месяц более чем на 100% или снижение стоимости более чем на 50% в абсолютном выражении.

Количество компаний в выборке варьируется во времени, что связано как с постоянным выходом на биржу новых компаний, так и делистингом существующих; минимальное количество наблюдений доходностей акций российских компаний на индивидуальном уровне составляет 44, максимальное — 179 (весь наблюдаемый период).

По австралийскому рынку минимальное количество наблюдений — 623, максимальное — 1325.

3.2. Определение чувствительности доходности акций компаний к изменениям валютного курса

В первой части эмпирического исследования выборка компаний разделяется на три равных временных субпериода, в каждом из которых проводится тестирование:

- 1-й период: май 2003 г. — апрель 2007 г.;
- 2-й период: май 2007 г. — апрель 2011 г.;
- 3-й период: май 2011 г. — апрель 2015 г.

Период тестирования — 4 года, на месячных данных (48 наблюдений), построение регрессий выполняется индивидуально для каждой компании. Российский и австралийский рынки рассматриваются раздельно.

Для российского рынка в 1-м периоде размер подвыборки составляет 21 компанию, в 2-м — 98 компаний, в 3-м — 154; для австралийского рынка — 494, 842 и 968 компаний соответственно.

Российский рынок

Результаты проведенного анализа российского рынка не позволяют отвергнуть гипотезу 1 и соответствуют результатам, полученным различными исследователями на данных развитых и развивающихся рынков, в том числе и российского [Doidge et al., 2006; Kolari et al., 2008; Bartram, Bodnar, 2012; Dranev, Babuskin, 2014]:

- на российском рынке присутствуют компании, на стоимость которых оказывает влияние изменение валютного курса (до 23,8%, в зависимости от периода и конфигурации модели);
- в целом по выборке прирост объясняющей способности моделей от включения валютного фактора (выраженного через коэффициент детерминации R^2) относительно небольшой и не превышает 3,6%.

Таким образом, движения валютных курсов объясняют лишь малую часть изменения стоимости акций, если проводить анализ на уровне отдельных компаний.

В целях проверки мультиколлинеарности объясняющих переменных была проведена (отдельно для каждого периода) оценка корреляции и определены факторы инфляции дисперсии (VIF) доходностей рынка и изменений валютного курса.

Фактор инфляции дисперсии не превышает 1,36 (1,19 для ММВБ), корреляция — 51,3% (40% для ММВБ), следовательно, можно сделать вывод об отсутствии значительного влияния мультиколлинеарности.

Для дополнительной проверки было также проведено тестирование двухфакторной модели, в которую вместо изменения валютных курсов в качестве второго фактора включены остатки от регрессии валютного фактора на доходность рынка. Использование остатков вместо фактора в чистом виде не повлияло на количество значимых коэффициентов валютного фактора (незначительно повысилось число таких коэффициентов при рыночном факторе), что также подтверждает отсутствие сильной мультиколлинеарности объясняющих переменных.

Помимо вышеописанных результатов, необходимо также выделить следующие закономерности:

- объясняющая способность однофакторной модели падает со временем (уменьшается как коэффициент детерминации, так и доля значимых переменных);
- практически во всех спецификациях моделей число значимых положительных коэффициентов при валютном факторе равно либо превышает число значимых отрицательных коэффициентов.

Австралийский рынок

Так же как и на российском рынке, на австралийском присутствуют компании, на стоимость которых оказывает влияние изменение валютных курсов, поэтому гипотеза 1 не может быть отвергнута.

Прирост объясняющей способности моделей от добавления фактора изменений валютного курса относительно небольшой и не превышает 3,5%. Вместе с тем доля компаний, доходности акций которых чувствительны к изменениям валютного курса, на австралийском рынке меньше для всех периодов, чем на рынке российском.

Примечательно, что включение в модели валютного фактора при тестировании данных австралийского рынка ощутимо уменьшает число значимых коэффициентов при факторе рыночного риска, что может говорить о наличии линейной связи независимых переменных.

Корреляция объясняющих переменных на австралийском рынке выше, чем на российском, но значение фактора инфляции дисперсии (VIF) все равно не превышает 1,70. Наивысшая корреляция (и VIF) наблюдается в период 2007–2011 гг.

Использование вместо фактора изменения валютных курсов остатков от регрессий этого фактора на доходность рынка значительно улучшило результаты только для периода 2007–2011 гг. Можно предположить, что полученный результат обусловлен влиянием мирового финансового кризиса, который повысил чувствительность экономики

Австралии в целом к изменениям валютного курса, что и выразилось в увеличении корреляции валютного фактора и фактора рыночного риска.

3.3. Определение влияния фактора валютного риска на затраты на собственный капитал

3.3.1. Этап 1. Формирование и тестирование фактора валютного риска

Российский рынок

Первым шагом этапа 1 является формирование FX-портфелей. Доходность портфелей на российском рынке определена для периода с 31 июля 2009 г. по 30 апреля 2015 г. — 70 наблюдений на месячных данных⁴. В зависимости от года наблюдений суммарно в портфелях содержится от 31 до 125 компаний.

Усредненные доходности FX-портфелей для российского рынка представлены на рис. 1. На диаграмме показано, что между доходностями акций и чувствительностью компаний к изменениям валютного курса существует определенная взаимосвязь, имеющая вид перевернутой параболы.

Наименьшую доходность приносят FX-портфели, сформированные из компаний с наибольшей чувствительностью к изменениям валютного курса, т.е. портфели 1 и 7. Среднемесячная доходность чувствительных FX-портфелей меньше, чем прочих портфелей, на 0,94%.

Таким образом, фактор валютного риска можно сформировать как портфель с нулевыми инвестициями, находящийся в длинной позиции по FX-портфелям 1 и 7, короткой — по всем прочим FX-портфелям (т.е. средняя доходность FX-портфелей 1 и 7 минус средняя доходность портфелей 2–6).

Примечательно, что наименьшие (по капитализации) компании сосредоточены в FX-портфелях с высокими значениями коэффициентов фактора изменения валютного курса d (портфели 5–7), что расхо-дится с результатами, полученными Колари и соавторами, Аперджисом и соавторами на рынках США и Германии, где наименьшие компании формируют крайние портфели [Kolari et al., 2008; Apergis et al., 2011].

⁴ Более ранние периоды не рассматриваются в связи с тем, что для них коэффициенты удается рассчитать менее чем по 20 компаниям.

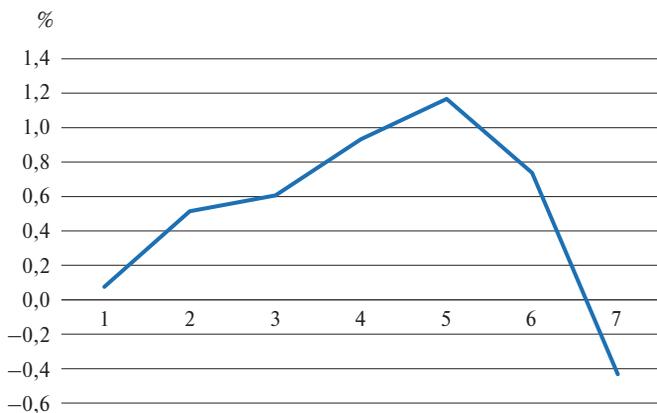


Рис. 1. Средняя доходность FX-портфелей, российский рынок*

* Здесь и далее доходность представлена в логарифмической форме, если не указано иное.

Данное расхождение может объясняться экспортно-сырьевой направленностью российской экономики: первые FX-портфели сформированы из компаний, имеющих отрицательные коэффициенты при факторе изменения валютного курса, т.е. ослабление национальной валюты оказывает на их стоимость положительное влияние; компании — экспортеры природных ресурсов в России как раз являются крупнейшими по капитализации.

Результаты тестирования FX-портфелей с использованием обычной CAPM-модели (3) и CAPM-модели с добавлением фактора валютного риска FXR (4) на российском рынке представлены ниже.

Фактор валютного риска статистически значим на 1%-ном уровне для наиболее чувствительных к изменениям валютного курса FX-портфелей (1 и 7), причем объясняющая способность CAPM-модели от включения фактора валютного риска для данных портфелей выросла на 15 и 25% соответственно. Включение валютного фактора в модель приблизило остатки (в абсолютном выражении) к нулю в пяти случаях из семи, но при этом в обеих моделях все остатки незначимы на 10%-ном уровне. Примечательно, что фактор валютного риска значим на 5%-ном уровне для FX-портфеля 3, но его добавление в CAPM-модель увеличивает абсолютное значение константы.

FX-портфели были также проверены с помощью GRS-теста на совместное равенство констант нулю, проводилось сравнение обычной

CAPM-модели (3) и CAPM-модели с включением фактора валютного риска FXR (4). В обоих случаях GRS F -статистика незначима на 10%-ном уровне, что не позволяет отвергнуть гипотезу о том, что константы совместно равны нулю. Вместе с тем у модели с добавлением фактора валютного риска значение F -статистики меньше, p -оценка выше, а абсолютное среднее значение альфа-коэффициентов ближе к нулю (табл. 1). Это позволяет сделать вывод, что для портфелей, сформированных исходя из чувствительности компаний к изменениям валютного курса, лучше специфицирована CAPM-модель с добавлением фактора валютного риска.

Таблица 1. GRS-тест FX-портфелей

Модель	GRS F -статистика	p -оценка	Абсолютная средняя α
CAPM	0,589	0,762	0,0038
CAPM + FXR	0,155	0,992	0,0021

Для того чтобы ответить на критику авторов работы [Du, Hu, 2012], аналогичным образом также были протестированы портфели, составленные по отраслевому признаку. В связи с тем, что для первых лет (2009 и 2010 гг.) отсутствуют наблюдения по двум портфелям, рассматривается временной период, начинающийся в июле 2011 г. и заканчивающийся в апреле 2015 г. (46 наблюдений).

Фактор валютного риска значим на 1%-ном уровне для сектора энергетики, на 5%-ном — для промышленности и потребительских товаров, 10%-ном — для сырьевого сектора. Включение в модель фактора валютного риска приближает константы к нулю в семи случаях из девяти; однако следует заметить, что в однофакторной модели пяти констант из девяти были значимы не менее чем на 10% уровне; при добавлении валютного фактора число значимых констант уменьшается до четырех.

Без включения в CAPM-модель фактора валютного риска GRS F -статистика значима на 5%-ном уровне, что отвергает гипотезу о том, что константы совместно равны нулю. Добавление же фактора валютного риска в CAPM-модель делает F -статистику незначимой на 10%-ном уровне, а также уменьшает абсолютное среднее значение альфа-коэффициентов. Это указывает на то, что двухфакторная модель с фактором валютного риска лучше специфицирована для оценки отраслевых портфелей (табл. 2).

Таблица 2. GRS-тест отраслевых портфелей, российский рынок

Модель	GRS F -статистика	p -оценка	Абсолютная средняя α
CAPM	2,175	0,048	0,0149
CAPM + FXR	1,792	0,105	0,0137

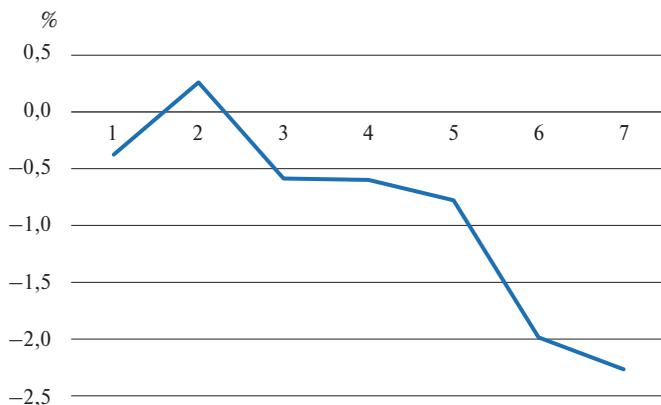
Таким образом, гипотеза 2 о том, что фактор валютного риска улучшает спецификацию моделей ценообразования активов на российском рынке, не может быть отвергнута на 10%-ном уровне.

Австралийский рынок

Доходность портфелей на австралийском рынке определена для периода с 30 июля 2007 г. по 30 апреля 2015 г. — 94 наблюдения на месячных данных. В зависимости от года наблюдений суммарно в портфелях содержится от 483 до 839 компаний.

Усредненные доходности FX-портфелей для австралийского рынка представлены на рис. 2.

Вид связи доходностей компаний и подверженности изменениям валютного курса на австралийском рынке отличается от взаимосвязи, выявленной в настоящей работе, на российском рынке: портфели, сформированные компаниями с малыми значениями коэффициента при факторе изменений валютного курса (1–3), имеют большую доходность, чем компании с высокими значениями коэффициента (5–7). Таким образом, фактор валютного риска можно сформировать в логике

**Рис. 2.** Средняя доходность FX-портфелей, австралийский рынок

«положительно чувствительные минус отрицательно чувствительные» — FX-портфели 5–7 минус портфели 1–3. Среднемесячная доходность такого портфеля на наблюдаемом периоде составляет –1,45%.

Так же как и на российском рынке, компании с наименьшей капитализацией сосредоточены в FX-портфелях 5–7, т.е. портфелях, сформированных компаниями, акции которых растут при укреплении национальной валюты.

Результаты тестирования FX-портфелей с использованием обычной CAPM-модели (3) и CAPM-модели с добавлением фактора валютного риска FXR (4) на австралийском рынке представлены ниже.

Фактор валютного риска значим на 1%-ном уровне для пяти FX-портфелей, на 5 и 10%-ном уровне — для двух портфелей. Включение в модели фактора валютного риска приближает остатки к нулю в пяти случаях из семи; наибольший прирост объясняющей способности наблюдается в моделях при тестировании портфелей 5–7 (24–54%).

GRS-тест, выполненный на FX-портфелях, также подтверждает улучшение спецификации модели от включения фактора валютного риска: без фактора валютного риска гипотеза о совместном равенстве констант нулю отвергается на 5%-ном уровне, с его добавлением — не может быть отвергнута на 10%-ном уровне (табл. 3).

Таблица 3. GRS-тест FX-портфелей, австралийский рынок

Модель	GRS <i>F</i> -статистика	<i>p</i> -оценка	Абсолютная средняя α
CAPM	2,179	0,044	0,0088
CAPM + FXR	1,597	0,147	0,0031

Тестирование, выполненное на портфелях, составленных по отраслевому признаку, дало более противоречивые результаты. Несмотря на то что фактор валютного риска значим на 1%-ном уровне для трех портфелей и на 5%-ном уровне для двух портфелей, в семи случаях из девяти абсолютное значение константы возросло; GRS-тест также показал прирост абсолютного значения константы от включения в модель фактора валютного риска; гипотеза о совместном равенстве констант нулю при этом отвергается как для модели (3), так и для модели (4) (табл. 4).

Таким образом, гипотеза 2 о способности фактора валютного риска улучшать спецификацию моделей ценообразования активов отвергается для австралийского рынка.

Таблица 4. GRS-тест отраслевых портфелей, австралийский рынок

Модель	GRS F -статистика	p -оценка	Абсолютная средняя α
CAPM	5,443	0,000	0,0057
CAPM + FXR	4,811	0,000	0,0066

3.3.2. Этап 2. Расчет премии за валютный риск

Российский рынок

Премия за валютный риск на российском рынке рассчитана с помощью метода Фамы — Макбета, где в качестве зависимой переменной выступают доходности FX-портфелей за вычетом ставки безрисковой доходности, а независимой — фактор валютного риска FXR. Расчеты проведены для пары рубль — доллар США, рассматривается период с июля 2009 по апрель 2015 г. (70 наблюдений).

Согласно проведенному тестированию, премия за валютный риск на российском рынке составляет $-0,87\%$ в месяц, результат статистически значим на 1%-ном уровне. Среднемесячная доходность портфеля с нулевыми инвестициями, являющегося фактором валютного риска, в наблюдаемом периоде составляет $-0,94\%$, что близко к результату, полученному с помощью метода Фамы — Макбета.

Все расчеты, выполненные на этапах 1–3, были проведены на логарифмических доходностях. Перевод премии за валютный риск в обычную формулу дает среднемесячное значение $-0,58\%$. Авторы работы [Saleem, Vaihekoski, 2010], используя условные модели, рассчитали недельное значение премии за валютный риск для российского рынка, $-0,1\%$. Из этого можно сделать вывод, что премия за валютный риск на российском рынке довольно устойчива — в вышеупомянутой работе расчеты проводились на временном периоде с января 1999 по июль 2009 г.

Тестирование, проведенное на портфелях, составленных по отраслевому признаку⁵, также подтверждает наличие статистически и экономически значимой премии за валютный риск на российском рынке.

Следовательно, гипотеза 3 о наличии на российском рынке экономически и статистически значимой премии за валютный риск не может быть отвергнута.

⁵ 46 наблюдений, июль 2011 г. — апрель 2015 г.

Австралийский рынок

Аналогичным образом премия за валютный риск рассчитывается для австралийского рынка. При использовании FX-портфелей в качестве зависимой переменной рассматривается период с июля 2007 по апрель 2015 г. (94 наблюдения).

Премия за валютный риск для австралийского рынка составляет $-1,38\%$, результат статистически значим на 1% -ном уровне. Среднемесячная доходность портфеля с нулевыми инвестициями, являющегося фактором валютного риска, составляет $-1,45\%$, что близко к значению, рассчитанному с помощью метода Фамы — Макбета. Перевод из логарифмической формы в обычную дает среднемесячное значение премии за валютный риск на австралийском рынке, $-1,44\%$.

При использовании отраслевых портфелей в качестве зависимой переменной премия за валютный риск незначима для австралийского рынка на 10% -ном уровне. Таким образом, гипотеза 3 о наличии на австралийском рынке статистически значимой премии за валютный риск отвергается, если принимать во внимание критику Левеллена и соавторов [Lewellen et al., 2010].

3.3.3. Этап 3. Проверка устойчивости фактора валютного риска

Российский рынок

На этапе 3 второй части эмпирического исследования определены средние доходности FX-портфелей на российском рынке с использованием следующих изменений вводных данных/методик⁶:

- замена валютного курса на рубль к евро;
- замена валютного курса на рубль к бивалютной корзине;
- замена индекса на ММВБ;
- распределение компаний в пять FX-портфелей;
- использование равновзвешенных портфелей.

В трех режимах из пяти (при замене валюты на рубль к бивалютной корзине, замене индекса на ММВБ и при распределении компаний в пяти FX-портфелей) вид взаимосвязи аналогичен полученному на этапе 2 исследования: наименьшей доходностью обладают крайние FX-портфели, при этом средняя доходность портфеля с нулевыми инвестициями составляет от $-0,78$ до $-0,89\%$ (на этапе 2: $-0,94\%$).

⁶ Указаны только те части вводных данных и методик, которые изменились по отношению к этапу 2.

При использовании равновзвешенных FX-портфелей наименее доходными являются портфели 7 ($-0,52\%$) и 4 ($-0,3\%$), при этом средняя доходность портфеля 1 составляет $-0,23\%$. Так как разница между средними доходностями FX-портфелей 1 и 4 составляет всего $0,07\%$, а остальные портфели являются более доходными, фактор валютного риска для данного режима можно также построить в логике «чувствительные минус нечувствительные». В пользу такого предположения говорит и использование другого количества FX-портфелей — пяти, при которых наименее доходными снова становятся крайние портфели (рис. 3).

Использование валютной пары рубль — евро дает другой вид зависимости: наибольшей доходностью обладает 1-й портфель, наименьшей — 7-й. Результат сохраняется и при распределении компаний в пять портфелей (рис. 4).

Таким образом, для пары доллар — евро фактор валютного риска надо выстраивать в другой логике, аналогично австралийскому рын-

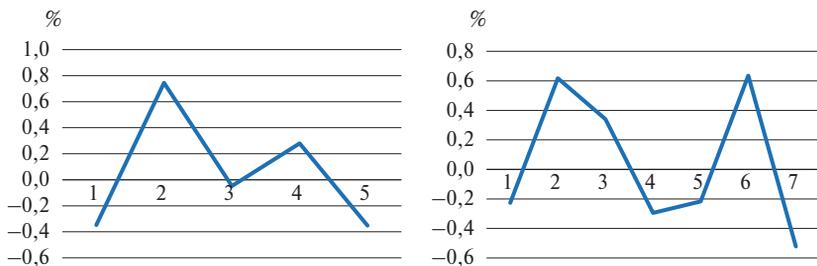


Рис. 3. Средние доходности равновзвешенных FX-портфелей

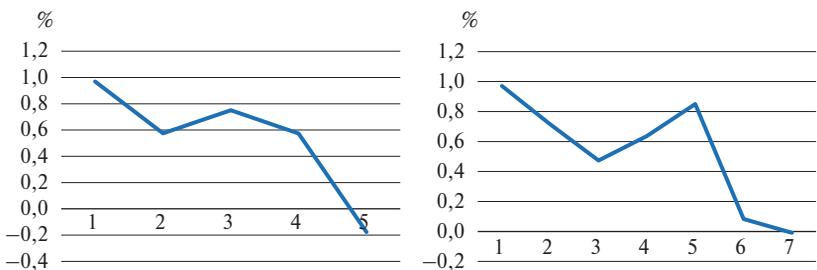


Рис. 4. Средние доходности равновзвешенных FX-портфелей при использовании пары рубль — евро

ку — «чувствительные с отрицательным коэффициентом минус чувствительные с положительным коэффициентом» (портфель 1 минус портфель 7). Среднемесячная доходность такого портфеля на рассматриваемом периоде составляет $-0,94\%$.

Фактор валютного риска статистически значим на 1%-ном уровне для портфелей 1 и 7, прирост объясняющей способности для модели с добавлением фактора валютного риска (4) по сравнению с моделью без него (3) составляет 18 и 44% соответственно; константа приблизилась к нулю в четырех случаях из семи, при этом все коэффициенты при константах незначимы.

Согласно GRS-тесту гипотеза о совместном равенстве констант нулю FX-портфелей не может быть отвергнута в обоих вариантах модели, при этом p -значение выше, а F -статистика и абсолютное среднее значение констант ниже в модели с включением фактора валютного риска (4) (табл. 5).

Таблица 5. GRS-тест FX-портфелей, пара рубль — евро

Модель	GRS F -статистика	p -оценка	Абсолютная средняя α
CAPM	0,255	0,969	0,0027
CAPM + FXR	0,143	0,994	0,0015

GRS-тест, выполненный на взвешенных по капитализации отраслевых портфелях, показал следующее: гипотеза о совместном равенстве констант нулю отвергается на 10%-ном уровне значимости при использовании модели без включения фактора валютного риска (3), но не может быть отвергнута (на 10%-ном уровне значимости) для модели с включением фактора валютного риска (4) (табл. 6).

Таблица 6. GRS-тест отраслевых портфелей, пара рубль — евро

Модель	GRS F -статистика	p -оценка	Абсолютная средняя α
CAPM	2,175	0,047	0,0149
CAPM + FXR	1,577	0,161	0,0117

Наконец, для пары рубль — евро проводится расчет премии за валютный риск. Премия за валютный риск при использовании валютной пары рубль — евро составляет $-0,95\%$ в месяц, результат статистически значим на 1%-ном уровне. Среднемесячная доходность портфеля с нулевыми инвестициями составляет $-0,94\%$ — значение

практически соответствует результатам, полученным с использованием метода Фамы — Макбета. Перевод доходности из логарифмической в обычную дает значение $-0,61\%$ в месяц. Премия за валютный риск, полученная при использовании FX-портфелей в качестве зависимых переменных, также статистически значима.

Следует заметить, что премии за валютный риск, полученные при использовании валютных пар рубль — доллар США и рубль — евро, близки по значению ($-0,58$ и $-0,61\%$). Кроме того, факторы валютного риска в наибольшей мере улучшают спецификацию моделей ценообразования активов при оценке одних и тех же активов — портфелей, составленных из самых чувствительных к изменению валютного курса акций, а также некоторых индустриальных портфелей (сырьевая и энергетическая отрасли, промышленность, реализация потребительских товаров).

Таким образом, фактор валютного риска на российском рынке остается устойчивым вне зависимости от выбора валютной пары, индекса и подхода к формированию портфелей.

Австралийский рынок

Устойчивость результатов на австралийском рынке проверяется в следующих конфигурациях⁷:

- замена индекса на S&P/ASX 300;
- распределение компаний в пять FX-портфелей;
- использование равновзвешенных портфелей.

Вне зависимости от выбора исходных данных результаты остаются устойчивыми: доходность FX-портфелей, сформированных компаниями с низкими значениями коэффициентов при факторе изменений валютного курса, больше, чем FX-портфелей, сформированных компаниями с высокими значениями коэффициентов при факторе изменений валютного курса.

Заключение

По результатам проведенного исследования можно сделать следующие выводы. Во-первых, и на российском, и на австралийском рынке присутствуют компании, стоимость акций которых чувствительна к

⁷ Указаны только те части вводных данных и методик, которые изменились по отношению к этапу 2.

изменениям валютного курса, но движение валютных курсов объясняет лишь малую часть изменения стоимости акций, если данный вопрос рассматривать на уровне индивидуальных компаний.

Во-вторых, фактор валютного риска, построенный в логике портфеля с нулевыми инвестициями, не улучшает спецификацию моделей оценки затрат на собственный капитал на австралийском рынке, однако на российском рынке ситуация противоположная — модель ценообразования активов с добавлением фактора валютного риска специфицирована лучше (чем классическая CAPM-модель).

В-третьих, на российском рынке присутствует премия за валютный риск, при этом она статистически и экономически значима, является отрицательной и составляет от $-0,61$ до $-0,58\%$ в месяц в зависимости от выбора валютной пары. Премия за валютный риск на рынке Австралии является статистически незначимой.

Таким образом, в рамках проведения эмпирического исследования удалось выявить влияние фактора валютного риска на затраты на собственный капитал на развивающемся (российском) рынке. Результаты, полученные при тестировании развитого (австралийского) рынка, не следует трактовать, однако, как отсутствие премии за валютный риск при оценке затрат на собственный капитал на данном рынке; возможно, использованная методология не способна учесть какие-либо особенности фактора валютного риска, присущего австралийскому рынку.

Литература

Adler M., Dumas B. International Portfolio Choice and Corporate Finance: A Synthesis // *Journal of Finance*. 1983. Vol. 38. P. 925–984.

Anatolyev S. A 10-year Retrospective on the Determinants of Russian Stock Returns // *Research in International Business and Finance*. 2008. Vol. 22. P. 56–67.

Apergis N. et al. Asset Pricing and Foreign Exchange Risk // *Research in International Business and Finance*. 2011. Vol. 25. P. 308–328.

Bartram M., Bodnar G. Crossing the Lines: The Conditional Relation Between Exchange Rate Exposure and Stock Returns in Emerging and Developed Markets // *Journal of International Money and Finance*. 2012. Vol. 31. P. 766–792.

Carhart M.M. On Persistence in Mutual Fund Performance // *Journal of Finance*. 1997. Vol. 52. P. 57–82.

De Santis G., Gerard B. How Big is the Premium for Currency Risk? // *Journal of Financial Economics*. 1998. Vol. 49. P. 375–412.

Doidge C. et al. Measuring the Economic Importance of Exchange Rate Exposure // *Journal of Empirical Finance*. 2006. Vol. 13. P. 550–576.

Dranev Y., Babuskin M. Asymmetric Exchange-Rate Exposure in BRIC Countries. Working papers by NRU Higher School of Economics. Series FE “Financial Economics”. 2014.

Du D., Hu O. Exchange Rate Risk in the US Stock Market // *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*. 2012. Vol. 22. P. 137–150.

Fama E., MacBeth J. Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests // *The Journal of Political Economy*. 1973. Vol. 81. No. 3. P. 607–636.

Fama E.F., French K.R. Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds // *Journal of Financial Economics*. 1993. P. 33. P. 3–56.

Fama E.F., French K.R. The Cross-Section of Expected Stock Returns // *Journal of Finance*. 1992. Vol. 47. P. 427–465.

Gibbons M.R. et al. Test of the Efficiency of a Given Portfolio // *Econometrica*. 1989. Vol. 57. P. 1121–1152.

Goriaev A., Zobotkin A. Risks of Investing in the Russian Stock Market: Lessons of the First Decade // *Emerging Markets Review*. 2006. Vol. 7. P. 380–397.

Griffin J. Are the Fama and French Factors Global or Country Specific? // *Review of Financial Studies*. 2002. Vol. 15. P. 783–803.

Jorion P. The Pricing of Exchange Rate Risk in the Stock Market // *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. 1991. Vol. 26. P. 363–376.

Kolari J.W. et al. Foreign Exchange Risk and the Cross-Section of Stock Returns // *Journal of International Money and Finance*. 2008. Vol. 27. P. 1074–1097.

Lewellen J. et al. A Skeptical Appraisal of Asset Pricing Tests // *Journal of Financial Economics*. 2010. Vol. 96. P. 175–194.

Lintner J. The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets // *Review of Economics and Statistics*. 1965. Vol. 47. P. 13–37.

Newey W., West K. A Simple, Positive Semi-definite, Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix // *Econometrica*. 1987. Vol. 55. No. 3. P. 703–708.

Saleem K., Vaihekoski M. Pricing of Global and Local Sources of Risk in Russian Stock Market // *Emerging Markets Review*. 2008. Vol. 9. No. 1. P. 40–56.

Saleem K., Vaihekoski M. Time-Varying Global and Local Sources of Market and Currency Risks in Russian Stock Market // *International Review of Economics and Finance*. 2010. Vol. 19. No. 4. P. 686–697.

Sercu P. A Generalization of the International Asset Pricing Model // *Revue de l'Association Francaise de Finance*. 1980. Vol. 1. P. 91–135.

Sercu P. *International Finance: Theory into Practice*. Princeton University Press, 2009.

Sharpe W. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk // Journal of Finance. 1964. Vol. 19. P. 425–442.

Solnik B. An Equilibrium Model of the International Capital Market // Journal of Economic Theory. 1974. Vol. 8. P. 500–524.

Vassalou M. Exchange Rate and Foreign Inflation Risk Premiums in Global Equity Returns // Journal of International Money and Finance. 2000. Vol. 19. P. 433–475.

Д.А. Герчик

Научный
руководитель —
И.Г. Поспелов

Департамент
прикладной экономики

Рост в модели монополистической конкуренции

Работа посвящена исследованию моделей экономического роста в рамках концепции экономики разнообразия (economy of diversity).

Введение

Обзор литературы

Базовая модель монополистической конкуренции была предложена в работе [Dixit, Stiglitz, 1977]. Главная особенность этой модели в том, что число продуктов в ней не фиксировано и вклад в полезность вносит не только объем, но и ассортимент потребительских благ. В конечном счете число производимых и потребляемых благ определяется условиями экономического равновесия.

Среди продуктов, рассматриваемых в модели Диксита — Стиглица, выделяется один «нулевой», который выступает «мерилом» (*numeriare*) для остальных, и цена его соответственно равна 1.

В модели рассматривается один агрегированный потребитель, который характеризуется функцией полезности вида:

$$U = U(x_0, V(x_1, x_2, \dots, x_N)), \quad (1)$$

где $U(\cdot, \cdot)$ — вогнутая линейно-однородная монотонная функция двух переменных; $V(x_1, x_2, \dots, x_N)$ — вогнутая линейно-однородная монотонная и симметричная функция произвольного числа переменных; $x_0, x_1, x_2, \dots, x_N$ — объемы потребления нулевого и остальных продуктов в неизвестном заранее числе N .

Заметим, что, поскольку полезность линейно-однородная, цены продуктов $1, p_1, p_2, \dots, p_N$ сворачиваются в индекс цен $P(1, p_1, \dots, p_N)$ так, что спрос при любых ценах удовлетворяет тождеству

$$P(1, p_1, \dots, p_N) \cdot U(x_0, V(x_1, x_2, \dots, x_N)) = x_0 + \sum_{i=1}^N p_i x_i \quad (2)$$

Индексом цен служит обратная величина множителя Лагранжа при бюджетном ограничении в задаче максимизации полезности (подробнее см. разд. 1.3.3).

В модели Диксита — Стиглица считается, что каждый продукт производит фирма-монополист, которая устанавливает на него цену. Фирма максимизирует свою прибыль по своей цене p_i и объему производства x_i , считая, что ее действия индекс цен P не изменяют. Для простоты остальные товары в экономике объединяются в один, обозначаемый x_0 , и все остальные цены товаров выражаются относительно его цены (numeraire), которая полагается равной единице.

Единственным фактором производства считается однородный труд, который нужен для покрытия двух видов затрат: переменных и постоянных. Размер постоянных затрат и норма переменных затрат полагаются у всех фирм одинаковыми и не зависящими от объема производства.

Доходы агрегированного потребителя складываются из зарплаты занятых и прибыли фирм. Совокупное предложение труда считается заданным, и предполагается полная занятость.

Ввиду полной симметрии продуктов цены p_i и объемы производства x_i у всех фирм в равновесии оказываются одинаковыми. Наконец, число продуктов, равное числу фирм, определяется из условия, что монополистическая прибыль фирмы в равновесии обращается в 0.

В работе сравниваются различные состояния экономики: рыночное равновесие, социальный оптимум (максимизация полезности при неотрицательности прибыли фирм) и Парето-оптимум для различных функций полезности. В исходной работе рассмотрены два конкретных случая полезности вида (1):

$U(\cdot, \cdot)$ произвольная вогнутая линейно-однородная и монотонная, а

$$V = \left(\sum_{i=1}^n x_i^\rho \right)^{\frac{1}{\rho}}, \quad 0 < \rho < 1; \quad (3)$$

$U(\cdot, \cdot)$ — функция Кобба — Дугласа, а V — аддитивна.

$$U = x_0^{1-\alpha} \cdot \left(\sum_{i=1}^N v(x_i) \right)^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (4)$$

Доказано, что рыночное равновесие совпадает с социальным оптимумом в случае (3), т.е. постоянной внутрисекторной эластичности

замещения. Кроме того, было показано, что в Парето-оптимальном состоянии большее количество фирм по сравнению с социальным оптимумом и рыночным равновесием и каждая фирма одинакового размера. Распределение ресурсов между секторами экономики зависит от внутрисекторной эластичности замещения, она также влияет на единственность и условия второго порядка для оптимума.

В случае переменной эластичности замещения (4) рыночное равновесие характеризуется меньшим количеством фирм и меньшим размером, чем в Парето-оптимуме. Важно отметить, что конкурентного равновесия в модели Диксита — Стиглица не существует вовсе, ввиду того что производство характеризуется систематической экономией от масштаба.

Модель Диксита — Стиглица была использована П. Кругманом [Krugman, 1979; 1980] для объяснения и описания феномена встречного экспорта. В настоящее время модели с неопределенно большим числом продуктов, близкие по смыслу к модели Диксита — Стиглица, систематически используются как промежуточная конструкция для построения теоретических макроэкономических моделей.

Наибольшее развитие это направление получило в работах М. Мелица. В получившей большую известность статье [Melitz, 2003] рассматриваются фирмы-монополисты, различающиеся нормами текущих затрат. Равновесие в модели Мелица трактуется как стационарное состояние случайного процесса входа и выхода фирм на рынок.

При входе на рынок фирма должна сделать фиксированные инвестиции в размере f_e (измеряется в единицах труда), которые невозможно обратить после входа (sunk costs), и затем случайно с функцией распределения $g(\varphi)$ определяется величина ее нормы переменных затрат (эффективности) φ . При слишком низком значении этой величины фирма не образуется, а затраты на вход пропадают. Пороговое значение эффективности, достаточное для входа, определяется в модели дополнительным требованием положительности средней долгосрочной рентабельности вошедшей на рынок фирмы. Выход фирмы с рынка происходит в случайный пуассоновский момент независимо и одинаково для всех фирм. Стоимость входа играет в модели Мелица ту же роль, что и постоянные затраты в модели Диксита — Стиглица.

Базовый — «нулевой» — продукт в модели Мелица, как во всех обсуждаемых ниже моделях, не рассматривается, т.е. для полезности агрегированного потребителя в (1)

$$U = V.$$

У М. Мелица рассматривается только CES-функция, но с континуальным множеством товаров Ω ; ω — индекс товара:

$$U = \left(\int_{\omega \in \Omega} q(\omega)^\rho d\omega \right)^{\frac{1}{\rho}}, \quad \text{где } 0 < \rho < 1,$$

и соответственно континуум фирм с функцией затрат труда

$$l_\omega = f + \frac{q_\omega}{\varphi_\omega},$$

где q_ω — количество произведенного продукта; $f > 0$ — постоянные затраты, одинаковые для всех фирм; φ_ω — производительность (обратная величина нормы текущих затрат труда) фирмы ω .

Показано, что цена продукта ω равна

$$p(\varphi) = \frac{w}{\rho \varphi},$$

а прибыль фирмы ω , производящей этот продукт, —

$$\pi_\omega = (1 - \rho)r_\omega - f w, \quad r_\omega = p_\omega q_\omega.$$

При этом прибыль всей отрасли оказывается неявно зависящей от уровня производительности.

$$\Pi = (1 - \rho)w L - f w M,$$

где M — количество фирм в отрасли.

Показано, что фирмы с более высокой производительностью начинают экспортировать, одновременно менее производительные фирмы начинают уходить с рынка.

В работе [Dhingra, Morrow, 2012] рассматриваются доказательства некоторых утверждений о существовании и свойствах модели Мелица. В частности показано, что любое равновесие для VES (variable elasticity of substitution)-функции полезности в закрытой экономике в модели Мелица является социально эффективным.

В данной работе исследуется также открытая экономика. Доказано несколько утверждений относительно равновесия в открытой экономике:

- любое рыночное равновесие в открытой экономике Мелица является социально оптимальным;

- чтобы рыночное равновесие при VES-функции полезности было социально оптимальным, нужно чтобы функция полезности имела вид CES-функции.

Следует заметить, что собственно случайный процесс входа и выхода фирм М. Мелиц и его последователи в своих работах не рассматривают, ограничиваясь формулировкой гипотетических соотношений для средних, которые должны были бы выполняться для стационарных распределений процесса.

В работе [Pospelov, Radionov, 2014] предложено описание динамики в модели Мелица с конечным числом фирм в двух вариантах.

Предполагается, что фирма создается за счет затрат, интенсивность которых определяет случайное время создания фирмы. Затраты несет некий «банк». Как и у М. Мелица, новая фирма получает случайную норму текущих издержек. За затраты по созданию фирма платит банку фиксированный поток процентных платежей, который в данной модели играет ту же роль, что и постоянные затраты в модели Диксита — Стиглица. Если новая фирма не может заплатить эту сумму (монопольная прибыль отрицательна), то фирма исчезает с рынка сразу. Поскольку, как и у М. Мелица, фирма в среднем существует конечное время, полные выплаты по кредиту конечны. Банк аккумулирует процентные платежи и совокупный поток прибыли всех фирм и все свои доходы тратит на создание новых фирм.

Два варианта модели различаются интерпретацией инвестиционных затрат на создание новых фирм. Продукты разных фирм в рамках экономики разнообразия разнокачественные, и просто складывать их «в натуральном выражении» бессмысленно. Можно складывать либо затраты на их создание, либо выручку от их продажи. В последнем случае в силу формулы (2) величина полезности U выступает как некий натуральный индекс объема произведенной продукции, и инвестиции можно попробовать в модели делать за счет него.

Создание новых продуктов в экономике разнообразия содержательно представляет собой реализацию новой идеи. В свете сказанного инвестиции вполне допустимо понимать в духе тезиса: «идеи рожают идеи».

Вариант динамической модели с инвестиционными затратами труда приводит фактически к равновесию Мелица. Следует только иметь в виду, что описанный в модели марковский процесс изменения числа фирм, как и все процессы типа «гибель и размножение», строго говоря, имеет единственным финальным распределением распределение,

сосредоточенное в состоянии, когда все фирмы случайно погибли. Но при большом начальном числе фирм время ожидания наступления этого события астрономически велико, так что в экспериментах наблюдается не стационарное состояние, а похожая на него промежуточная асимптотика. Именно ее соотношениям отвечают равновесия, описанные М. Мелицем.

Вариант динамической модели с инвестиционными затратами продукта (в чисто гипотетическом предположении, что продукт U можно разделить на части по цене P между двумя покупателями: банком и потребителем) приводит к иным результатам.

Модель исследовалась только для CES-функции полезности (3). Показано, что при $\rho > \frac{1}{2}$ экономика приходит к равновесию, а при $\frac{(1-\rho)\varphi L}{\delta b} > 1$ и $\rho \leq \frac{1}{2}$ экономика гиперболически растет!

Постановка задачи: функция полезности Кимбелла

Поскольку наблюдается сильная качественная зависимость от параметра функции полезности, а сама CES-функция в рамках экономики разнообразия, как было сказано выше, играет особую роль, возникает вопрос о том, что может быть в более общем случае полезности.

Более общая функция от неопределенно большого числа продуктов была предложена (и использована для других целей) в работе М.С. Кимбелла (Miles S. Kimball) «The Quantitative Analytics of the Basic Neomonetarist Model».

Функция полезности, которую ниже мы для краткости называем функцией Кимбелла, неявно определяется из уравнения

$$\sum_{i=1}^N G\left(\frac{q_i}{U(q_1, \dots, q_N)}\right) = 1, \quad (5)$$

где $G: \mathbb{R}_+^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$ — некая функция такая, что для всех $x > 0$

$$G(1) = 1, \quad (6)$$

$$G(0) \leq 0, \quad (7)$$

$$G'(x) > 0, \quad (8)$$

$$G''(x) < 0. \quad (9)$$

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы исследовать модели, предложенные в статье [Pospelov, Radionov, 2014], для функции полезности Кимбелла.

Для этого сначала будут подробно исследованы свойства функции полезности Кимбелла, поскольку в исходной работе это сделано слишком поверхностно. В частности, отсутствует условие (7), без которого соотношение (5) не гарантирует существование монотонной функции полезности $U(q_1, \dots, q_N)$. Следует также отметить, что в исходной статье используется не сумма, как в (5), а интеграл по континуальному множеству продуктов. Мы будем использовать сумму, поскольку континуальный процесс изменения числа фирм/продуктов корректно определить достаточно трудно.

1. Свойства функции полезности Кимбелла

1.1. Существование, однородность, монотонность и вогнутость

Утверждение 1. Если функция $G: \mathbb{R}_+^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$ удовлетворяет условиям (6)–(9), то уравнение (5) однозначно определяет монотонную линейно однородную дважды дифференцируемую функцию $U: \mathbb{R}_{++}^n \rightarrow \mathbb{R}^1$.

Доказательство. При $0 < U < \min q_i$ в силу (6), (8) левая часть (5) больше правой, а при $U \rightarrow \infty$ в силу (7) — меньше. Поэтому решение (5), притом положительное, существует, а поскольку в силу (8) левая часть (5) монотонна по U , это решение единственное.

По теореме об обратной функции $U(q_1, \dots, q_N)$ имеет такую же гладкость, как G . Дифференцирование (5) по q_i дает

$$\frac{\partial U}{\partial q_j} = \frac{G'(q_j/U)}{\sum_{i=1}^N \frac{q_i}{U} G'(q_i/U)} > 0.$$

Поскольку замена q_1, \dots, q_N, U на $\kappa q_1, \dots, \kappa q_N, \kappa U$ не нарушает выполнение (5), в силу единственности функция $U(q_1, \dots, q_N)$ — линейно однородна. ■

Утверждение 2. Если функция $G: \mathbb{R}_+^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$ удовлетворяет условиям (6)–(9), то функция $U(q_1, \dots, q_N)$, определенная уравнением (5), вогнута.

Доказательство. Заметим прежде всего, что ввиду вогнутости $G(\cdot)$

гиперповерхность $E = \left\{ \mathbf{q} = (q_1, \dots, q_n) : \sum_{i=1}^n G\left(\frac{q_i}{U(\mathbf{q})}\right) = 1 \right\}$ — выпукла.

Пусть $\mathbf{q}' = (q'_1, \dots, q'_N)$ и $\mathbf{q}'' = (q''_1, \dots, q''_N)$ — два набора продуктов.

По определению полезности Кимбелла

$$\mathbf{y}' = \frac{\mathbf{q}'}{U(\mathbf{q}')} \in E, \mathbf{y}'' = \frac{\mathbf{q}''}{U(\mathbf{q}'')} \in E.$$

Рассмотрим некоторую точку отрезка $[\mathbf{q}', \mathbf{q}'']$. Ее можно представить, как $\alpha \mathbf{q}' + \beta \mathbf{q}''$, $\alpha, \beta \geq 0$, $\alpha + \beta = 1$. Выберем величину \tilde{U} так, чтобы

$$\frac{\alpha \mathbf{q}' + \beta \mathbf{q}''}{\tilde{U}} = \tilde{\mathbf{y}} \in [\mathbf{y}', \mathbf{y}'']. \quad (10)$$

Ввиду выпуклости гиперповерхности E точка $\tilde{\mathbf{y}}$ лежит от нее по другую сторону от начала координат $\mathbf{0}$. Значит, чтобы попасть на E в точку $\frac{\alpha \mathbf{q}' + \beta \mathbf{q}''}{U(\alpha \mathbf{q}' + \beta \mathbf{q}'')}$, надо разделить $\alpha \mathbf{q}' + \beta \mathbf{q}''$ на величину большую, чем \tilde{U} :

$$\tilde{U} \leq U(\alpha \mathbf{q}' + \beta \mathbf{q}''). \quad (11)$$

Но из (10)

$$\frac{\alpha \mathbf{q}' + \beta \mathbf{q}''}{\tilde{U}} = a \frac{\mathbf{q}'}{U(\mathbf{q}')} + b \frac{\mathbf{q}''}{U(\mathbf{q}'')}, \quad a + b = 1$$

и, ввиду независимости векторов $\mathbf{q}', \mathbf{q}''$, $\frac{\alpha}{\tilde{U}} = \frac{a}{U(\mathbf{q}')}$, $\frac{\beta}{\tilde{U}} = \frac{b}{U(\mathbf{q}'')}$, а из $a + b = 1$

$$\tilde{U} = \alpha U(\mathbf{q}') + \beta U(\mathbf{q}''). \quad (12)$$

Соотношения (11), (12) показывают, что $U(\cdot)$ вогнута.

Рисунок 1 иллюстрирует схему вышеизложенного доказательства.

■

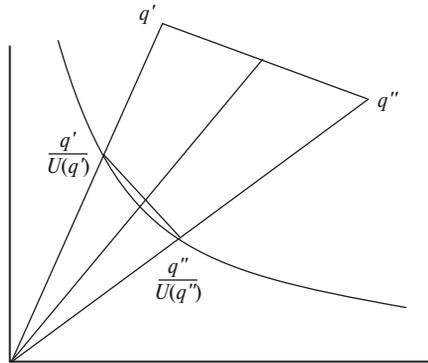


Рис. 1

1.2. Примеры функций полезности Кимбелла

Если продукт всего один ($n = 1$), то при любом G полезность совпадает с объемом его производства в силу (6)

$$U = q_1.$$

- Если $G(x) = x^\rho$, $0 < \rho < 1$, то в силу (5)

$$U = \left(\sum_{i=1}^N x_i^\rho \right)^{\frac{1}{\rho}}. \quad (13)$$

- Если $G(x) = \ln(x) + 1$, то в силу (5)

$$U = e^{\frac{1}{N}} \cdot \sqrt[N]{\prod_i q_i}. \quad (14)$$

1.3. Задача максимизации функции полезности Кимбелла при бюджетном ограничении

1.3.1. Задача минимизации расходов при фиксированной полезности

Пусть заданы цены p_1, \dots, p_n продуктов. Тогда спрос потребителя q_1, \dots, q_N на продукты в модели определяется как точка максимума функции $U(q_1, \dots, q_N)$ при бюджетном ограничении вида

$$\sum_{i=1}^N p_i q_i \leq B. \quad (15)$$

Для того чтобы определить пропорции спроса, удобнее использовать эквивалентную задачу минимизации стоимости набора продуктов при заданной полезности U

$$\sum_{i=1}^N p_i q_i \rightarrow \min_{q_1, \dots, q_N}, \quad \text{при условии} \quad \sum_{i=1}^n G\left(\frac{q_i}{U}\right) = 1. \quad (16)$$

Ввиду монотонности G равенство можно заменить на неравенство и по теореме Куна — Таккера [Ruszczynski, 2006, p. 125–133] получить, что при некотором

$$\omega = \omega(p_1, \dots, p_N, U) > 0$$

искомый спрос определяется как точка безусловного минимума выпуклой гладкой функции Лагранжа

$$\sum_{i=1}^N p_i q_i + \omega \left(1 - \sum_{i=1}^N G\left(\frac{q_i}{U}\right) \right). \quad (17)$$

1.3.2. Представление спроса через обратное преобразование Радона функции $G(\cdot)$

Утверждение 3. Если заданы непрерывная функция $m : \mathbb{R}_+^1 \rightarrow \mathbb{R}_+^1$ и постоянные $a_1 > a_0 > 0$ такие, что

$$1 < \int_{a_0}^{a_1} m(z) dz, \quad (18)$$

$$\int_{a_1}^{\infty} z m(z) dz = \infty, \quad \int_{a_1}^{a_0} z m(z) dz = -1, \quad (19)$$

тогда соотношения

$$G(x) = 1 + \int_{a_1}^x m(z) dz, \quad (20)$$

$$x = 1 + \int_{a_1}^x z m(z) dz \quad (21)$$

через параметр a определяют функцию $G(x)$, удовлетворяющую свойствам (6)–(9).

Доказательство. Заметим, что уравнение (21) определяет возрастающую функцию

$$x : [a_0, \infty) \rightarrow [0, \infty), \quad \frac{dx(a)}{da} = a m(a) > 0.$$

(6) верно, так как $x = 1$, только если $a = a_1$, но тогда $G(1) = 1 + \int_{a_1}^{a_1} m(z) dz = 1$. (7) выполняется, потому что (18). $G(x)$ возрастает по x (8), потому что

$$\frac{dG(x)}{dx} = m(a) \frac{da(x)}{dx} = \frac{1}{a} > 0 \quad (22)$$

и вогнута (9), потому что

$$\frac{d^2G(x)}{dx^2} = -\frac{1}{a^3 m(a)} < 0. \quad \blacksquare \quad (23)$$

Утверждение 4. Если $G(x)$ удовлетворяет свойствам (6)–(9), то она представима в виде

$$G(x) = 1 + \int_{a_1}^a m(z) dz, \quad x = 1 + \int_{a_1}^a z m(z) dz,$$

где m непрерывная функция $m : \mathbb{R}_+^1 \rightarrow \mathbb{R}_+^1$ и постоянные $a_1 > a_0 > 0$ такие, что

$$1 < \int_a^{a_1} m(z) dz, \\ \int_{a_1}^{\infty} z m(z) dz = \infty, \quad \int_{a_1}^{a_0} z m(z) dz = -1.$$

Доказательство. Монотонность производной функции $G(x)$ позволяет определить из равенства (22) функцию $x(a)$

$$G'(x(a)) = \frac{1}{a}.$$

Подставим это выражение для $x(a)$ в (23):

$$m(a) = -\frac{1}{a^3 G''(x(a))}.$$

Полагая $a_0 = \frac{1}{G'(0)}$ и $a_1 = \frac{1}{G'(1)}$, получаем равенства (20) и (21). ■

Представление вогнутой функции в виде (20), (21) является весьма простым и частным (одномерным) случаем преобразования Радона меры $m(a)da$.

Пример. Рассмотрим функцию

$$G(x) = \frac{\ln(1+x)}{\ln(2)}, \quad (24)$$

которая удовлетворяет (6)–(9). Для нее из (20), (21)

$$\frac{\ln(1+x)}{\ln(2)} = 1 + \int_{a_1}^a m(z) dz, \quad x = 1 + \int_{a_1}^a z m(z) dz, \quad (25)$$

откуда $\frac{dx}{1+x} = m(a)\ln(2)da$, $dx = a m(a) da$, $\frac{1}{1+x} = \frac{\ln(2)}{a}$. Из последних двух равенств и (25) $da = dx \ln(2) = a m(a) \ln(2) da$ и

$$m(a) = \frac{1}{\ln(2)a}, \quad x = \frac{a}{\ln(2)} - 1, \quad a_1 = 2 \ln(2). \quad (26)$$

1.3.3. Полезность как индекс объема и сопряженный индекс цен

В общем случае индекс цен задается как инфляционный фактор в потребительских расходах. Деление потребительских расходов на индекс цен дает индекс объема, т.е. агрегированный показатель реального потребления. Наиболее ясный и однозначный вид индекс цен приобретает в том случае, когда потребительский спрос задается как точка максимума *однородной* полезности при бюджетном ограничении. В этом случае [Krugman, 1980, p. 240–251] сама полезность может рассматриваться как индекс объема и существует функция цен $P(p_1, \dots, p_N)$ такая, что при любых ценах спрос q_1, \dots, q_N удовлетворяет соотношению (ср. (2))

$$P(p_1, \dots, p_N)U(q_1, \dots, q_N) = \sum_{i=1}^N p_i q_i. \quad (27)$$

Поскольку функция полезности Кимбелла однородна, для нее индекс цен тоже существует.

Условия первого порядка функции Лагранжа (17) по q_i и ω (U считается константой) дают следующие уравнения:

$$p_i - \frac{\omega}{U} G' \left(\frac{q_i}{U} \right) = 0,$$

$$1 - \sum_{i=1}^N G \left(\frac{q_i}{U} \right) = 0.$$

Используя выражение $q_i = x(a_i)U = \left(1 + \int_{a_1}^{a_i} z m(z) dz \right) U$,

получаем равенства

$$p_i - \frac{\omega}{U} G'(x(a_i)) = 0,$$

$$1 - \sum_{i=1}^N G(x(a_i)) = 0$$

и, подставляя в них $G(x) = 1 + \int_{a_1}^{a_i} m(z) dz$, получаем

$$a_i = \frac{\omega}{U p_i},$$

$$N + \sum_{i=1}^N \int_{a_1}^{a_i} m(z) dz = 1.$$

Введем обозначение $\Lambda = \frac{\omega}{U}$. Тогда

$$a_i = \frac{\Lambda}{p_i},$$

$$q_i = x(a_i)U = \left(1 + \int_{a_1}^{\frac{\Lambda}{p_i}} z m(z) dz \right) U, \quad (28)$$

$$N + \sum_{i=1}^N \int_{a_i}^{\frac{\Lambda}{p_i}} m(z) dz = 1. \quad (29)$$

Так как $m(z) > 0$, то $\int_{a_i}^{\frac{\Lambda}{p_i}} m(z) dz$ является возрастающей функцией по верхнему пределу, соответственно Λ может быть однозначно выражено как функция цен всех товаров

$$\Lambda = \Lambda(p_1, \dots, p_N).$$

Тогда, переписав условие (27), получаем, что

$$\sum_{i=1}^N p_i q_i = U \sum_{i=1}^N p_i \left(1 + \int_{a_i}^{\frac{\Lambda(p_1, \dots, p_N)}{p_i}} z m(z) dz \right).$$

Из этого равенства получаем, что индекс цен существует и имеет вид

$$P(p_1, \dots, p_N) = \sum_{i=1}^N p_i \left(1 + \int_{a_i}^{\frac{\Lambda(p_1, \dots, p_N)}{p_i}} z m(z) dz \right). \quad (30)$$

2. Статическая модель Диксита — Стиглица с функцией полезности Кимбелла

2.1. Определение равновесия

Рассмотрим теперь статическую модель монополистической конкуренции Диксита — Стиглица в отсутствие базового продукта с функцией полезности Кимбелла и равновесия в ней. Предполагается, что

- агрегированный потребитель предъявляет спрос на продукты q_1, \dots, q_N , максимизируя полезность $U(q_1, \dots, q_N)$ вида (5) при заданных ценах p_1, \dots, p_N и бюджетном ограничении (15);
- продукты производятся за счет затрат однородного труда, причем функция затрат труда l_i одинакова для всех продуктов и имеет вид $l_i = f + \varphi q_i$, где f — величина постоянных затрат, а φ — не зависящая от объема производства норма текущих затрат (трудоемкость);

- каждый продукт производится отдельной фирмой-монополистом, которая устанавливает цену p_i и объем q_i так, чтобы максимизировать свою прибыль.

$$\pi_i = p_i q_i - w l_i = (p_i - w \varphi) q_i - w f,$$

где w — заданная ставка заработной платы.

Эта задача имеет смысл только при определенных дополнительных предположениях о том, что фирма знает о функции спроса на свой продукт. В работах Диксита — Стиглица и Мелица без обсуждения принимается стандартное предположение, что фирма максимизирует прибыль *при фиксированном индексе потребительских цен*. Это можно объяснить тем, что согласно (29) и (30) величины P , Λ и U при большом количестве продуктов при изменении одного из p_i должны меняться мало: эти величины определяются суммой большого числа однотипных слагаемых, из которых при изменении одного из p_i изменяется только одно слагаемое. По этой причине мы считаем, что фирма решает задачу максимизации своей прибыли, используя формулу спроса (28) при фиксированных Λ и U .

$$p_i = \operatorname{argmax}_{p_i} \left\{ (p_i - w \varphi) \left(1 + \int_{a_1}^{\frac{\Lambda}{p_i}} z m(z) dz \right) U \right\},$$

$$q_i = \left(1 + \int_{a_1}^{\frac{\Lambda}{p_i}} z m(z) dz \right) U; \quad (31)$$

- общее число занятых L считается заданным

$$L = \sum_{i=1}^N l_i; \quad (32)$$

- бюджет потребителя в (15) формируется из прибыли фирм и заработной платы занятых, причем в силу монотонности функции полезности все деньги расходуются

$$\sum_{i=1}^N p_i q_i = \sum_{i=1}^N w l_i + \sum_{i=1}^N \pi_i; \quad (33)$$

- новые фирмы появляются, пока их монопольная прибыль оказывается положительной. Поскольку все фирмы в модели находятся в

абсолютно одинаковых условиях, естественно в качестве равновесия рассматривать симметричное решение¹, в котором прибыли всех фирм равны нулю:

$$\pi_i = (p_i - w\varphi)q_i - wf = 0.$$

2.2. Существование симметричного равновесия

Будем пока считать, что число фирм $N > 1$ фиксированно. Разумеется, имеющегося труда L должно хватить на покрытие их постоянных издержек f .

$$N < \frac{L}{f}. \quad (34)$$

Если при всех i $q_i = q$, $p_i = p$, то (28) и (29) превращаются в

$$q = \left(1 + \int_{a_1}^{\frac{\Lambda}{p}} z m(z) dz \right) U, \quad N + N \int_{a_1}^{\frac{\Lambda}{p}} m(z) dz = 1.$$

Полагая

$$p = a\Lambda, \quad (35)$$

получаем выражение для выпуска

$$q = \left(1 - \int_a^{a_1} z m(z) dz \right) U \quad (36)$$

и уравнение, однозначно определяющее новую неизвестную $a \in (0, a_1)$

$$\int_a^{a_1} m(z) dz = 1 - \frac{1}{N}. \quad (37)$$

Выражение (36) положительно просто потому, что служит решением задачи при одинаковых ценах.

¹ Вообще говоря, симметричная система условий может иметь несимметричные решения, если этих решений не одно, а много. Логически требуется, только чтобы преобразование симметрии — в данном случае перенумерация фирм — переводило решение в решение.

Величина полезности U , трактуемая как индекс объема потребления, определяется из баланса труда (32) $L = N(f + \varphi q)$ как

$$U = \frac{L/N - f}{\varphi \left(1 - \int_a^{a_1} z m(z) dz \right)}. \quad (38)$$

Заметим, что баланс бюджета потребителя (33), принимающий при одинаковых фирмах форму $Naq = Nw(f + \varphi q) + N(pq - w(f + \varphi q))$, выполняется тождественно (закон Вальраса).

В силу (31), (35) найденная из (37) величина a должна быть точкой максимума прибыли фирмы

$$\pi = (p - w\varphi)q - wf = (a\Lambda - w\varphi) \left(1 - \int_a^{a_1} z m(z) dz \right) U - wf. \quad (39)$$

Это самая сложная часть вопроса о существовании равновесия. Прежде всего, нетривиальный максимум монопольной прибыли фирмы существует не всегда. Например, для функции (14) попытка найти максимум прибыли дает $q = 0$, $p = \infty$. Если даже максимум существует, как, например, для функций (13), (24), то вогнутости функции прибыли, а потому и простых условий глобального максимума ожидать не приходится.

Тем не менее, если в точке a глобальный максимум (39) достигается, то из условий первого порядка находится единственное возможное выражение для Λ :

$$\Lambda = \frac{w\varphi a m(a)}{1 - \int_a^{a_1} z m(z) dz + a^2 m(a)}, \quad (40)$$

и эта величина будет положительной вместе с q .

Итак, существование симметричного равновесия доказано.

Утверждение 5. Если при целом $N \in \left(1, \frac{L}{f} \right)$ существует $\Lambda > 0$, при котором функция (39) достигает глобального максимума по $a > 0$ в точке a , однозначно определенной уравнением (37), то симметричное статическое равновесие с N фирмами (продуктами) в модели Диксита — Стиглица существует, и его параметры определяются соотношениями (40), (38), (37), (36), (35).

Вспомним теперь, что в исходной модели число фирм N определяется из условия равенства 0 монопольной прибыли (39). Подставляя в это условие выражение (38), получаем уравнение для N

$$\left(1 - \frac{w\varphi}{a\Lambda}\right) \frac{L}{f} = N, \quad (41)$$

которое надо решать совместно с (37), (40).

Поскольку параметр f — величина постоянных затрат фирмы — в уравнениях (37), (40) не участвует, можно искать равновесия при разных N и определить из (41) множество значений f , при которых равновесие существует. Число фирм при этом может получиться не целым, но формально симметричное равновесие определимо и при не целом N . Интерпретировать не целое N можно как ожидаемое значение числа фирм в некотором случайном процессе их создания и исчезновения. Так и будет сделано в следующих разделах.

3. Модель с созданием новых фирм за счет труда

3.1. Динамика числа фирм

Предположим, что постоянных затрат нет, но число фирм меняется: старые могут исчезать вследствие случайных пуассоновских шоков с частотой (intensity) δ , однако создаются новые за счет затрат части труда.

Все существующие фирмы имеют одну и ту же трудоемкость φ .

Пусть в момент t (время непрерывное) имеется $N(t)$. Предполагается, что в каждый момент t реализуется рассмотренное выше симметричное равновесие с числом фирм $N(t)$, выпуском $q(t)$ и ценой $p(t)$, но с числом занятых производством продукта

$$L_c(t) < L, \quad L_c(t) = N(t)\varphi q(t).$$

Монопольная прибыль в отсутствие постоянных издержек будет положительна:

$$\pi(t) = (a(t)\Lambda(t) - w\varphi) \left(1 - \int_{a(t)}^{a_1} z m(z) dz\right) U(t) > 0. \quad (42)$$

Будем считать, что вся эта прибыль расходуется на оплату труда занятых созданием новых фирм $L_i(t)$

$$N(t)\pi(t) = w L_i(t),$$

поскольку $\pi(t) = 0$ будет допустимым значением в задаче максимизации прибыли.

Если предполагать полную занятость $L_c(t) + L_i(t) = L$, из закона Вальраса тогда получится, что весь продукт покупается на зарплату занятых (как в модели статического равновесия с нулевой монопольной прибылью)

$$N(t) p(t) q(t) = w L.$$

Теперь опишем результаты деятельности по созданию новых фирм. Предположим, что одновременно создается только одна фирма, причем срок ее создания случаен, так что поток этих «проектов» образует пуассоновский процесс, независимый от процесса исчезновения фирм.

Частоту этого процесса будем считать пропорциональной числу занятых строительством новых фирм $L_i(t)/b$, где b — постоянная, по смыслу аналогичная приростной фондоемкости.

Как и в работах М. Мелица, а также других подобных исследованиях, отождествим фактическое число фирм с его ожидаемым значением и будем считать, что формулы статического равновесия относятся именно к ожидаемому числу фирм. Это можно сделать по закону больших чисел, если фирм достаточно много. Тогда в силу свойств пуассоновских процессов

$$\frac{dN}{dt} = \frac{L_i}{b} - \delta N. \quad (43)$$

3.2. Сходимость к статическому равновесию

Поскольку занятым L_i платят из прибыли при $f = 0$, из (43)

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N(p - w\varphi)q}{bw} - \delta N.$$

В динамическом равновесии этой системы, когда $\frac{dN}{dt} = 0$, получается, что

$$(p - w\varphi)q - \delta bw = 0.$$

Это условие совпадает с условием равенства 0 монопольной прибыли (39), и если в рассматриваемой динамической модели бюджет потребителя равен фонду заработной платы wL , получаем следующее.

Утверждение 6. В динамической модели без постоянных затрат, но с выбытием фирм динамическое равновесие совпадает с равновесием статической модели с постоянными затратами

$$f = \delta b.$$

Чтобы получить явный вид динамической системы (43), вычислим величину занятых в строительстве. В силу (39)

$$L_I = \frac{N\pi}{w} = \frac{a\Lambda - w\varphi}{w} \left(1 - \int_a^{a_1} z m(z) dz \right) UN.$$

U определяется формулой (38), при $f = 0$ и замене L на $L_C = L - L_I$. Тогда

$$U = \frac{L - L_I}{N \varphi \left(1 - \int_a^{a_1} z m(z) dz \right)}.$$

Теперь в силу (43), (40) получаем

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1 - \int_a^{a_1} z m(z) dz}{a(N)^2 m(a(N))} \frac{L}{b} - \delta N,$$

где $a(N)$ — единственное решение уравнения (37)

$$\int_{a(N)}^{a_1} m(z) dz = 1 - \frac{1}{N}. \quad (44)$$

4. Модель с созданием новых фирм за счет затрат продукта

4.1. Динамика числа фирм

Предыдущая модель близка к модели монополистической конкуренции М. Мелица, данная модель построена совершенно по-другому. Ее идея состоит в том, что для производства нового продукта нужно

использовать некоторое количество уже имеющегося (можно считать это инвестициями).

В качестве объема агрегированного продукта, который делится на потребление и накопление, будем использовать величину индекса объема U . Это предположение никоим образом не очевидно. Из общих соображений следовало бы рассматривать U как некоторую нелинейную однородную свертку потребительского и инвестиционного продукта, но здесь мы принимаем простейшее предположение об аддитивности агрегированного продукта U . Итак, пусть

$$U = Q_c + Q_i,$$

где Q_c — потребленная, а Q_i — инвестированная часть совокупного продукта, так что по аналогии с (43).

$$\frac{dN}{dt} = \frac{Q_i}{k} - \delta N, \quad (45)$$

где k — постоянная, по смыслу подобная b в (43), но другой размерности.

Инвестиционный продукт покупается за счет прибыли (42), а его ценой служит индекс цен (30), который в случае одинаковых фирм выражается как (см. (35), (36), (44))

$$P = N a(N) \Lambda \left(1 - \int_{a(N)}^{a_1} z m(z) dz \right).$$

Поэтому

$$Q_i = \left(1 - \frac{w \varphi}{\Lambda} \right) U.$$

Подставляя выражения U из (38) при $f=0$ и Λ из (40), получаем

$$U = \frac{L/N}{\varphi \left(1 - \int_a^{a_1} z m(z) dz \right)},$$

$$\Lambda = \frac{w \varphi a m(a)}{1 - \int_a^{a_1} z m(z) dz + a^2 m(a)},$$

$$Q_I = \left(\frac{1-a}{\left(1 - \int_a^{a_1} z m(z) dz\right)} - \frac{1}{a m(a)} \right) \frac{L}{N \varphi}. \quad (46)$$

4.2. Пример медленного, но неограниченного роста разнообразия

Рассмотрим полезность Кимбелла, порожденную функцией

$$G(x) = \frac{\ln(1+x)}{\ln(2)}. \quad (47)$$

Из (26), (46) легко вычислить, что для этой функции задача максимизации монопольной прибыли разрешима и

$$Q_I = \frac{\ln(2)^2}{a(N) - 1 - \ln(2)} \frac{L}{N \varphi}, \quad (48)$$

где $a(N)$, как и выше, вычисляется из (44). Для функции (47) в силу (26) получается

$$a(N) = 4 \cdot 2^{-\frac{1}{N}} \ln(2). \quad (49)$$

Для лучшего понимания качественного характера полученного результата предположим, что выбытия фирм нет.

Подставляя (48), (49) и $\delta = 0$ в (45), получаем, что

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\ln(2)^2}{a(N) - 1 - \ln(2)} \cdot \frac{L}{N \varphi k}.$$

Решение этого уравнения медленно, но неограниченно растет со временем

$$N(t) \sim \ln(t) \text{ при } t \rightarrow \infty.$$

Заключение

В работе были исследованы свойства функции полезности Кимбелла и существование при этой полезности монополистического равновесия по Дикситу — Стиглицу.

Были построены и частично исследованы две динамические модели роста экономики разнообразия при постоянном количестве труда. Оказалось, что если на создание продукта нужен труд, то система приходит в статическое равновесие. Если же фирмы строятся за счет продукта, учитывающего его разнообразие, то возможен совершенно необычный для моделей роста режим, при котором разнообразие экономики растет медленно, но неограниченно.

Литература

Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А. Опыт математического моделирования экономики. М.: Энергоатомиздат, 1996.

Dhingra S., Morrow J. The Impact of Integration on Productivity and Welfare Distortions under Monopolistic Competition. FIW Working Paper No. 88. 2012.

Dixit A.K., Stiglitz J.E. Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity // *The American Economic Review*. 1977. Vol. 67. Iss. 3. P. 297–308.

Kimball M.S. The Quantitative Analytics of the Basic Neomonetarist Model. NBER Working Paper No. 5046. 1995.

Krugman P.R. Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade // *Journal of International Economics*. 1979. Vol. 9. No. 4. P. 469–479.

Krugman P. Scale Economies, Product Differentiation, and the Pattern of Trade // *The American Economic Review*. 1980. Vol. 70. No. 5. P. 950–959.

Melitz M.J. The Impact of Trade on Intra-Industry Reallocations and Aggregate Industry Productivity // *Econometrica*. 2003. Vol. 71. No. 6. P. 1695–1725.

Pospelov I.G., Radionov S.A. Firm Dynamics in Melitz-Type Models // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2014. Vol. 6. No. 5. P. 445–455.

Ruszczynski A. Nonlinear Optimization. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2006.

Д.Р. Губаева
Научный
руководитель —
Н.И. Берзон
Департамент
финансов

Оценка эффективности долгосрочных инвестиционных стратегий

Данная работа посвящена оценке эффективности долгосрочных инвестиционных стратегий, которые были протестированы на портфелях, сформированных по методу оптимизации Марковица. Выборка исследования включала фондовые рынки США и России. На основе коэффициентов Шарпа, Модильяни и модифицированного коэффициента Шарпа была оценена эффективность активного и пассивного управления для портфелей акций, а также смешанных портфелей, включающих акции и облигации в различных пропорциях.

Введение

Создание инвестиционного портфеля является одной из важнейших задач, которую ставят перед собой как крупные инвестиционные компании, так и частные инвесторы, желающие сохранить или преумножить свой капитал. Процесс выбора оптимальных инструментов и пропорций представляет собой главную проблему, возникающую в процессе формирования портфеля. Множество исследований было посвящено тестированию стратегий, преимущественно основанных на случайном отборе ценных бумаг или равновероятном распределении долей в портфеле. Однако с 1960-х годов, после выхода статьи Гарри Марковица «Portfolio Selection» [Markowitz, 1952], на первый план при формировании портфеля выходят понятия риска и доходности, а именно оптимизация их соотношения для конкретного инвестора. Эффективна ли данная концепция при формировании «оптимального» портфеля на российском и американском фондовых рынках? Позволит ли она сформировать диверсифицированный портфель, который обеспечит желаемую доходность при заданном

уровне риска или желаемый уровень риска при заданном уровне доходности?

Целью данной исследовательской работы является оценка эффективности долгосрочных инвестиционных стратегий. Исходя из этого объект исследования — стратегии долгосрочного инвестирования, субъект — эффективность данных стратегий относительно друг друга.

В соответствии с поставленной целью задачи исследования сводятся к следующим:

- 1) анализ теоретических подходов и эмпирических исследований оптимизации портфельных инвестиций;
- 2) разработка методологии исследования путем определения классификации инвестиционных стратегий, алгоритма формирования структуры оптимального портфеля и способов оценки эффективности инвестиционных стратегий;
- 3) формулирование гипотез, требующих эмпирической проверки;
- 4) тестирование представленной методологии на реальных данных;
- 5) подведение итогов относительно подтверждения выдвинутых гипотез и выявление практической ценности проведенного исследования.

Первый раздел работы посвящен обзору существующих исследований в области формирования инвестиционного портфеля и управления им. Во втором разделе представлена методология исследования, включающая классификацию инвестиционных стратегий, алгоритм определения структуры оптимального портфеля, а также способы оценки эффективности стратегий долгосрочного инвестирования. Третий раздел посвящен тестированию инвестиционных стратегий на предмет эффективности при формировании портфеля акций, а также при включении в портфель облигаций. В заключении, в свою очередь, изложены результаты проведенного исследования.

1. Теоретические основы формирования оптимального инвестиционного портфеля

Основой подхода к инвестициям с точки зрения современной теории формирования портфеля является фундаментальная работа Гарри Марковица «Portfolio Selection», опубликованная в журнале «Journal of Finance» [Markowitz, 1952].

Изначально вводятся предположения о том, что инвестор в настоящий момент располагает конкретной суммой денежных средств. Эти

средства инвестируются в ценные бумаги на определенный период времени, в конце которого инвестор продает их, а полученный доход использует на потребление или реинвестирует в ценные бумаги. Таким образом, принятие инвестором решения о покупке ценных бумаг эквивалентно проблеме выбора оптимального портфеля.

Первое правило в отношении выбора портфеля, согласно Марковицу, заключается в том, что инвестор максимизирует будущую доходность. Поскольку будущее неизвестно, он должен оценить ожидаемую доходность. При этом ожидаемая прибыль конкретных ценных бумаг зависит от уровня риска.

Желание одновременно максимизировать ожидаемую доходность и минимизировать риск приводит к необходимости диверсификации средств инвестора путем покупки не одной, а нескольких ценных бумаг. Диверсификация приводит к усреднению рыночного риска и существенно уменьшает риск инвестора.

Марковиц вводит понятие эффективного множества, которое подразумевает наличие бесконечного числа эффективных портфелей. Однако концепция «доходность — риск» предполагает, что инвестор предпочитает выбирать из всего эффективного множества один портфель, который минимизирует риск при данной доходности или максимизирует доходность при данном уровне риска.

2. Методология исследования

2.1. Классификация инвестиционных стратегий

Как было заявлено во введении, целью данного исследования является оценка эффективности долгосрочных инвестиционных стратегий. В качестве способов долгосрочного инвестирования были выбраны следующие стратегии.

1. «Купи и держи» (пассивное управление): характеризуется выбором оптимального портфеля активов, количество которых будет неизменно на протяжении всего периода инвестирования.

2. «Фиксированная пропорция» (активное управление): характеризуется ребалансировкой портфеля один раз в год с целью сохранения пропорций оптимального портфеля на протяжении всего периода инвестирования.

3. «Оптимальный портфель» (активное управление): характеризуется ребалансировкой портфеля один раз в год с изменением его состава и структуры.

Вышеописанные стратегии тестируются в работе на портфелях, сформированных методом диверсификации Марковица. Данный метод будет применяться как к портфелям, состоящим исключительно из акций, так и к смешанным портфелям, включающим и акции, и облигации в различных пропорциях.

Кроме того, рассмотренные стратегии тестируются на российском и американском фондовых рынках. Таким образом, в совокупности будет рассмотрено 10 портфелей и 30 стратегий.

Эффективность каждого портфеля оценивается с помощью коэффициентов Шарпа, Модильяни и модифицированного коэффициента Шарпа.

Исходя из поставленной цели, необходимо выдвинуть и проверить следующие гипотезы.

1. Активное управление портфелем («Фиксированная пропорция», «Оптимальный портфель») эффективнее пассивной долгосрочной стратегии («Купи и держи»).

2. Стратегия «Оптимальный портфель» эффективнее стратегии «Фиксированная пропорция», так как позволяет уловить перспективные компании и выявить новые тренды.

3. Включение в состав портфеля облигаций снижает его риск и доходность, но повышает эффективность.

Согласно теории Марковица, главными параметрами при управлении портфелем являются ожидаемая доходность и риск. Данные величины оцениваются в первую очередь, на основе статистической информации за предыдущие периоды времени. Поскольку будущее вряд ли повторит прошлое со 100%-ной вероятностью, полученные оценки можно корректировать соответственно своим ожиданиям. Рассмотрим, каким образом рассчитываются отмеченные параметры.

Ожидаемая доходность портфеля рассчитывается на основе ожидаемой доходности активов.

Ожидаемая доходность активов определяется как среднеарифметическое значение этого параметра на основе исторических данных о доходности актива:

$$E(r) = \frac{\sum_{i=1}^n r_i}{n},$$

где $E(r)$ — ожидаемая доходность актива; r_i — фактическая доходность актива в i -м периоде; n — количество периодов наблюдения.

Ожидаемая доходность портфеля определяется как средневзвешенная ожидаемая доходность входящих в него ценных бумаг:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n \theta_i E(r_i),$$

где $E(r_p)$ — ожидаемая доходность портфеля; $E(r_i)$ — ожидаемая доходность актива; θ_i — удельный вес актива в портфеле.

Удельный вес ценной бумаги в портфеле рассчитывается как отношение ее стоимости к стоимости всего портфеля:

$$\theta_i = \frac{P_i}{P_p},$$

где θ_i — удельный вес в портфеле i -й бумаги; P_i — стоимость i -й бумаги в портфеле; P_p — стоимость портфеля.

Для оценки риска инвестирования используются показатели вариации: дисперсия (σ^2) и стандартное отклонение (σ).

Дисперсия вычисляется по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (r_i - r)^2}{n},$$

где r_i — доходность актива; r — средняя доходность; n — количество периодов.

Формула стандартного отклонения:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}.$$

Стандартное отклонение говорит об изменчивости доходности акций. Чем больше значение стандартного отклонения, тем больше может быть отклонение будущей доходности от ее средней величины за определенный промежуток времени.

При формировании портфеля степень взаимосвязи и направление изменения доходностей двух активов определяются с помощью показателя ковариации. Она может принимать положительные, отрицательные значения и равняться нулю. Положительное значение данного показателя свидетельствует о том, что доходности активов изменяются в одном направлении: с ростом доходности первой бумаги доходность второй бумаги также будет расти. При отрицательной ковариации доходности активов имеют тенденцию изменяться в противоположных

направлениях: с ростом доходности одной бумаги доходность другой бумаги падает. Если ковариация равна нулю, взаимосвязь между доходностями ценных бумаг отсутствует.

$$\text{COV}_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (r_{xi} - r_x)(r_{yi} - r_y)}{n}.$$

2.2. Алгоритм определения структуры оптимального портфеля

Концепция формирования портфеля Марковица была скорректирована на стадии поиска ожидаемых доходностей ценных бумаг, входящих в первоначальную выборку. В частности, временной горизонт при оценке параметра доходности был уменьшен с 10 лет до одного года.

Алгоритм определения структуры оптимального портфеля следующий:

- 1) оценка ожидаемых доходностей ценных бумаг как среднее арифметическое значение доходностей за определенный период времени;
- 2) построение ковариационной матрицы;
- 3) оценка ожидаемой доходности и риска портфеля;
- 4) построение границы эффективного множества портфелей;
- 5) поиск касательного портфеля путем максимизации отношения доходности к риску.

После формирования портфелей будут рассчитаны три коэффициента, оценивающие их эффективность.

1. Коэффициент Шарпа, характеризующий доходность актива на единицу риска:

$$S_r = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p},$$

где r_p — средняя доходность портфеля; r_f — средняя безрисковая ставка; σ_p — стандартное отклонение доходностей портфеля.

2. Коэффициент Модильяни, оценивающий уровень доходности при условии равенства суммарного риска актива и рыночного риска:

$$M^2 = (\bar{r}_p - \bar{r}_m) \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_p} \right) + r_f,$$

где \bar{r}_p, \bar{r}_m — ожидаемые доходности актива и рынка; r_f — безрисковая ставка; σ_p, σ_m — стандартные отклонения доходностей портфеля и рынка.

3. Модифицированный коэффициент Шарпа, корректирующий коэффициент Шарпа на значения асимметрии и эксцесса:

$$Sh_{\text{мод}} = Sh \cdot \left(1 + \left(\frac{As}{6} \right) \cdot Sh - \left(\frac{Ek}{24} \right) \cdot Sh^2 \right),$$

где Sh — коэффициент Шарпа; As — асимметрия; Ek — эксцесс.

Наиболее эффективными будут долгосрочные инвестиционные стратегии с наибольшими значениями вышеуказанных коэффициентов.

3. Тестирование эффективности инвестиционных стратегий

В рамках исследования эффективности долгосрочных инвестиционных стратегий были рассмотрены поочередно портфели акций и смешанные портфели для фондовых рынков США и России.

3.1. Оценка эффективности инвестиционных стратегий при формировании портфеля акций

3.1.1. Эффективность инвестиционных стратегий на фондовом рынке США

Для оценки эффективности долгосрочных стратегий на американском рынке был выбран индекс фондового рынка США S&P 100 (ОЕХ), в частности, его состав на 21 марта 2014 г. Индекс S&P 100 существует с 1976 г. и включает 100 наиболее крупных и известных эмитентов из индекса S&P 500.

Для исследования были использованы данные о недельных котировках акций компаний с 2003 по 2014 г. включительно.

При формировании портфелей доли ценных бумаг определялись на временном промежутке с 1 января по 31 декабря 2003 г. Тестирование портфелей проводилось в период с 1 января 2004 г. по 31 декабря 2014 г. Исключением стала стратегия «Оптимальный портфель», предполагавшая формирование портфеля, состав которого подвергался ежегодной ребалансировке с применением процедуры оптимизации Марковица.

На первом этапе исследования рынка акций США, представленного компаниями из индекса S&P 100, были рассчитаны ожидаемые

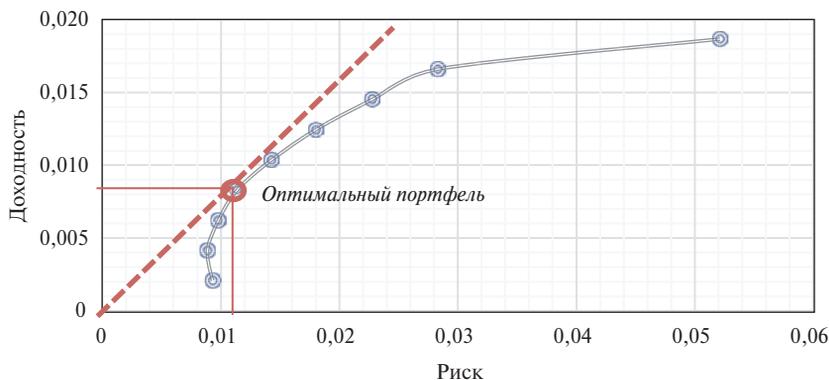


Рис. 1. Эффективная граница Марковица

доходности акций по данным о недельных котировках с 1 января по 31 декабря 2003 г., а также построена ковариационная матрица.

На основе полученных данных были вычислены ожидаемая доходность портфеля (как произведение ожидаемых доходностей акций на их долю в портфеле) и риск портфеля (как дисперсия и стандартное отклонение).

На следующем этапе была построена граница эффективного множества портфелей — как график минимально возможной дисперсии для ожидаемой доходности заданного портфеля (рис. 1).

Состав оптимального портфеля был выявлен путем применения критерия максимизации отношения ожидаемой доходности к ожидаемому риску. В результате максимальное значение данного параметра (0,74) достигалось при распределении долей активов в портфеле, представленном на рис. 2.

Более 70% портфеля составляют компании Occidental Petroleum Corp. (OXY), Amgen Inc. (AMGN), Freeport-McMoRan (FCX), Simon Property Group, Inc. (SPG), Halliburton (HAL).

Далее было произведено тестирование данного портфеля по стратегиям «Купи и держи», «Фиксированная пропорция» и «Оптимальный портфель». Первоначальная сумма инвестирования по всем стратегиям составила 1 млн долл. США. Размер комиссии был установлен на уровне 0,01% от торгового оборота.

Рассмотрим поочередно каждую стратегию.

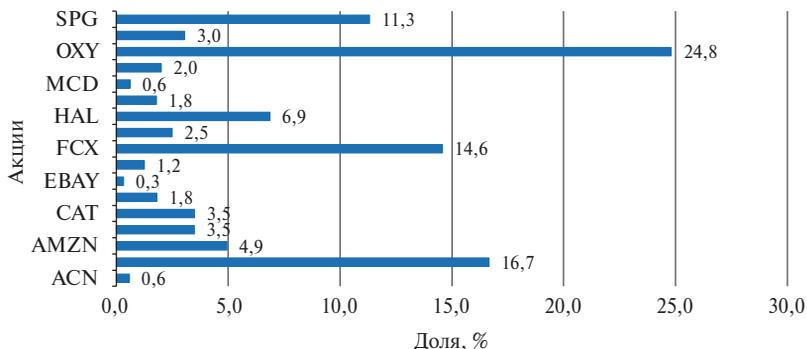


Рис. 2. Структура оптимального портфеля на 2004 г.

«Купи и держи»

Стратегия «Купи и держи» характеризуется пассивным поведением инвестора, который на протяжении всего периода инвестирования не изменяет структуру и состав портфеля.

Динамика стоимости оптимального портфеля по стратегии «Купи и держи» была сопоставлена с динамикой стоимости индекса S&P 100 за аналогичный период времени (рис. 3).

В результате стоимость портфеля в течение всего рассматриваемого периода инвестирования превосходила стоимость индекса. Доходность портфеля по стратегии «Купи и держи» составила 120% за 11 лет, доходность индекса — 65%.

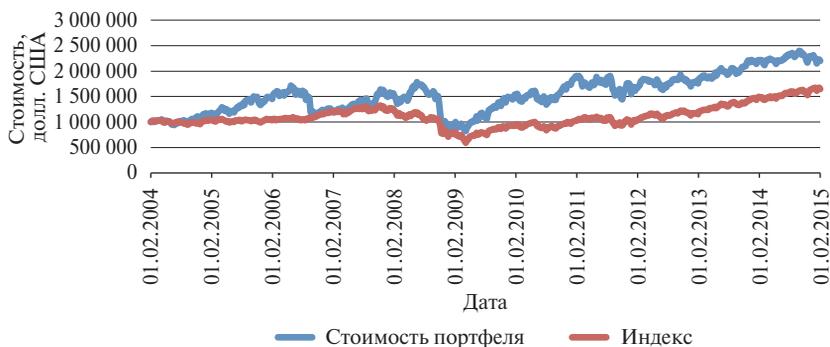


Рис. 3. Динамика стоимости портфеля по стратегии «Купи и держи» и индекса S&P 100

«Фиксированная пропорция»

Согласно стратегии «Фиксированная пропорция» на протяжении всего периода инвестирования (с 1 января 2004 г. по 31 декабря 2014 г.) происходила ежегодная ребалансировка портфеля с целью сохранения его первоначальной структуры, определенной по выборке данных за период с 1 января по 31 декабря 2003 г.

Динамика изменения стоимости портфеля по стратегии «Фиксированная пропорция» и индекса S&P 100 представлена на рис. 4.



Рис. 4. Динамика стоимости портфеля по стратегии «Фиксированная пропорция» и индекса S&P 100

На протяжении всего периода инвестирования стоимость портфеля превосходила стоимость индекса. Доходность за 11 лет по стратегии «Фиксированная пропорция» составила 218%, в то время как доходность индекса — лишь 65%.

«Оптимальный портфель»

В соответствии со стратегией «Оптимальный портфель» на протяжении всего периода инвестирования, а именно с 2004 по 2014 г., происходила ребалансировка инвестиционного портфеля с изменением его состава и структуры.

В 2003 г. выборка исследования составила 93 компании, в 2007 г. была добавлена компания Mastercard Inc. (MA), в 2009 г. — Phillip Morris International (PM) и Visa Inc. (V), в 2011 г. — General Motors (GM), в 2013 г. — Facebook (FB) и AbbVie Inc. (ABBV), в 2015 г. — Google Inc. (GOOG).

Состав оптимальных портфелей за весь рассмотренный период характеризовался высокой диверсификацией. Исключением стал 2009 г. Финансовый кризис США 2007–2008 г. сказался на результатах деятельности компаний и, как следствие, на показателях ожидаемых доходностей, которые в большинстве случаев были ниже нулевого значения. По этой причине в составе портфеля 2009 г. оказались лишь две бумаги с положительной доходностью.

Динамика изменения стоимости портфеля, составленного по стратегии «Оптимальный портфель», и индекса S&P 100 представлена на рис. 5.

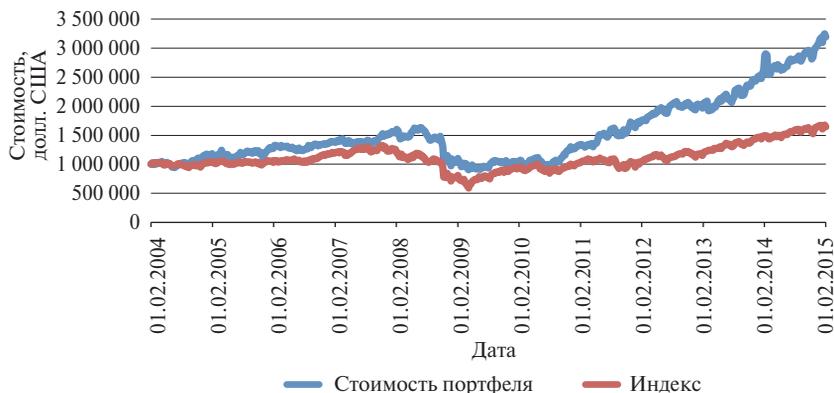


Рис. 5. Динамика изменения стоимости портфеля по стратегии «Оптимальный портфель» и индекса S&P 100

На протяжении всего периода инвестирования стоимость портфеля опережала стоимость индекса. В результате доходность за 11 лет составила 219%, доходность индекса — 65%.

Таким образом, как можно видеть на рис. 6, все три стратегии по стоимости превосходили индекс S&P 100.

Оценка эффективности вышеописанных стратегий проводилась на основе коэффициентов Шарпа, Модильяни и модифицированного коэффициента Шарпа.

В качестве безрисковой ставки была взята ставка купонной доходности по государственным американским десятилетним облигациям на 6 марта 2015 г. (2,24%), в качестве рыночной доходности — доходность индекса S&P 100 (OEX).

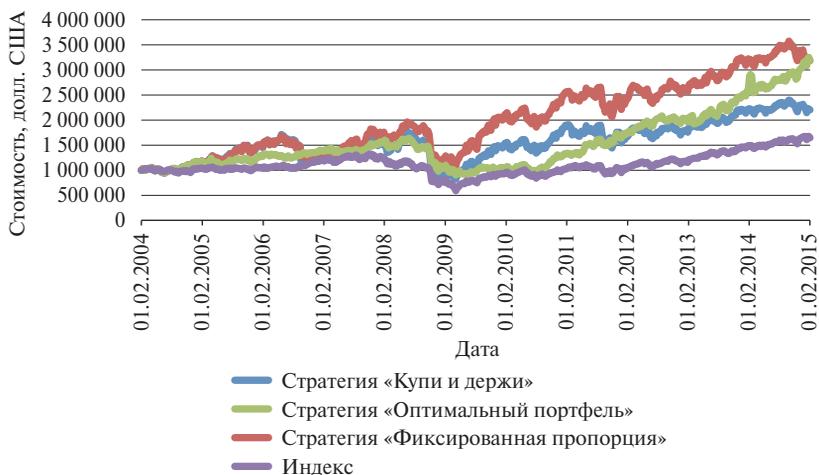


Рис. 6. Динамика изменения стоимости портфелей по трем стратегиям и индекса S&P 100

В табл. 1 представлены значения коэффициентов эффективности.

Таблица 1. Эффективность инвестиционных стратегий на фондовом рынке США

	Стратегия «Купи и держи»	Стратегия «Фиксированная пропорция»	Стратегия «Оптимальный портфель»
Коэффициент Шарпа	0,319184076	0,457445217	0,548100223
Коэффициент Модильяни	0,048508036	0,045856507	0,053366439
Модифицированный коэффициент Шарпа	0,316996198	0,468739201	0,510548236

По всем показателям стратегия «Оптимальный портфель» оказалась эффективнее стратегий «Купи и держи» и «Фиксированная пропорция». Таким образом, гипотеза об эффективности активного управления по сравнению с пассивным и гипотеза об эффективности стратегии «Оптимальный портфель» были подтверждены.

3.1.2. Эффективность инвестиционных стратегий на российском фондовом рынке

На следующем этапе исследования был рассмотрен российский рынок акций, представленный в виде 80 компаний, входящих в отраслевые индексы ММВБ.

Для исследования использовались данные по недельным котировкам акций компаний, входящих в выборку, с 2003 по 2014 г. включительно. Временной промежуток, на основе которого был сформирован оптимальный портфель на 2004 г., составил 12 месяцев, а именно с 1 января по 31 декабря 2003 г. Тестирование стратегий проводилось с 1 января 2004 г. по 31 декабря 2014 г.

Относительно небольшая история существования российского фондового рынка не позволила использовать для анализа одновременно все компании. Данный факт мог сказаться на стратегиях «Купи и держи» и «Фиксированная пропорция», так как оптимальный портфель был составлен из ограниченного количества компаний, а именно торгующихся с 2003 г.

В выборку компаний, присутствующих на фондовом рынке в 2003 г., первоначально вошли следующие эмитенты: ОАО «Сбербанк России» (SBER, SBERP), ОАО «АВТОВАЗ» (AVAZ, AVAZP), ОАО «Ростелеком» (RTKM, RTKMP), ОАО «Мосэнерго» (MSNG), ОАО «Иркутскэнерго» (IRGZ), ОАО «ЛУКОЙЛ» (LKOH), ОАО «Транснефть» (TRNFP), ОАО «Татнефть» (TATN), ОАО «Сургутнефтегаз» (SNGS, SNGSP), ОАО «Аэрофлот» (AFLT).

В связи с отсутствием котировок на выбранном промежутке времени были исключены обыкновенные и привилегированные акции ОАО «АВТОВАЗ», а также привилегированные акции ОАО «Транснефть». В результате выборку, используемую для формирования оптимального портфеля, составили 11 компаний.

На основе ожидаемых доходностей и ковариационной матрицы были рассчитаны ожидаемая доходность портфеля (как произведение ожидаемых доходностей акций на их долю в портфеле) и риск портфеля (как дисперсия и стандартное отклонение).

На следующем этапе была построена граница эффективного множества портфелей — как график минимально возможной дисперсии для ожидаемой доходности заданного портфеля (рис. 7).

Состав оптимального портфеля был выявлен путем применения критерия максимизации отношения ожидаемой доходности к риску.

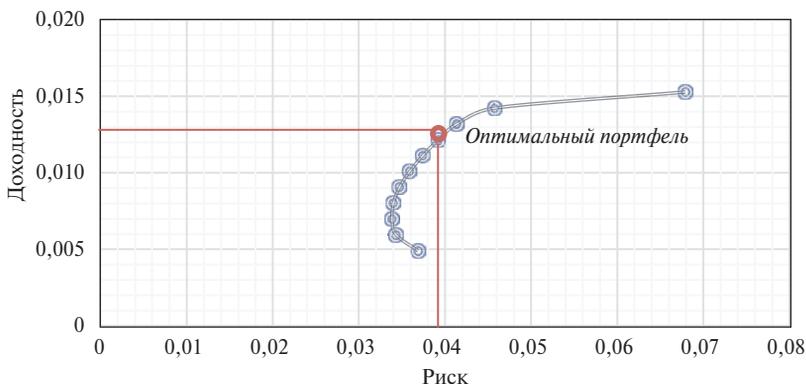


Рис. 7. Эффективная граница Марковица

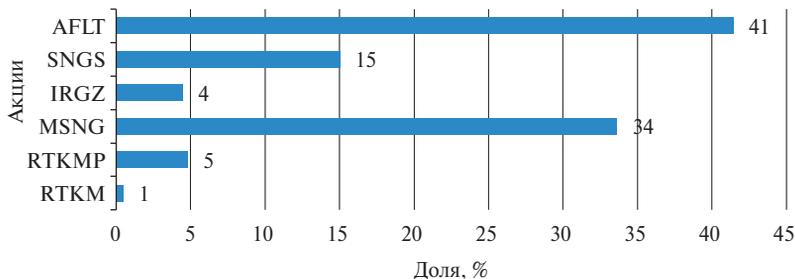


Рис. 8. Структура оптимального портфеля на 2004 г.

В результате максимальное значение данного параметра, равное 0,32, достигалось при распределении активов, представленном на рис. 8.

Около 90% портфеля занимали компании с наибольшим значением ожидаемой доходности: ОАО «Мосэнерго» (MSNG), ОАО «Сургутнефтегаз» (SNGS) и ОАО «Аэрофлот» (AFLT).

На следующем этапе были протестированы стратегии «Купи и держи», «Фиксированная пропорция» и «Оптимальный портфель». Первоначальная сумма инвестирования составила 1 млн руб. Размер комиссии — 0,01% от торгового оборота.

Доходность портфелей, состоящих из российских акций, сравнивалась с доходностью индекса ММВБ. Эффективность стратегий оценивалась по коэффициентам Шарпа, Модильяни и модифицированному коэффициенту Шарпа.

Рассмотрим последовательно каждую стратегию.

«Купи и держи»

Стратегия «Купи и держи» характеризуется пассивным поведением инвестора, который на протяжении всего срока инвестирования не изменяет структуру и состав портфеля.

Динамика стоимости оптимального портфеля была сопоставлена с динамикой стоимости индекса ММВБ за аналогичный период времени. В результате стоимость портфеля превосходила стоимость индекса в промежутке с 2004 по 2006 г., а также в отдельные периоды с 2007 по 2009 г. (рис. 9).

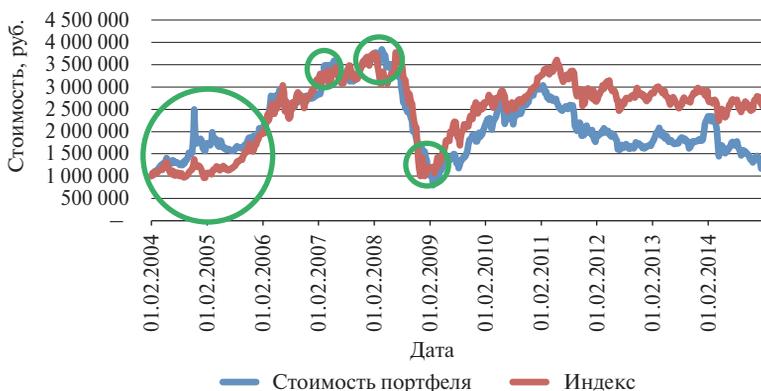


Рис. 9. Динамика изменения стоимости портфеля по стратегии «Купи и держи» и индекса ММВБ

Доходность портфеля за период с 2004 по 2015 г. составила 17%, в то время как доходность индекса — 157%.

«Фиксированная пропорция»

Стратегия «Фиксированная пропорция» предполагает ребалансировку портфеля один раз в год с целью сохранения исходных долей оптимального портфеля.

Динамика стоимости портфеля опережала динамику индекса в промежутке с 2004 по 2006 г. С 2007 по 2011 г. также встречались периоды, когда стоимость портфеля превосходила стоимость индекса (рис. 10).

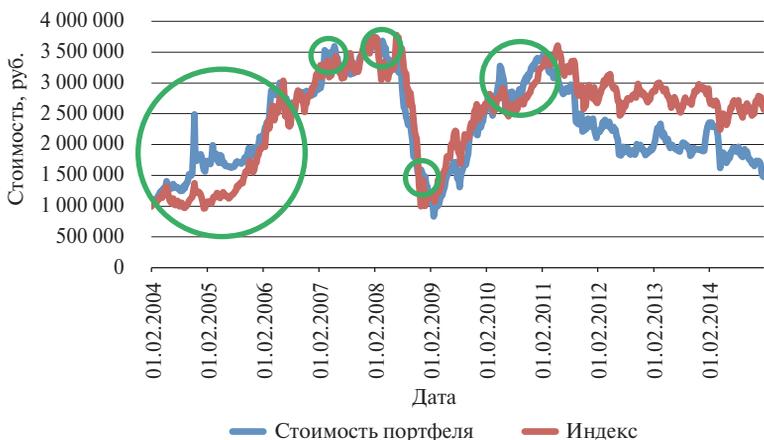


Рис. 10. Динамика стоимости портфеля по стратегии «Фиксированная пропорция» и индекса ММВБ

Относительно показателя доходности стратегия «Фиксированная пропорция» не превзошла индекс ММВБ. Совокупная доходность портфеля составила 47%, что на 30% выше значения данного показателя для стратегии «Купи и держи» и на 110% ниже доходности индекса (157%).

Однако существенным объяснением разницы в доходности может служить тот факт, что состав индекса изменялся на протяжении всего периода инвестирования в связи с появлением новых компаний на фондовом рынке. В свою очередь, состав портфелей, составленных с применением теории Марковица, ограничен. Доли активов в оптимальном портфеле для стратегии «Купи и держи» и «Фиксированная пропорция» подбирались на основе данных о компаниях, торгующихся с 2003 г. Значительная часть эмиссий на российском фондовом рынке прошла позднее.

Вышеописанный недостаток позволила устранить стратегия «Оптимальный портфель».

«Оптимальный портфель»

Согласно стратегии «Оптимальный портфель» на протяжении всего периода инвестирования состав и структура портфеля подвергались ежегодной ребалансировке с применением процедуры оптимизации Марковица.

На рис. 11 представлена динамика изменения стоимости портфеля по стратегии «Оптимальный портфель» и индекса ММВБ за период с 1 января 2004 г. по 31 декабря 2014 г.

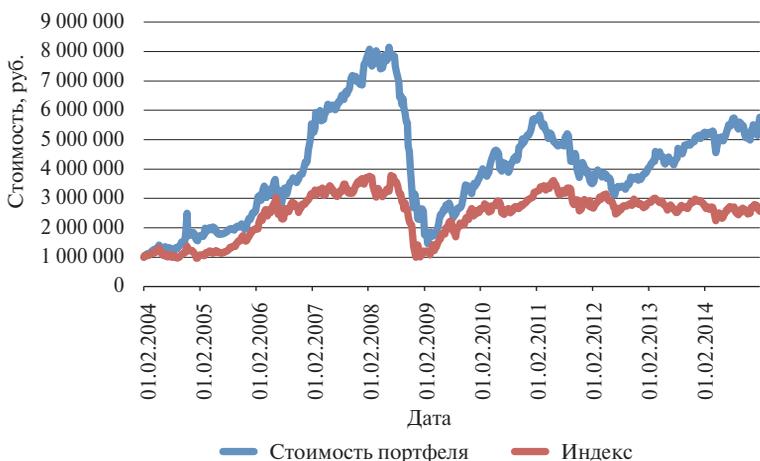


Рис. 11. Динамика стоимости портфеля по стратегии «Оптимальный портфель» и индекса ММВБ

Стоимость портфеля на протяжении всего периода инвестирования превосходила стоимость индекса. Доходность по стратегии «Оптимальный портфель» с начала инвестирования составила 506%.

Динамика изменения стоимости рассмотренных стратегий и индекса ММВБ представлена на рис. 12.

Стоимость портфеля по стратегии «Оптимальный портфель» превосходила стоимость по стратегиям «Купи и держи» и «Фиксированная пропорция».

Эффективность инвестиционных стратегий была оценена при помощи коэффициентов Шарпа, Модильяни и модифицированного коэффициента Шарпа.

В качестве безрисковой ставки была взята ставка купонной доходности по ОФЗ серии 26210 с погашением 11 декабря 2019 г., которая составляла 6,8%. В качестве рыночной доходности использовалась доходность индекса ММВБ.

Значения коэффициентов эффективности представлены в табл. 2.



Рис. 12. Динамика изменения стоимости портфелей по трем стратегиям и индекса ММВБ

Таблица 2. Эффективность инвестиционных стратегий на российском фондовом рынке

	Стратегия «Купи и держи»	Стратегия «Фиксированная пропорция»	Стратегия «Оптимальный портфель»
Коэффициент Шарпа	0,16738	0,17759	0,49088
Коэффициент Модильяни	0,01587	-0,03271	0,12834
Модифицированный коэффициент Шарпа	0,16671	0,17981	0,47604

Стратегия «Оптимальный портфель» по всем рассмотренным коэффициентам превзошла стратегии «Фиксированная пропорция» и «Купи и держи». Данный факт можно объяснить тем, что российский фондовый рынок имеет относительно небольшую историю существования. Основное количество эмиссий российских компаний произошло после 2007 г., в то время как для оценки эффективности стратегий «Купи и держи» и «Фиксированная пропорция» использовались исторические данные по компаниям, торгующимся с 2003 г. Данное обстоятельство существенно повлияло на полученные результаты.

Таким образом, в результате исследования российского рынка акций были подтверждены две гипотезы: гипотеза об эффективности активного управления по сравнению с пассивным управлением и гипотеза об эффективности стратегии «Оптимальный портфель» по сравнению со стратегией «Фиксированная пропорция».

Следует заметить, что доходность по стратегии «Фиксированная пропорция» и стратегии «Оптимальный портфель» на американском рынке отличалась лишь на 1%, в то время как на российском рынке разница достигала 459%. Данный факт можно объяснить тем, что фондовый рынок США существует с 1791 г. (дата возникновения первой американской фондовой биржи в Филадельфии), вследствие чего на момент применения метода оптимизации Марковица для стратегии «Фиксированная пропорция» выборка 2003 г. отличалась от итогового количества компаний (100) лишь на семь компаний. В свою очередь, российский фондовый рынок имеет относительно небольшую историю существования (март 1992 г. — возникновение Московской межбанковской валютной биржи), в связи с чем существует значительный разброс по количеству компаний между выборкой 2003 г. и выборкой 2013 г.

Таким образом, тестирование метода Марковица на американском рынке позволило получить более корректные результаты, нежели на российском рынке, где существует влияние фактора ограниченности выборки.

На следующем этапе исследования, путем добавления облигаций в состав портфеля в различных пропорциях (90% акции/10% облигации, 80% акции/20% облигации, 70% акции/30% облигации, 60% акции/40% облигации) проверялась гипотеза о том, что включение в состав портфеля облигаций снижает его риск и доходность, но повышает эффективность.

3.2. Эмпирическая проверка гипотезы повышения эффективности портфельного инвестирования при включении в портфель облигаций

3.2.1. Оценка эффективности формирования смешанного портфеля на фондовом рынке США

Для проверки эффективности смешанных портфелей на американском фондовом рынке был выбран зарегистрированный в США

фонд Fidelity Strategic Income, инвестирующий в долговые ценные бумаги.

Для оценки гипотезы о том, что включение в состав портфеля облигаций снижает его риск и доходность, но повышает эффективность, были сопоставлены коэффициенты эффективности портфелей с различным составом.

По стратегии «Купи и держи» наилучшие значения показателей продемонстрировал портфель, состоящий из акций (табл. 3).

Таблица 3. Эффективность стратегии «Купи и держи» для различных пропорций активов в портфеле

Стратегия «Купи и держи»	Акции	Акции 90% + облигации 10%	Акции 80% + облигации 20%	Акции 70% + облигации 30%	Акции 60% + облигации 40%
Коэффициент Шарпа	0,319	0,281	0,234	0,183	0,129
Коэффициент Модильяни	0,049	0,042	0,035	0,028	0,021
Модифицированный коэффициент Шарпа	0,317	0,280	0,234	0,183	0,129

По мере увеличения доли облигаций в портфеле эффективность стратегии снижалась. В частности, наименьшими значениями показателей характеризовался портфель, включающий 40% облигаций.

Эффективность стратегии «Фиксированная пропорция» также уменьшалась по мере добавления облигаций в состав портфеля (табл. 4).

Таблица 4. Эффективность стратегии «Фиксированная пропорция» для различных пропорций активов в портфеле

Стратегия «Фиксированная пропорция»	Акции	Акции 90% + облигации 10%	Акции 80% + облигации 20%	Акции 70% + облигации 30%	Акции 60% + облигации 40%
Коэффициент Шарпа	0,457	0,374	0,249	0,092	-0,067
Коэффициент Модильяни	0,046	0,053	0,033	0,009	-0,012
Модифицированный коэффициент Шарпа	0,469	0,368	0,239	0,090	-0,068

Наилучшие показатели эффективности соответствовали портфелю акций.

Стратегия «Оптимальный портфель» характеризовалась уменьшением эффективности при увеличении доли облигаций в портфеле (табл. 5). Портфель акций оказался наиболее эффективным по трем коэффициентам.

Таблица 5. Эффективность стратегии «Оптимальный портфель» для различных пропорций активов в портфеле

Стратегия «Оптимальный портфель»	Акции	Акции 90% + облигации 10%	Акции 80% + облигации 20%	Акции 70% + облигации 30%	Акции 60% + облигации 40%
Коэффициент Шарпа	0,548	0,378	0,207	−0,017	−0,017
Коэффициент Модильяни	0,053	0,049	0,028	0,001	0,001
Модифицированный коэффициент Шарпа	0,511	0,363	0,203	−0,017	−0,017

Доходность по мере увеличения доли облигаций в портфеле также уменьшалась.

Таким образом, гипотеза о том, что включение в состав портфеля облигаций снижает их риск и доходность, но повышает эффективность на американском рынке, не подтвердилась ни для одной стратегии.

3.2.2. Оценка эффективности формирования смешанного портфеля на российском фондовом рынке

Для проверки эффективности смешанных портфелей на российском рынке был выбран паевой инвестиционный фонд облигаций, существующий с 2003 г., — «Илья Муромец». Средства фонда инвестируются в государственные, муниципальные и корпоративные облигации российских эмитентов, номинированные в рублях, со средней и высокой дюрацией, а также высоким кредитным качеством.

Для проверки гипотезы о том, что включение в состав портфеля облигаций снижает риск и доходность, но повышает эффективность, рассмотрим результаты по всем стратегиям в совокупности.

Включение в состав портфеля облигаций для стратегии «Купи и держи» привело к росту доходности, но снижению эффективности, что опровергает вышеуказанную гипотезу (табл. 6).

Таблица 6. Эффективность стратегии «Купи и держи» для различных пропорций активов в портфеле

Стратегия «Купи и держи»	Акции	Акции 90% + облигации 10%	Акции 80% + облигации 20%	Акции 70% + облигации 30%	Акции 60% + облигации 40%
Коэффициент Шарпа	0,167	0,159	0,153	0,147	0,140
Коэффициент Модильяни	0,016	0,002	-0,010	-0,023	-0,039
Модифицированный коэффициент Шарпа	0,167	0,158	0,152	0,146	0,139

Для стратегии «Фиксированная пропорция» увеличение облигаций в портфеле по двум показателям (коэффициент Шарпа и модифицированный коэффициент Шарпа) привело к снижению эффективности (табл. 7). Доходность портфеля была максимальной при соотношении 80% акций и 20% облигаций. Коэффициент Модильяни также был максимален при данной структуре портфеля. Таким образом, гипотеза в целом не подтвердилась.

Таблица 7. Эффективность стратегии «Фиксированная пропорция» для различных пропорций активов в портфеле

Стратегия «Фиксированная пропорция»	Акции	Акции 90% + облигации 10%	Акции 80% + облигации 20%	Акции 70% + облигации 30%	Акции 60% + облигации 40%
Коэффициент Шарпа	0,178	0,160	0,160	0,107	0,071
Коэффициент Модильяни	-0,033	0,014	0,014	-0,043	-0,075
Модифицированный коэффициент Шарпа	0,180	0,162	0,162	0,108	0,072

Для стратегии «Оптимальный портфель» была выявлена эффективность портфеля акций по всем рассмотренным показателям по

сравнению со смешанными портфелями (табл. 8). Доходность принимает максимальное значение для портфеля, состоящего из акций.

Таблица 8. Эффективность стратегии «Оптимальный портфель» для различных пропорций активов в портфеле

Стратегия «Оптимальный портфель»	Акции	Акции 90% + облигации 10%	Акции 80% + облигации 20%	Акции 70% + облигации 30%	Акции 60% + облигации 40%
Коэффициент Шарпа	0,491	0,242	0,294	0,260	0,220
Коэффициент Модильяни	0,128	0,044	0,071	0,010	-0,022
Модифицированный коэффициент Шарпа	0,476	0,240	0,291	0,257	0,218

Таким образом, в ходе исследования смешанных портфелей на российском рынке гипотеза о том, что включение в состав портфеля облигаций снижает его риск и доходность, но повышает эффективность, не подтвердилась ни для одной из стратегий.

В результате рассмотрения смешанных портфелей по США и России удалось выявить, что при различной динамике фондового рынка включение в портфель облигаций дает различный эффект. На падающем рынке, в частности российском, облигации способствуют стабилизации и повышению доходности. Если рынок акций имеет растущий тренд, включение облигаций в портфель снижает доходность, что было наглядно продемонстрировано на американском рынке.

Заключение

Исследовательская работа была посвящена оценке эффективности долгосрочных инвестиционных стратегий, в частности «Купи и держи», «Фиксированная пропорция» и «Оптимальный портфель».

Структура и состав портфелей определялись на основе метода оптимизации Марковица, который подразумевал максимизацию отношения доходности к риску с целью нахождения оптимального портфеля для той или иной выборки активов.

В рамках исследования были рассмотрены портфели, состоящие из акций, а также смешанные портфели, включающие облигации в различных пропорциях.

Выборка исследования включала американские компании, входящие в индекс S&P 100, а также акции российских компаний, входящие в отраслевые индексы ММВБ. Облигации в портфелях были представлены в виде облигационных фондов: на российском рынке — ПИФ «Илья Муромец», на американском рынке — фонд облигаций Fidelity Strategic Income.

В совокупности в исследовании было рассмотрено 10 портфелей и 30 стратегий, эффективность которых была оценена на основе коэффициентов Шарпа, Модильяни и модифицированного коэффициента Шарпа.

В ходе исследования были протестированы следующие гипотезы.

1. Активное управление портфелем («Фиксированная пропорция», «Оптимальный портфель») эффективнее пассивной долгосрочной стратегии («Купи и держи»).

2. Стратегия «Оптимальный портфель» эффективнее стратегии «Фиксированная пропорция», так как позволяет уловить перспективные компании и выявить новые тренды.

3. Включение в состав портфеля облигаций снижает их риск и доходность, но повышает эффективность.

В результате для американского рынка акций доходность по тестируемым стратегиям превысила доходность индекса (65%) и составила: «Купи и держи» — 120%, «Фиксированная пропорция» — 218%, «Оптимальный портфель» — 219%.

Оценка эффективности данных стратегий позволила сделать вывод о том, что активное управление эффективнее пассивной долгосрочной стратегии, а также стратегия «Оптимальный портфель» эффективнее стратегии «Фиксированная пропорция».

На российском рынке акций доходность по стратегиям составила: «Купи и держи» — 17%, «Фиксированная пропорция» — 47%, «Оптимальный портфель» — 506%. Лишь последней стратегии удалось обыграть индекс по доходности (157%).

Значения коэффициентов эффективности подтвердили гипотезы об эффективности активного управления по сравнению с пассивным и эффективности стратегии «Оптимальный портфель» по сравнению со стратегией «Фиксированная пропорция».

Несмотря на подтверждение двух гипотез для портфелей акций США и России, следует отметить большую корректность результатов американского рынка. На момент формирования портфелей для стратегий «Купи и держи» и «Фиксированная пропорция» вы-

борка исследования рынка США лишь незначительно отличалась от итогового количества компаний на конец периода. В свою очередь, российский рынок характеризовался значительно сокращенной выборкой на момент формирования портфеля для стратегий «Купи и держи» и «Фиксированная пропорция» по сравнению с конечной выборкой. Этот недостаток отразился в разности доходностей данных стратегий по сравнению со стратегией «Оптимальный портфель», которая в значительной степени обыграла по доходности и показателям эффективности стратегии «Купи и держи» и «Фиксированная пропорция».

На следующем этапе исследования была протестирована гипотеза о том, что включение в состав портфеля облигаций снижает его риск и доходность, но повышает эффективность.

В ходе рассмотрения смешанных портфелей, включающих акции и облигации в различных пропорциях, удалось выявить, что на американском рынке включение в состав портфеля облигаций и увеличение их доли приводило к снижению доходности и эффективности стратегий «Купи и держи», «Фиксированная пропорция» и «Оптимальный портфель».

На российском рынке включение в состав портфеля облигаций для стратегии «Купи и держи» привело к росту доходности, но снижению эффективности.

Для стратегии «Фиксированная пропорция» увеличение облигаций в портфеле по двум показателям (коэффициент Шарпа и модифицированный коэффициент Шарпа) привело к снижению эффективности. Доходность портфеля была максимальной при соотношении 80% акций и 20% облигаций.

Стратегия «Оптимальный портфель» на российском рынке продемонстрировала снижение доходности и эффективности по мере увеличения доли облигаций в составе портфеля.

В результате гипотеза о том, что включение в состав портфеля облигаций снижает их риск и доходность, но повышает эффективность, на американском и российском рынках не подтвердилась ни для одной из стратегий.

Таким образом, практический вывод по результатам проведенного исследования заключается в том, что метод оптимизации Марковица, скорректированный на этапе оценки ожидаемых доходностей активов путем уменьшения горизонта оцениваемого периода с 10 лет до одного года, является наиболее эффективным для портфелей акций на аме-

риканском и российском фондовых рынках. Кроме того, наилучшие результаты с точки зрения доходности и эффективности для портфелей акций, с учетом транзакционных издержек, продемонстрировала стратегия «Оптимальный портфель».

Литература

База данных Bloomberg.

Берзон Н.И. и др. Фондовый рынок / под ред. Н.И. Берзона. 4-е изд. М.: ВИТА-ПРЕСС, 2009. С. 41–69, 147–200, 602–619.

Берзон Н.И., Дорошин Д.И. Особенности применения показателей эффективности финансовых инвестиций // *Финансы и кредит*. 2012. № 14 (494). С. 21–34.

Боди Ц., Кейн А., Маркус А.Дж. Инвестиции. М.: Олимп-Бизнес, 2013. С. 129–287, 825–866.

Буренин А.Н. Управление портфелем ценных бумаг. М.: Научно-техническое общество имени академика С.И. Вавилова, 2008. С. 5–84, 149–231.

Сбербанк. Управление активами: <<http://www.sberbank-am.ru/rus/statistics/>>.

Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. Инвестиции. М.: Инфра-М, 2012. С. 221–228, 879–897.

Asness C.S. Why Not 100% Equities? // *Journal of Portfolio Management*. 1996. Vol. 22. No. 5. P. 29–34.

Black F., Litterman R. Asset Allocation: Combining Investor Views with Market Equilibrium // *Journal of Fixed Income*. 1991. Vol. 1. No. 2. P. 7–18.

Brennan M., Schwartz E., Lagnado R. Strategic Asset Allocation // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 1997. Vol. 21. P. 1377–1403.

Brinson G.P., Hood L.R., Beebower G.L. Determinants of Portfolio Performance // *Financial Analysts Journal*. 1986. Vol. 42. No. 4. P. 39–44.

Brinson G.P., Singer B.D., Beebower G.L. Determinants of Portfolio Performance II: An Up-date // *Financial Analysts Journal*. 1991. P. 40–48.

Campbell J.Y., Viceira L.M. Consumption and Portfolio Decisions When Expected Returns Are Time Varying // *Quarterly Journal of Economics*. 1999. Vol. 11. P. 597–626.

Canner N., Mankiw G.N., Weil D.N. An Asset Allocation Puzzle // *American Economic Review*. 1997. Vol. 87. P. 181–191.

Cass D., Stiglitz J.E. The Structure of Investor Preferences and Asset Returns, and Separability in Portfolio Allocation: A Contribution to the Pure Theory of Mutual Funds // *Journal of Economic Theory*. 1970. Vol. 2. P. 122–160.

Cheng P.L. Optimal Bond Portfolio Selection // *Management Science*. 1962. Vol. 8. No. 4. P. 490–499.

Choudhury A.H., Naidu G.N. A New Selection Strategy for Portfolio Diversification in the European Union // *Academy of Accounting and Financial Studies Journal*. 2009. Vol. 13. No. 3. P. 79–91.

Davis M.H., Norman A.R. Portfolio Selection with Transaction Costs // *Mathematics of Operations Research*. 1990. Vol. 15. P. 676–713.

Evans J.L. An Analysis of Portfolio Maintenance Strategies // *The Journal of Finance*. 1970. Vol. 25. No. 3. P. 561–571.

Garcia C.B., Gould F.J. Some Observations on Active Manager Performance and Passive Indexing // *Financial Analysts Journal*. 1991. Vol. 47. No. 6. P. 11–13.

Gennotte G., Jung A. Investment Strategies under Transaction Costs: The Finite Horizon Case // *Management Science*. 1994. Vol. 40. P. 385–404.

Gilmore C.G., McManus G.M. International Portfolio Diversification: US and Central European Equity Markets // *Emerging Markets Review*. 2002. Vol. 3. No. 1. P. 69–83.

Good W., Ferguson R., Treynor J. An Investor's Guide to the Index Fund Controversy // *Financial Analysts Journal*. 1976. Vol. 32. No. 6. P. 27–36.

Grossman S.J., Laroque G. Asset Pricing and Optimal Portfolio Choice in the Presence of Illiquid Durable Consumption Goods // *Econometrica*. 1990. Vol. 58. P. 23–51.

Hong L., Loewenstein M. Optimal Portfolio Selection with Transaction Costs and Finite Horizons // *The Review of Financial Studies*. 2002. Vol. 15. No. 3. P. 805–835.

Jobson J.D., Korkie B. Putting Markowitz Theory to Work // *Journal of Portfolio Management*. 1981. Vol. 7. No. 4. P. 70–74.

Levy H., Deborah G. Optimal Investment Proportions in Senior Securities and Equities under Alternative Holding Periods // *Journal of Portfolio Management*. 1993. Vol. 19. No. 4. P. 30–36.

Loewenstein M. On Optimal Investment Strategies for an Investor Facing Transaction Costs in a Continuous Trading Market // *Journal of Mathematical Economics*. 2000. Vol. 33. P. 209–228.

Markowitz H. Portfolio Selection // *The Journal of Finance*. 1952. Vol. 7. No. 1. P. 77–91.

Martin A.D., Jr. Mathematical Programming of Portfolio Selection // *Management Science*. 1955. Vol. 1. P. 158–166.

Michaud R.O. The Markowitz Optimization Enigma: Is "Optimized" Optimal? // *Financial Analysts Journal*. 1989. Vol. 45. No. 1. P. 31–42.

Modigliani F., Modigliani L. Risk-Adjusted Performance: How to Measure It and Why // *Journal of Portfolio Management*. 1997. No. 23. P. 45–54.

Naidu G.N., Choudhury A.H. European Union II: Stock Market Integration in Accession Countries // Journal of the Academy of Finance. 2004. Vol. 2. P. 1–14.

Pezier J., White A. The Relative Merits of Investable Hedge Fund Indices and of Funds of Hedge Funds in Optimal Passive Portfolios. ICMA Centre Discussion Papers in Finance No. 2006-10. 2006. P. 1–32.

Rudd A. Optimal Selection of Passive Portfolios // Financial Management. 1980. Vol. 9. No. 1. P. 57–66.

Rudd A., Rosenberg B. Realistic Portfolio Optimization // Portfolio Theory-Studies in Management Sciences. 1979. Vol. 11. P. 21–46.

Shapiro H.D. How Do You Really Run One of Those Index Funds? // Institutional Investor. 1976. Vol. 10. P. 24–35.

Sharpe W. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk // Journal of Finance. 1964. Vol. 19. No. 3. P. 425–442.

Sharpe W.F. Mutual Fund Performance // Journal of Business. 1966. Vol. 39. No. 1. P. 119–138.

Sharpe W.F. The Sharpe Ratio // Journal of Portfolio Management. Vol. 21. 1994. P. 49–58.

Sorensen E.H., Miller K.L., Samak V. Allocating between Active and Passive Management // Financial Analysts Journal. 1998. Vol. 54. No. 5. P. 18–31.

Sortino F., Price L. Performance Measurement in a Downside Risk Framework // Journal of Investing. 1994. Vol. 24. P. 59–65.

Stein C. Inadmissibility of the Usual Estimator for the Mean of a Multivariate Normal Distribution. Berkeley: University of California Press, 1955. P. 197–206.

Treynor J.L. How to Rate Management of Investment Funds // Harvard Business Review. 1965. Vol. 43. P. 63–75.

Treynor J.L., Black F. How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection // Journal of Business. 1973. Vol. 46. No. 1. P. 66–78.

Wagner W.H., Zipkin C.A. Can Inventory Index Funds Improve Active Equity Performance? // Financial Analysts Journal. 1978. Vol. 34. No. 3. P. 68–76.

Willenbrock S. Diversification Return, Portfolio Rebalancing, and the Commodity Return Puzzle // Financial Analysts Journal. 2011. Vol. 67. No. 4. P. 42–49.

Л.Г. Казарян
Научный
руководитель —
Г.Г. Канторович
Департамент
финансов

Оценка рисков на финансовых рынках с учетом скорости сходимости к нормальному распределению

Данная статья посвящена головоломке толстых хвостов на финансовых рынках. Игнорирование скорости сходимости к нормальному распределению в Центральной предельной теореме (ЦПТ) приводит к образованию толстых левых хвостов распределений доходностей на финансовых рынках. В этой статье мы предлагаем обзор эмпирических результатов оценки толстых хвостов с использованием инновационного метода Юрия Габовича, основанном на скорости сходимости к нормальному распределению в ЦПТ, который называется G -границы. Построенные G -границы оценивают риски на финансовых рынках более точно, чем модели, основанные на гауссовских распределениях. Данное утверждение было протестировано на 24 финансовых рынках. Для исследуемых фондовых рынков также был проведен анализ гипотезы о слабой информационной эффективности формы. В результате эмпирически выявлена отрицательная корреляция между слабой эффективностью фондового рынка и толщиной левого хвоста распределения доходностей на нем. Показано, что чем ближе риск потерь на фондовом рынке к соответствующему риску потери для нормального распределения, тем выше вероятность, что рынок является слабоэффективным.

Введение

В экономической теории и на практике часто используются модели с нормальными распределениями. Но эмпирические исследования показывают, что практическое использование нормального распределения не учитывает проблему возникновения толстых хвостов.

Как альтернатива нормальному распределению финансовыми математиками были разработаны различные подходы, среди которых:

модели с устойчивыми распределениями, модель Кларка, смешанные модели $f_x(x) = x^{-(1+a)}, x \rightarrow \infty, a > 0$ распределений, общие процессы Леви, модель переменной и стохастической волатильности, микроструктурные модели, различные модели ненормальных распределений.

Формально случайная величина X обладает толстым хвостом, если

$$P_r[X > x] = x^{-a}, x \rightarrow \infty, a > 0. \quad (1)$$

Если X имеет функцию распределения $f_x(x)$, тогда

$$f_x(x) = x^{-(1+a)}, x \rightarrow \infty, a > 0. \quad (2)$$

Толстые хвосты возникают, в частности, когда используют нормальное распределение, игнорируя скорость сходимости в Центральной предельной теореме (далее — ЦПТ).

Распределение доходности на финансовых рынках ненормально. Данное утверждение является одним из самых актуальных вопросов современной финансовой математики, так как факт существования толстых хвостов игнорируется во многих моделях оценки рисков. Примером служит одна из главных моделей оценки рисков портфелей Value at Risk (VaR), созданная банком J.P. Morgan.

Цель и задачи

Целью данной работы является анализ взаимосвязей инновационного метода построения G -границ толстых хвостов финансовых распределений и информационной эффективности.

Исходя из поставленной цели определяются следующие задачи данного исследования:

- изучить и проанализировать существующие теоретические исследования в области оценки скорости сходимости к нормальному распределению;
- изучить и проанализировать существующие методологии оценки эффективности рынка;
- построить G -границы и проанализировать полученный результат;
- провести анализ информационной эффективности изучаемых 24 фондовых рынков;
- выявить взаимосвязь между отклонением толщины левых хвостов распределений доходностей фондовых индексов 24 стран от соот-

ветствующего значения для нормального распределения и их эффективностью.

Гипотезы

Исходя из целей данной работы были выдвинуты следующие гипотезы.

- *H0: G-границы оценивают риск потерь на фондовых рынках точнее, чем нормальное распределение.*
- *H1: Фондовые рынки участвующих в исследовании стран являются слабоэффективными.*
- *H2: Существует отрицательная связь между слабой эффективностью фондового рынка и риском больших потерь на нем.*

Методология, исходные данные и результаты

В качестве примера ненормальности на фондовых рынках будет продемонстрирована динамика изменения цены индекса S&P 500 с 3 января 1928 г. по 31 мая 2015 г. (рис. 1).

Тест Колмогорова — Смирнова и тест Харке — Бера на 5%-ном уровне значимости отвергает гипотезу о том, что распределение доходностей индекса S&P 500, а также всех остальных исследуемых стран не является нормальным.

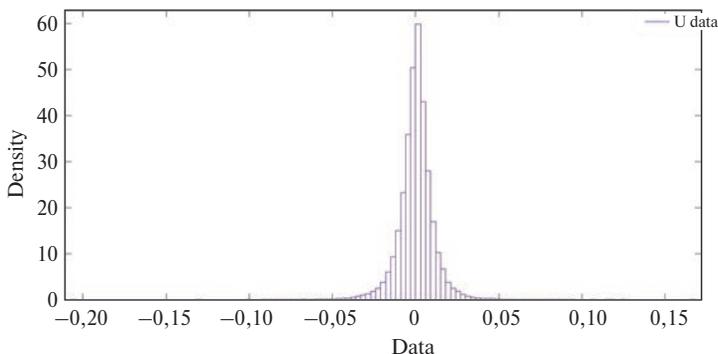


Рис. 1. Динамика изменения цены индекса S&P 500

Value at Risk

Не меньший интерес представляет оценка хвостов распределения с помощью модели VaR (Value at Risk) на основе исторических данных индекса (табл. 1).

Таблица 1. Распределение VaR по сигмам для логарифмов дневных доходностей S&P 500

Number of observation		21643	
Average		0,00028621	
Std. Dev.		0,011871591	
1	1 sigma	-0,011585381	19 609
2	2 sigma	-0,023456972	21 093
3	3 sigma	-0,035328563	21 449
3,5	3,5 sigma	-0,041264359	21 507
4	4 sigma	-0,047200154	21 557
5	5 sigma	-0,059071745	21 601
6	6 sigma	-0,070943336	21 643

Как видно из табл. 1, распределение значений по сигмам левого хвоста доходностей S&P 500 не соответствует аналогичному для нормального распределения.

Одним из основных недостатков модели VaR является то, что независимо от метода исчисления она всегда использует исторические данные рынка. В случае резких изменений на рынке, таких как резкое и скачкообразное изменение волатильности и изменение корреляции активов, VaR начнет учитывать эти изменения только через определенный промежуток времени, и до этого момента оценка будет некорректна. В моделях VaR также вовсе не учитывается характеристика ликвидности рынка. Существуют различные методики оценки рисков с помощью этой модели, что приводит к образованию модельных рисков.

VaR работает корректно в случаях стабильности на рынке и перестает адекватно показывать величину риска при эксецсах, что несет в себе большие риски, связанные с толстыми хвостами распределений.

Как мы видим, количество выбросов за пределы 4σ намного превышает ожидаемые от нормального распределения.

Все приведенные выше данные наводят на мысль о том, что существующие красивые математические модели оценки рисков с помо-

щью нормального распределения далеки от истинных значений величины рисков на фондовых рынках.

2.1. Исходные данные

В данной работе изучаются фондовые индексы — их цены и логарифмы доходностей. Рассмотрены индексы 24 стран с момента создания каждого из них по 18 мая 2015 г.

Данные были получены из двух следующих ресурсов:

- 1) Yahoo Finance;
- 2) Bloomberg.

В расчетах используются как сами цены на индексы, так и логарифмы доходностей индексов, полученные по следующей формуле:

$$\Psi(\Phi, t) = \frac{H(t)}{\Phi(t)} R_t = \text{Ln}\left(\frac{PI_t}{PI_{t-1}}\right),$$

где R_t — доходность индекса в период t ; PI_t — стоимость индекса в момент t ; PI_{t-1} — стоимость индекса в момент $t - 1$; Ln — натуральный логарифм.

2.2. Методология исследования

Для того чтобы продемонстрировать, что $\Phi(t)$ является подходящей характеристикой для $F_n(t)$, разложим $F_n(t)$ следующим образом:

$$F_n(t) = [F_n(t) - \Phi(t)] + \Phi(t).$$

Это простое наблюдение объясняет феномен толстых хвостов очень просто и делает сомнительным традиционное использование $\Phi(t)$ в качестве характеристики для $F_n(t)$ на всем пространстве (n, t) .

В данной работе будут рассмотрены два типа ($k = 1, 2$) обобщенных оценок (G -границ) $G_{k,n}(t)$, которые являются функциями от n и t . $G_{k,n}(t)$ предназначены для обеспечения жесткой верхней оценки для $F_n(t)$.

$$F_n(t) \leq G_{k,n}(t).$$

Рассмотрим $Y_n = \sum_{j=1}^n X_j$, которая состоит из независимых одинаково распределенных случайных величин с конечными абсолютными третьими моментами $M_3 = E|X_1|^3$.

Таблица 2. Котировки фондовых индексов 24 исследуемых стран на 18 мая 2015 г.

Страна	Индекс	Цена	Макс.	Мин.	Изм.	Изм. %	Время
Австралия	S&P/ASX 200	5659,20	5735,50	5659,20	-76,3	-1,33	18 мая
Австрия	ATX	2637,55	2681,94	2625,39	-43,89	-1,64	18 мая
Аргентина	Merval	12097,38	12477,91	12017,75	-278,44	-2,24	18 мая
Бразилия	Ibovespa	56204,23	57605,86	55926,47	-1044,40	-1,82	18 мая
Великобритания	FTSE 100	6968,87	7015,49	6931,64	8,38	0,12	18 мая
Германия	DAX	11594,28	11594,96	11378,86	147,25	1,29	18 мая
Гонконг	Hang Seng	27591,25	27792,44	27435,57	-231,03	-0,83	18 мая
Дания	OMXC 20	965,22	970,24	959,75	7,38	0,77	18 мая
Израиль	TA 25	1683,05	1684,42	1665,24	18,84	1,13	18 мая
Индия	BSE Sensex	27687,30	27725,97	27370,28	363,3	1,33	18 мая
Индонезия	IDX Composite	5237,811	5239,871	5218,353	10,715	0,20	18 мая
Ирландия	ISEQ Overall	6150,90	6183,65	6111,14	-35,07	-0,57	18 мая
Испания	IBEX 35	11345,00	11368,00	11203,10	27,7	0,24	18 мая
Канада	S&P/TSX	15108,12	15108,12	14990,72	80	0,53	18 мая
Малайзия	KLCI	1823,50	1823,50	1808,79	11,58	0,64	18 мая
Мексика	IPC	45408,34	45413,49	45134,22	75,54	0,17	18 мая
Нидерланды	AEX	490,15	492,83	484,24	-0,81	-0,16	18 мая

Окончание табл. 2

Страна	Индекс	Цена	Макс.	Мин.	Изм.	Изм. %	Время
Россия	ММВБ	1678,55	1696,49	1677,69	-12,91	-0,76	18 мая
США	S&P 500	2129,20	2131,78	2120,01	6,47	0,30	18 мая
Турция	BIST 100	88651,88	88651,88	87526,88	+1046,99	1,20	18 мая
Франция	CAC 40	5012,31	5026,28	4932,01	18,49	0,37	18 мая
Швейцария	SMI	9196,55	9202,92	9111,42	86,63	0,95	18 мая
Япония	Nikkei 225	19890,27	19890,27	19741,22	157,35	0,80	18 мая

Будем считать, что случайная величина X_1 не вырождена со стандартным отклонением $\sigma > 0$.

$$\text{Определим константу } \rho_3 = \frac{E|X_1|^3}{\sigma^3}.$$

Построение $G_{k,n}(t)$ -границ следует из приведенных ниже хорошо известных результатов о скорости сходимости к нормальному распределению и неравенствах для сумм независимых случайных величин.

Неравенство Берри — Эссеена

Для кумулятивной функции распределения $F_n(t)$ и Y_n существует такое нормальное $\Phi_n(t)$, не зависящая от n константа C , что:

$$\sup_t |F_n(t) - \Phi_n(t)| \leq \frac{C\rho}{\sqrt{n}},$$

отсюда непосредственно следует, что:

$$F_n(t) = [F_n(t) - \Phi_n(t)] + \Phi_n(t) \leq \frac{C\rho}{\sqrt{n}} + \Phi_n(t).$$

Используя односторонние неравенства Чебышева для случайных величин, получаем:

$$F_n(t) \leq \frac{1}{1+t^2}.$$

Из неравенства Нагаева — Никулина для сумм независимых случайных переменных следует, что

$$|F_n(t) - \Phi(t)| \leq \frac{C(t)\rho}{\sqrt{n}(1+|t|^3)}.$$

Из неравенства Хoeffдинга для сумм независимых случайных переменных следует:

$$\text{если } a \leq X_j \leq b \rightarrow F_n(t) \leq e^{-\frac{2t^2}{n(b-a)^2}}.$$

Три типа G -границ были сконструированы путем следующих комбинаций этих неравенств:

$G1$ -граница ($G_{1,n}(t)$) — комбинация неравенства Берри — Эссеена с неравенством Чебышева;

$G2$ -граница ($G_{2,1}(t)$) — комбинация $G1$ -границы с неравенством Нагаева — Никулина;

$H(t)$ — исторически наблюдаемые хвосты $F_n(t)$, $n = 253$ — число рабочих дней в один год.

Для сравнения различных характеристик определяется толщина относительно характеристики $\Phi(t)$ как натуральный логарифм отношения исторически наблюдаемых хвостов $H(t)$ к $\Phi(t)$:

$$\Psi(\Phi, t) = \frac{H(t)}{\Phi(t)}.$$

Толщина с учетом G -границы:

$$\Psi(G_k, t) = \frac{H(t)}{G_k(t)}, \quad k = 1, 2.$$

Построение $G1$ -границы (комбинация неравенства Берри — Эссеена с неравенством Чебышева)

Продемонстрируем, как построить оценку хвоста с помощью объединения неравенства Берри — Эссеена с неравенством Чебышева. Ниже показано, как построить верхнюю границу $G_1(u)$ для левого хвоста Y_n :

$$\Pr\{Y_n < u\} \leq G_1(u), \quad \text{где } u = -K \cdot \sigma.$$

Используем неравенство Берри — Эссеена с улучшенной константой Королева — Шевцовой для скорости сходимости в ЦПТ

$$\sup_t |F_n(t) - \Phi_t(t)| \leq \Delta KS$$

и одностороннюю версию неравенства Чебышева

$$\Pr\{Y_n < u\} \leq CH(u).$$

Обозначим $\Pr\{Y_n < u\} = F_n(t)$ и $KS = \Delta S + \Phi(t)$.

Получим: $G_1(t) = \min(KS(t), CH(t))$.

Из вышеизложенного следует, что $F_n(t) \leq G_1(t)$ действительно:

$$\begin{aligned} F_n(t) &\leq \min(F_n(t), CH(t)) = \min(F_n(t) - \Phi_t(t) + \Phi_t(t), CH(t)) \leq \\ &\leq \min(|F_n(t) - \Phi_t(t)| + \Phi_t(t), CH(t)) \leq \min(\Delta KS + \Phi_t(t), CH(t)) = \\ &= \min(KS(t), CH(t)) = G_1(t). \end{aligned}$$

Для независимых одинаково распределенных случайных величин со средним 0 и $\sigma^2 = 1$ лучшая равномерная оценка принадлежит Королеву — Шевцовой:

$$\sup_t |F_n(t) - \Phi_t(t)| \leq \frac{0,33477(\rho_3 + 0,42\sigma^3)}{\sigma^3 \sqrt{n}}.$$

Конструирование $CH(t)$:
 одностороннее неравенство Чебышева также называется неравенством Кантелли:

$$\Pr\{Yn < -K\sigma\} \leq \frac{1}{1+K^2}, \quad CH(t) = \frac{1}{1+t^2}.$$

Неравенство Чебышева справедливо для любой случайной величины с конечным вторым моментом.

Конструирование $\psi(G_1, t)$:

$$\psi(G_1, t) = \frac{H(t)}{G_1(t)}.$$

Построение G_2 -границы (комбинация G_1 -границы с неравенством Нагаева — Никулина)

Так как неравенство Чебышева применимо к очень широкому классу распределений и не учитывает структуру Y_n , целесообразнее использовать неравенство Нагаева для улучшенной скорости сходимости:

$$|F_n(t) - \Phi_t(t)| \leq \frac{C_p}{1+|t|^3}.$$

Никулин в своей работе 2010 г. улучшил константу, сделав ее зависимой от t :

$$|F_n(t) - \Phi_t(t)| \leq \frac{C(t)_p}{|t|^3}.$$

Граница Нагаева — Никулина:

$$NN(t) = \Phi_t(t) + \frac{C(t)_p}{1+|t|^3}.$$

G_2 -граница конструируется как

$$G_2(t) = \min(G_1(t), NN(t)).$$

Очевидно, что $F_n(t) \leq G_2(t)$.

Конструирование $\psi(G_2, t)$:

$$\psi(G_2, t) = \frac{H(t)}{G_2(t)}.$$

3.2. Результаты построения G -границ

Таблица 3 содержит подробную информацию о результатах конструирования G -границ. В данной работе мы сконцентрировались на оценке левых хвостов распределений доходностей фондовых индексов, которые являются показателем потерь на фондовых рынках.

Ниже представлены краткие описания полей табл. 3.

$H(t)$ — исторически наблюдаемые годовые потери сверх $t = K \cdot \sigma$.

$\Phi(t)$ — левый хвост стандартного нормального распределения.

$\Psi(\Phi, t)$ — толщина относительно левого хвоста стандартного нормального распределения.

ΔKS — оценка сходимости к нормальному распределению Берри — Эссеена.

KS — оценка хвоста, основанная на сумме ΔKS и $\Phi(t)$.

$CH(t)$ — оценка хвоста, основанная на неравенстве Чебышева.

$G1(t)$ — $G1$ -граница, сконструированная при помощи оценок Берри — Эссеена и Чебышева.

$\Psi(G1, t)$ — толщина относительно $G1$ -границы.

$NC(t)$ — оценка константы $C(t)$ Никулина.

$NN(t)$ — граница Нагаева — Никулина.

$G2(t)$ — $G2$ -граница, сконструированная при помощи $G2$ -границы и неравенства Нагаева.

$\Psi(G2, t)$ — толщина относительно $G2$ -границы.

$HN(t)$ — частота потерь для хеджируемого портфеля Хоеффдинга.

$HNH(t)$ — хеджируемая граница Хоеффдинга.

$G3(t)$ — $G3$ -граница, сконструированная при помощи $G2$ -границы и хеджируемой границы Хоеффдинга.

Как видно из табл. 3, толщина левого хвоста относительно стандартного нормального распределения значительно больше, чем соответствующая толщина для G -границ. Гипотеза H_0 для всех исследуемых 24 стран была подтверждена.

Полученные результаты полностью подтверждают гипотезу о том, что аналитически построенные G -границы соответствуют частоте исторических потерь на фондовых рынках.

Исторические данные показывают существенные потери на уровне $-\delta\sigma$, в то время как соответствующее значение для стандартного нормального распределения значительно меньше:

Таблица 3. Расчеты G-границ для дневных котировок индекса ММВБ за период с момента создания по 18 мая 2015 г.

t	1σ	2σ	3σ	4σ	5σ	6σ	7σ	8σ	9σ	10σ
$H(t)$	0,001822	0,001822	0,001822	0,001822	0,001822	0,001822	0,001822	0,001822	0,001822	0,001822
$\Psi(\Phi, t)$	0,01148	0,079908	1,401468	57,47345	6348,113	1845905	1,42E+09	2,93E+12	1,61E+16	2,39E+20
$\Phi(t)$	0,1587	0,0228	0,0013	3,17E-05	2,87E-07	9,87E-10	1,28E-12	6,22E-16	1,13E-19	7,62E-24
ΔKS	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949
$CH(t)$	0,5	0,2	0,1	0,0588	0,0385	0,027	0,02	0,0154	0,0122	0,0099
KS	0,172649	0,036749	0,015249	0,01398	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949
$G1(t)$	0,172649	0,036749	0,015249	0,01398	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949
$\Psi(G1, t)$	0,010553	0,049578	0,119481	0,13032	0,130614	0,130617	0,130617	0,130617	0,130617	0,130617
$NC(t)$	29,117	29,117	29,117	22,1853	16,024	11,8046	9,059	7,2512	6,0329	5,737
$NN(t)$	16,42365	3,717361	1,227884	0,411264	0,151953	0,065031	0,03155	0,016741	0,009658	0,007083
$G2(t)$	0,172649	0,036749	0,015249	0,01398	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949	0,013949
$\Psi(G2, t)$	0,010553	0,049578	0,119481	0,13032	0,130614	0,130617	0,130617	0,130617	0,18864	0,257236

$$\frac{F_{253}(-6\sigma)}{\Phi(-6\sigma)} = 10^7.$$

Инвесторы встречаются с потерями -6σ в 10 млн раз чаще, чем предсказанные потери с помощью Центральной предельной теоремы.

Выдвинутая гипотеза полностью подтверждается и показывает актуальность дальнейшего изучения и применения G -границ как меру рисков, близкую к рыночной.

Для всех 24 стран вывод Ю. Габовича [Gabovich, 2013] подтверждается: исторические оценки левых хвостов распределений логарифмов доходностей всех исследуемых 24 стран не выходят за построенные G -границы.

3.3. Анализ гипотезы слабой эффективности

Вопрос оценки эффективности функционирования фондового рынка является одним из фундаментальных вопросов финансовой теории.

В 1970 г. американским ученым Ю. Фамой была сформулирована гипотеза эффективности фондового рынка. Согласно данной гипотезе выделяются три группы эффективных рынков, отличающиеся объемом информации, доступной инвестору.

Был разработан алгоритм анализа слабой формы эффективности, состоящий из следующих шагов:

- 1) анализ результатов Runs Test;
- 2) анализ результатов теста случайного блуждания;
- 3) в случае если результаты Runs Test и теста случайного блуждания не отвергают на 5%-ном уровне значимости гипотезы о том, что распределение логарифмов дневных доходностей распределено случайно и распределение дневных цен удовлетворяет закону случайного блуждания, страна определяется как слабо эффективная.

В противном случае страна расценивается как неэффективная.

Runs Test

Результаты Runs Test (табл. 4) интерпретируются следующим образом: если значения Z -статистики больше 1,96 и/или меньше $-1,96$, нулевая гипотеза о том, что элементы выборки распределены случайно, отвергается.

Таблица 4. Результаты Runs Test для логарифмов дневных доходностей индексов

Runs Test	Number of runs	NO, of '+' symbol	NO, of '-' symbol	Z-stats
Австралия	3785	2904	2788	-0,2987
Австрия	3621	2832	2742	-3,0128
Аргентина	3039	2336	2241	-0,4266
Бельгия	4015	3116	2984	-1,564
Бразилия	3635	2799	2677	-0,4968
Великобритания	5337	4126	3980	-1,7606
Германия	4122	3179	3014	-0,1959
Гонконг	4621	3638	3416	-2,3016
Дания	3965	3064	2978	-1,9173
Израиль	3805	3621	555	1,40
Индия	2833	2270	2149	-4,026
Индонезия	2798	2224	2123	-3,5916
Ирландия	2982	2248	2272	-1,0996
Испания	2794	2616	2551	1,0533
Канада	5864	4638	4532	-6,1714
Малайзия	3375	2716	2581	-5,0894
Мексика	3738	2999	2891	-5,8257
Нидерланды	3771	2966	2792	-2,1099
Россия	2850	2152	2237	-2,7151
Турция	3797	2904	2777	0,278
Франция	4257	3255	3131	-0,0049
Швейцария	4107	3148	3038	-0,5076
Япония	5114	3932	3791	-0,9311
США	13905	10556	11364	-1,882

Исходя из этого выделяются две группы стран.

1. Гипотеза H_0 не отвергается на уровне 5% для следующих стран: Австралия, Аргентина, Бельгия, Бразилия, Великобритания, Германия, Дания, Израиль, Ирландия, Испания, Турция, Франция, Швейцария, Япония, США.

2. Гипотеза H_0 отвергается на уровне 5% для следующих стран: Австрия, Гонконг, Индия, Индонезия, Канада, Малайзия, Мексика, Нидерланды, Россия.

Критерий случайности распределения логарифмов доходностей биржевых индексов является основополагающим в вопросе изучения гипотезы слабой формы эффективности рынка.

Тест случайного блуждания

Таблица 5. Результаты теста случайного блуждания для дневных цен индексов

Variance ratio test	Prob.	Stats
Австралия	0,2042	-1,27
Австрия	0,1284	1,52
Аргентина	0,5072	0,66
Бельгия	0,0026	3,01
Бразилия	0,5405	-0,61
Великобритания	0,5602	-0,58
Германия	0,9836	-0,02
Гонконг	0,5919	0,54
Дания	0,0551	1,92
Израиль	0,6936	-0,39
Индия	9,78E-04	3,30
Индонезия	0,0266	2,22
Ирландия	0,0095	2,60
Испания	0,0504	-1,96
Канада	0,6369	0,47
Малайзия	0,5597	0,58
Мексика	0,0085	2,63
Нидерланды	0,3749	0,89
Россия	0,0047	-2,83
Турция	0,7646	-0,30
Франция	0,2588	-1,13

Variance ratio test	Prob.	Stats
Швейцария	0,1115	1,59
Япония	0,7743	-0,29
США	0,3604	0,91

Таблица 5 показывает результаты тестирования цен биржевых индексов на случайное блуждание.

По результатам теста были получены следующие две группы стран.

1. Страны, для которых гипотеза H_0 подтверждается:

- Австралия,
- Австрия,
- Аргентина,
- Бразилия,
- Великобритания,
- Германия,
- Гонконг,
- Дания,
- Израиль,
- Испания,
- Канада,
- Малайзия,
- Нидерланды,
- Турция,
- Франция,
- Швейцария,
- Япония,
- США.

2. Страны, для которых H_0 отвергается:

- Бельгия,
- Индия,
- Индонезия,
- Ирландия,
- Мексика,
- Россия.

Проанализировав результаты Runs Test и теста случайного блуждания, заметим, что они не совпадают. Это затрудняет подтверждение гипотезы слабой эффективности фондового рынка той или иной страны.

После применения вышеизложенного алгоритма тестирования слабой формы эффективности получился следующий результат.

Нижеперечисленные страны были квалифицированы как слабо-эффективные:

- Австралия,
- Аргентина,
- Бразилия,
- Великобритания,
- Германия,
- Дания,
- Израиль,
- Испания,
- Нидерланды,
- Турция,
- Франция,
- Швейцария,
- Япония,
- США.

Не удовлетворяют гипотезе слабой эффективности следующие страны:

- Австрия,
- Бельгия,
- Гонконг,
- Индия,
- Индонезия,
- Ирландия,
- Канада,
- Малайзия,
- Мексика,
- Россия.

Взаимосвязь толщины левого хвоста и эффективности

Для анализа взаимосвязи между толщиной левого хвоста распределения доходности биржевых индексов и гипотезой слабой эффективности была построена логит-модель.

В качестве бинарной переменной выступает вектор результатов тестирования гипотезы слабой эффективности:

- 1 — если рынок удовлетворяет гипотезе слабой эффективности;
- 0 — если рынок не удовлетворяет гипотезе слабой эффективности.

Распределение случайной составляющей в модели имеет вид

$$f(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}.$$

Z — это матрица размерностью 24×10 , где по столбцам представлены данные толщины левого хвоста распределения доходностей, разбитые по сигмам.

Толщина относительно характеристики $\Phi(t)$ определяется как отношение исторически наблюдаемых левых хвостов $H(t)$ к $\Phi(t)$ — соответствующим левым хвостам для стандартного нормального распределения:

$$\psi(\Phi, t) = \frac{H(t)}{\Phi(t)}. \quad (1)$$

Рассматриваются отклонения от среднего толщины левого хвоста распределения логарифмов дневных доходностей биржевых индексов. При построении логит-регрессии анализируется взаимосвязь между вышеуказанными отношениями (1) и информационной эффективностью рынка по Ю. Фаме.

В результате анализа была выявлена отрицательная зависимость слабой эффективности рынка и толщины левого хвоста при -5σ и -6σ . В остальных случаях модель оказалась незначима.

Данные толщины хвоста были пронормированы (поделены на 1 млн) для более интерпретируемых результатов модели.

В табл. 6 приведены результаты тестирования логит-модели.

Результаты говорят о том, что чем больше риск больших потерь на фондовом рынке отклонен от соответствующего значения для нормального распределения, тем выше вероятность того, что сам рынок не будет удовлетворять гипотезе слабой эффективности.

Таблица 6. Результаты тестирования логит-модели

		Coef.	Std. Err.	Z	$P > z $	[95% Conf. Interval]
-1 σ	X	2066309	3027078	0,68	0,495	-3866654
	const	-0,9540378	1,929778	-0,49	0,621	-4,736332
-2 σ	X	101228,70	1194578,00	0,08	0,93	-2240101,00
	const	0,22	1,44	0,15	0,88	-2,60
-3 σ	X	-226253,40	276671,00	-0,82	0,41	-768518,60
	const	1,68	1,71	0,98	0,33	-1,68
-4 σ	X	-14209,27	12722,60	-1,12	0,26	-39145,11
	const	1,60	1,23	1,30	0,19	-0,81
-5 σ	X	-440,3902	223,7824	-1,97	0,049	-878,9956
	const	2,06	0,99	2,08	0,04	0,12
-6 σ	X	-3,02	1,39	-2,17	0,03	-5,75
	const	2,10	0,93	2,26	0,02	0,28
-7 σ	X	0,00	0,00	-1,04	0,30	-0,01
	const	0,79	0,61	1,31	0,19	-0,40
-8 σ	X	0,00	0,00	-0,60	0,55	0,00
	const	0,51	0,50	1,00	0,32	-0,48
-9 σ	X	0,00	0,00	-1,02	0,31	0,00
	const	0,63	0,50	1,26	0,21	-0,35
-10 σ	X	0,00	0,00	-0,63	0,53	0,00
	const	0,46	0,46	1,00	0,32	-0,44

Заключение

Подводя итог, хотелось бы отметить следующее.

В работе был сделан обширный обзор литературы на тему скорости сходимости к нормальному распределению и гипотез эффективности рынков.

На основе этого обзора сформулирован ряд гипотез.

- H_0 : G -границы оценивают риск потерь на фондовых рынках точнее, чем нормальное распределение.

- H_1 : Фондовые рынки участвующих в исследовании стран являются слабоэффективными.

- H_3 : Существует отрицательная связь между слабой эффективностью фондового рынка и риском больших потерь на нем.

Гипотеза H_0 . Гипотеза о том, что аналитически построенные G -границы более точно оценивают финансовые риски на фондовых рынках исследуемых 24 стран, полностью подтвердилась.

При разумном использовании скорости сходимости к нормальному распределению вместо самого нормального распределения инвесторам удастся значительно улучшить свою оценку рисков и приблизить ее к рыночной.

Гипотеза H_1 . Гипотеза о слабой эффективности изучаемых 24 стран подтвердилась частично.

Были выделены две группы стран.

1. Группа стран, которые удовлетворяют условиям слабой эффективности:

- Австралия,
- Аргентина,
- Бразилия,
- Великобритания,
- Германия,
- Дания,
- Израиль,
- Испания,
- Нидерланды,
- Турция,
- Франция,
- Швейцария,
- Япония,
- США.

2. Группа стран, которые не являются эффективными:

- Бельгия,
- Гонконг,
- Индия,
- Индонезия,
- Ирландия,
- Канада,
- Малайзия,
- Мексика,
- Россия.

Гипотеза НЗ. Была выявлена отрицательная взаимосвязь между слабой эффективностью фондового рынка и толщиной левого хвоста распределения доходностей на нем.

Исходя из этого можно сделать следующий вывод: чем толще левый хвост распределения доходностей биржевого индекса — чем выше риск больших потерь на данном рынке, тем выше вероятность того, что он неэффективен. Данный вывод несет в себе инновационный потенциал, так как тесты, предназначенные для анализа гипотезы слабой эффективности фондового рынка, не зависят от вида функции распределения доходностей на нем.

Подтверждение гипотезы НЗ приводит к умозаключению: чем меньше отклонение левого хвоста распределения доходности биржевого индекса от соответствующего для нормального распределения, тем выше вероятность того, что этот фондовый рынок слабоэффективен. С точки зрения экономики данное утверждение принимает следующий вид: чем ближе риск потерь на фондовом рынке к соответствующему риску потерь для нормального распределения, тем выше вероятность того, что этот рынок слабоэффективен.

Для неэффективных рынков вероятность больших потерь значительно выше, чем для слабоэффективных.

Литература

Berry A.C. The Accuracy of the Gaussian Approximation to the Sum of Independent Variates // Transactions of the American Mathematical Society. 1941. Vol. 49. P. 122–136.

Dickey D.A., Fuller W.A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root // Journal of the American Statistical Association. 1979. Vol. 74. P. 427–431.

Esseen G. On the Lyapunoff Limit of Error in the Theory of Probability // Arkiv för matematik, astronomi och fysik. 1942. Vol. 28A. P. 1–19.

Fama E. Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work // The Journal of Finance. 1970. Vol. 25. No. 2. P. 383–417.

Fama E. Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis // Journal of Business. 1963. Vol. 36. P. 420–429.

Gabovich Y. On the Question of the Fat Tails in Financial Markets. Paloma Partners, 2013.

Jondeau E., Poon S.-H., Rockinger M. Financial Modeling under Non-Gaussian Distribution. L.: Springer, 2007.

Nikulin V. An Algorithm to Estimate a Nonuniform Convergence Bound in the Central Limit Theorem. 2010: <<http://arxiv.org/abs/1004.0552>>.

Bloomberg Business database: <<http://www.bloomberg.com/>>.

Thomson Reuters database: <<http://thomsonreuters.com/>>.

Yahoo Finance: <<http://finance.yahoo.com/>>.

А.А. Кузнецова

Научный
руководитель —
К.В. Воронцов
Департамент
прикладной
экономики

Методы регуляризации для отбора признаков в линейных классификаторах и их применение в банковской клиентской аналитике

Работа посвящена важной задаче банковской клиентской аналитики, а именно изучению факторов благоприятного отклика клиента на маркетинговое предложение банка с использованием данных ОТП-банка. Для рассматривания этой экономической задачи применяются методы анализа данных и машинного обучения: метод опорных векторов, логистическая регрессия. Анализируются эффект переобучения классификатора, использование методов регуляризации для борьбы с этим эффектом, а также особенности отбора признаков с помощью L_1 -регуляризации в сочетании с перечисленными алгоритмами.

Введение

В данной работе рассматривается задача обучения линейного классификатора по прецедентам на примере задачи банковской клиентской аналитики: изучается выборка клиентов ОТП-банка, которым было сделано предложение о выпуске кредитной карты. Основной гипотезой исследования является предположение о наличии взаимосвязей между характеристиками индивидов и их склонностью к положительному отклику на предложение банка. Таким образом, используя информацию о том, принял ли клиент предложение или нет, и различные наборы характеристик клиентов (также называемых признаками), можно оценить параметры функции, связывающей склонность

к отклику и характеристики клиентов. Наличие такой функции даст возможность предсказывать склонность к положительному отклику в будущем для других клиентов банка, что, в свою очередь, позволит банку выбрать эффективную маркетинговую стратегию.

Ввиду того что цель работы — исследование социально-экономического явления, которое подвержено большому количеству случайных факторов, сложной задачей становится выбор корректного набора объясняющих переменных. Как правило, в таких ситуациях возникает явление переобучения классификатора, когда алгоритм из-за излишней сложности модели начинает подстраиваться к шуму в данных и теряет свою обобщающую и прогнозирующую способность.

Таким образом, второй важной задачей работы становится экспериментальное исследование использования L_1 -регуляризации для отбора значимых признаков на примере поставленной эмпирической задачи. L_1 -регуляризация может быть применена к широкому классу линейных классификаторов, использующих для классификации взвешенную сумму признаков объектов: $a(x_i) = \text{sign}\left(\sum_{j=1}^m w_j x_{ij} - w_0\right)$.

Для классификации в работе применяются два метода: метод опорных векторов и логистическая регрессия. В качестве критерия качества классификации используется площадь под ROC-кривой (AUC), а во всех расчетах — пятикратная кросс-валидация.

Далее работа будет выстроена следующим образом: в первом разделе проанализированы основные теоретические результаты по теме исследования, далее приводятся описательные статистики для используемой базы данных. Третий раздел посвящен рассмотренным преобразованиям данных к вероятностям. В последних двух разделах приводятся результаты классификации для метода опорных векторов и логистической регрессии, в том числе с регуляризацией.

1. Обзор литературы

Переобучение классификатора характеризуется несколькими признаками: значение функционала качества классификации на учебных данных может значительно превосходить значение на тестовых данных, по которым классификатор не обучался; могут появляться неадекватно большие значения или неадекватные знаки полученных оценок. Кроме того, такая классификация является неустойчивой: не-

значительное изменение учебной выборки приводит к существенному изменению оценок.

Причинами переобучения могут быть излишняя сложность оцениваемой модели, наличие мультиколлинеарности в используемых данных или значительное превосходство количества изучаемых признаков над количеством доступных наблюдений. Факт переобучения свидетельствует о неправильной спецификации модели и влечет за собой некорректность использования полученных оценок для прогнозирования.

Одним из решений проблемы переобучения может служить применение методов регуляризации, которые позволяют сдерживать оцениваемые коэффициенты, а в отдельных случаях, как будет показано далее, также осуществлять отбор признаков. Применение регуляризации даст возможность, жертвуя несмещенностью оценок, сократить их дисперсию и уменьшить их значения, что препятствует переобучению.

В работе [Hoerl, Kennard, 1970] L_2 -регуляризация применяется в сочетании с квадратичной функцией потерь метода наименьших квадратов и называется гребневой регрессией. Как будет показано далее, в методе опорных векторов также используется L_2 -регуляризация. Такая регуляризация позволяет уменьшить абсолютные значения полученных оценок и способствует повышению стабильности классификации, однако не предоставляет возможности для отбора значимых признаков и не упрощает модель. Для того чтобы найти соответствующие смещенные оценки, необходимо решить следующую оптимизационную задачу: $w_{est} = \arg \min \left(Loss + \mu \sum_{j=1}^m w_j^2 \right)$, где $Loss$ — функция потерь, w_j — веса признаков в линейном классификаторе (здесь и далее).

Применение L_1 -регуляризации к модели линейной регрессии называется Lasso-регрессией [Tibshirani, 1996] и решает проблему отбора признаков в некорректно сформулированной модели. Оптимизационная задача предполагает использование другой функции штрафа, нежели в гребневой регрессии: $w_{est} = \arg \min \left(Loss + \mu \sum_{j=1}^m |w_j| \right)$.

L_1 -регуляризация позволяет не только уменьшить абсолютные значения полученных коэффициентов, но также одновременно приравнять некоторые из них к нулю и получить более простую модель. Параметр μ отвечает за жесткость регуляризации: чем больше его значение, тем меньше признаков остается. В работе [Efron et al., 2004] приводится описание оптимального алгоритма для эффективного вычисления наилучших параметров.

Несмотря на возможность избавиться от несущественных признаков, L_1 -регуляризация имеет два важных ограничения. Во-первых, из группы коррелирующих между собой признаков алгоритм будет выбирать только один и отбрасывать остальные, из-за этого модель будет давать неполную или неверную практическую интерпретацию. Во-вторых, проблема возникает в практических задачах, в которых количество признаков m намного превосходит количество имеющихся наблюдений n , так как количество ненулевых коэффициентов, которые можно получить с помощью L_1 -регуляризации, не может превосходить количество наблюдений, даже если это неверно для истинного исследуемого процесса.

Эти серьезные ограничения были устранены в алгоритме, предложенном в работе [Hastie, Zou, 2005]. Использование линейной комбинации двух рассмотренных ранее штрафных функций L_1 и L_2 приводит к методу Elastic Net с другим подходом к коррелирующим переменным. Соответствующая целевая функция обладает двумя параметрами для настройки: $w_{est} = \arg \min \left(Loss + \mu_1 \sum_{j=1}^m |w_j| + \mu_2 \sum_{j=1}^m w_j^2 \right)$.

Так же как и Lasso, Elastic Net одновременно осуществляет отбор признаков и снижает их веса. Однако примечательно то, что Elastic Net обладает эффектом группировки признаков: значимые коррелирующие признаки выбираются в группе, а шумовые коррелирующие соответственно в группах отбрасываются. Оптимальный способ поиска параметров регуляризации описан в работе [Friedman et al., 2008].

Недостатком метода опорных векторов является отсутствие отбора признаков, что отражается в склонности к переобучению. Использование перечисленных выше регуляризационных методов вместе с кусочно-линейной функцией потерь метода опорных векторов или экспоненциальной функцией логистической регрессии позволяет занулять веса при незначимых признаках. Метод опорных векторов с L_1 -регуляризацией описан в работе [Bradley, Mangasarian, 1998], а в сочетании с Elastic Net — в более поздней работе [Wang et al., 2006].

2. Описание данных

В исходной выборке, предоставленной ОТП-банком, содержится 15 223 наблюдения, собранных в 2011 г., и значения 50 переменных для каждого из них. В табл. 1 и 2 представлены основные характеристики рассматриваемых в анализе переменных: среди них есть как

общие характеристики индивидов, так и факторы, описывающие их социально-экономическое положение, кроме того, присутствуют показатели, характеризующие предыдущую историю взаимодействия с банком. Целевая переменная показывает наличие отклика респондента на новое предложение со стороны банка и принимает значение «1» в случае согласия клиента на выпуск кредитной карты.

Таблица 1. Список качественных переменных

№	Название	Описание переменной	Число значений
Качественные признаки			
1	Label	Целевая переменная, наличие отклика клиента	2
2	Apartment	Индикатор, наличие в собственности квартиры	2
3	Companyrole	Роль клиента в компании	10
4	Cottage	Индикатор, наличие в собственности коттеджа	2
5	Countryhouse	Индикатор, наличие в собственности загородного дома	2
6	Creditregion	Субъект РФ, в котором был выдан последний кредит	70
7	Education	Уровень образования	7
8	Employment	Индикатор, у клиента есть работа	2
9	Factregion	Субъект РФ, фактическое проживание клиента	81
10	Faminc	Уровень дохода семьи клиента	5
11	Feddistr	Регион РФ, фактическое проживание клиента	11
12	Firmproperty	Форма собственности компании	5
13	Foreigncap	Индикатор, участие иностранного капитала в компании	2
14	Fpost	Индикатор, фактическое проживание = почтовый адрес	2
15	Garage	Индикатор, наличие в собственности гаража	2
16	Gender	Индикатор, клиент — мужчина	2
17	GPF	Индикатор, указан ли в анкете ГПФ	2

№	Название	Описание переменной	Число значений
18	Industry	Отрасль работы клиента	31
19	Land	Индикатор, наличие в собственности земельного участка	2
20	Maritalst	Семейное положение клиента	5
21	Pension	Индикатор, клиент на пенсии	2
22	Postregion	Субъект РФ, почтовый адрес клиента	80
23	Profession	Должность, занимаемая клиентом	12
24	Regregion	Субъект РФ, регистрация	81
25	Rfact	Индикатор, фактическое проживание = регистрация	2
26	Rfpost	Индикатор, фактическое проживание = регистрация = почтовый адрес	2
27	Rfpbank	Индикатор, регистрация = фактическое проживание = почта = банк	2
28	Rpost	Индикатор, регистрация = почтовый адрес	2
29	Rusauto	Индикатор, наличие русского автомобиля	2
30	Telfact	Индикатор, указан телефон по месту фактического проживания	2
31	Telreg	Индикатор, указан телефон по месту регистрации	2
32	Telwork	Индикатор, указан телефон на рабочем месте	2

Таблица 2. Список количественных переменных

№	Название	Описание переменной	Число значений
Количественные признаки			
33	Age	Возраст клиента	47
34	Avgdelay	Средняя сумма задержки платежей	1141
35	Credit	Размер последнего кредита	8029
36	Creditterm	Срок кредита в месяцах	22
37	Fstpaym	Размер первого платежа	2937

№	Название	Описание переменной	Число значений
38	Livefactmonth	Количество месяцев по месту фактического проживания	483
39	Maxdelay	Максимальная сумма задержки платежей	993
40	Numauto	Количество автомобилей	3
41	Numcardutilized	Количество утилизированных карт	3
42	Numchild	Количество детей	10
43	Numcredits	Количество кредитов	9

Главным качественным признаком, представленным в данных, является целевая переменная, отражающая наличие отклика клиента на предложение о выпуске новой кредитной карты. Исследуемая выборка не сбалансирована и содержит только 1812 наблюдений с положительными откликами, что составляет всего 12% от выборки.

Важно отметить, что анализируемая выборка состоит из индивидов, которые уже брали потребительские кредиты в ОТП-банке, причем у 75% респондентов сумма последнего кредита не превышает 20 000 руб., а средним значением является 6500 руб. Даже с учетом того, что данные относятся к 2011 г., это небольшие суммы. Кроме того, максимальный срок кредита составляет три года, а минимальный — всего три месяца. 25% клиентов из выборки пользовались более чем двумя потребительскими кредитами, и практически половина всей выборки на момент предложения банком выпуска кредитной карты уже обладала текущим непогашенным кредитом.

Большую часть выборки составляют респонденты со средним или средним специальным образованием, лишь у 20% есть высшее образование. Можно также заметить, что 65% выборки составляют мужчины; только у 30% в собственности есть квартира и у 21% есть загородный дом; у подавляющего большинства респондентов в собственности нет автомобиля, а 63% всех немногочисленных имеющих у респондентов автомобилей являются автомобилями российского производства.

Среди значений переменной «Industry», обозначающей сферу, в которой работает клиент, присутствует 31 отрасль: наиболее распространенной является торговля, затем следует промышленность и государственная служба. Примечательно то, что практически все занятые респонденты (кроме одного) указали в анкете свой рабочий телефон,

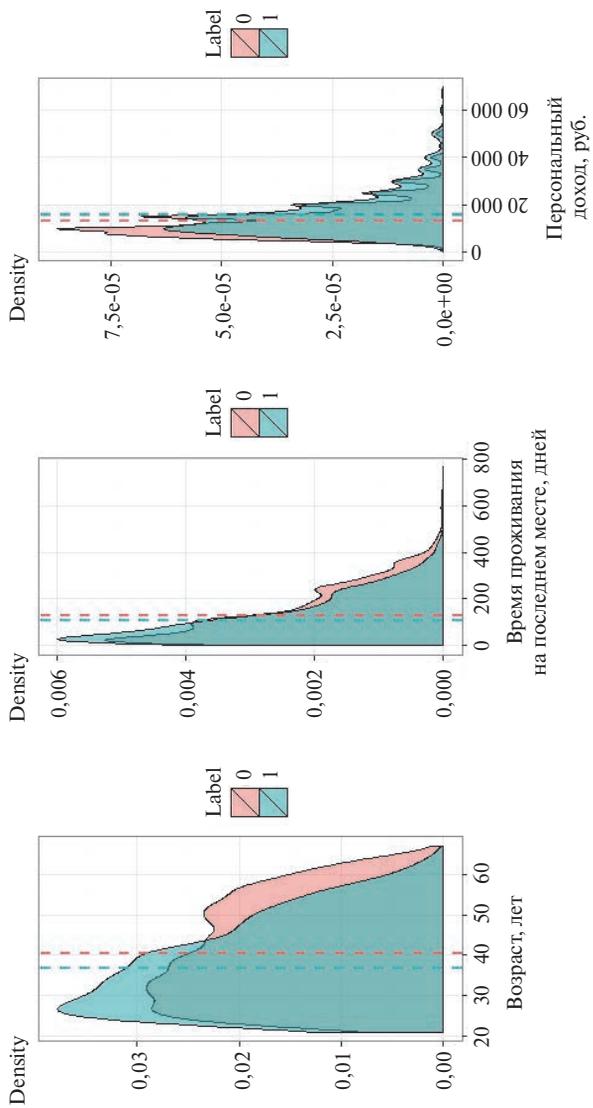


Рис. 1. Выборочные плотности для трех признаков

в то время как домашний телефон был указан только у 60% клиентов. Настораживающим фактом является наличие 60 респондентов, ответивших, что доход их семьи меньше 5000 руб.

На рис. 1 показаны выборочные плотности распределения трех количественных признаков «Age», «Livefactmonth» и «Personalinc», которые заметно отличаются для классов «0» и «1». Пунктиром нанесены средние значения для двух классов.

Видно, что для первых двух переменных распределение класса «0» смещено вправо. Это означает, что клиенты старшего возраста и клиенты, проживающие на последнем месте жительства большее количество времени, менее склонны принять предложение о выпуске новой кредитной карты. Для переменной «Personalinc» разница совсем незначительна, но можно отметить, что большую склонность к положительному отклику демонстрировали респонденты с большей величиной персонального дохода.

3. Преобразование признаков к вероятностям

В качестве возможного варианта преобразования признаков для улучшения предсказательной силы линейных классификаторов рассмотрен переход от значений самих признаков к вероятностям получения положительного отклика, если респондент обладает признаком с определенным значением $P(y_i = 1 | x_i)$.

Для качественных признаков такая вероятность может быть определена просто как доля положительных откликов среди респондентов с конкретным значением рассматриваемого признака. В табл. 3 приводятся полученные значения для нескольких качественных признаков. Необходимо отметить, что величины вероятностей получились крайне малыми. Это связано с тем, что доля положительных откликов во всей выборке составляет лишь 12%.

По полученным вероятностям можно сделать вывод о том, что к положительному отклику более склонны мужчины, а также респонденты, имеющие работу и не имеющие в собственности квартиры. Кроме того, респонденты, указавшие в своих анкетах в качестве семейного положения ответ «Гражданский брак», также наиболее склонны к положительному отклику, в то время как респонденты, потерявшие супруга, с наименьшей вероятностью откликнутся на предложение о выпуске кредитной карты.

Таблица 3. Преобразование качественных признаков к вероятностям

Признак	Значение признака	Вероятность
Пол	Женщина	0,1118
	Мужчина	0,1327
Наличие работы	«1»	0,1270
	«0»	0,0385
Клиент на пенсии	«1»	0,0493
	«0»	0,1299
Квартира в собственности	«1»	0,1130
	«0»	0,1217
Семейное положение	Состоит в браке	0,1125
	Не состоял в браке	0,1276
	Разведен	0,1454
	Вдовец	0,0884
	Гражданский брак	0,1648

Для количественных признаков рассмотрено два варианта преобразования к вероятностям, которые можно условно назвать дискретизацией и сглаживанием.

- *Дискретизация (сравнение с порогом)*

Рассматриваются вероятности $P(y_i = 1 | x_i > a)$ или $P(y_i = 1 | a < x_i < b)$, где a, b — различные пороги. Сложностью применения такого подхода является недостаточное количество интуитивной информации о выборе конкретных значений порогов. По этой причине отдельно был выделен порог, максимизирующий AUC в том случае, если классификация осуществляется только по этому преобразованному признаку.

- *Сглаживание*

Рассматривается также второй, более выгодный с точки зрения реализации, вариант: вероятность, присвоенная каждому из значений признаков, рассчитывается как доля объектов из класса «1», для которых значение этого признака лежит в интервале $[x_i - 0,5h, x_i + 0,5h]$, где в качестве h будут рассматриваться различные длины интервала. Таким образом, в зависимости от использованного h были получены признаки со сглаживанием с узким, средним и широким окном. На рис. 2 представлены значения некоторых количественных признаков,

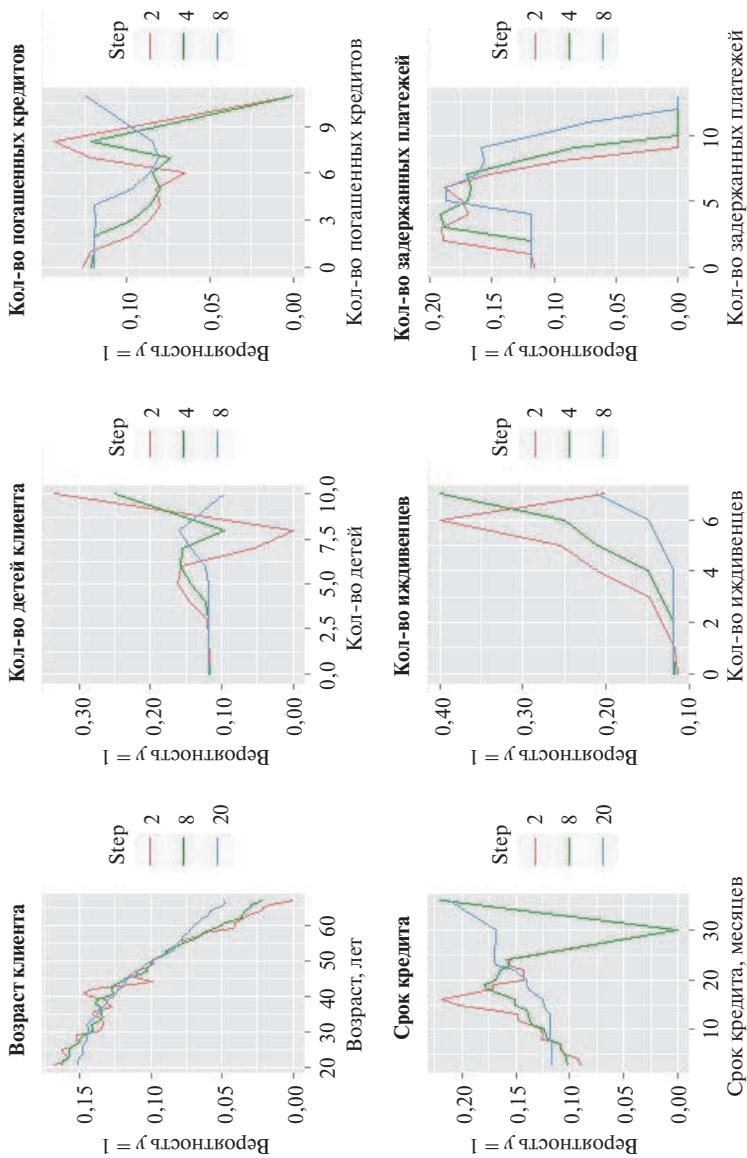


Рис. 2. Преобразование количественных признаков со сглаживанием

преобразованных вторым способом. Выбор большей длины интервала приводит к получению более гладких функций.

Можно сказать, что однозначную обратную зависимость демонстрируют следующие два признака: возраст и длительность нахождения на последнем рабочем месте. Однозначно положительно влияют переменные «срок кредита» и «количество иждивенцев».

Таким образом, в результате описанных выше преобразований были получены различные наборы данных, которые в следующих двух разделах будут использованы для обучения классификатора. Присвоим каждому из наборов свое имя, для того чтобы обозначать их далее схематично.

- А: все данные в исходном виде, причем качественные признаки представлены в форме фиктивных переменных, для того чтобы их можно было использовать в качестве входных данных для классификатора (всего получено 193 переменные).

- Б: качественные признаки преобразованы к вероятностям, количественные оставлены в исходном виде (всего 49 признаков).

- В: качественные признаки преобразованы к вероятностям, количественные признаки дискретизированы с порогом, максимизирующим значение AUC (используется для классификаторов, которые не могут сами отсеивать признаки, так как для них лучше уменьшить набор объясняющих переменных).

- Г: качественные признаки преобразованы к вероятностям, количественные преобразованы к вероятностям со сглаживанием (всего 79 признаков).

- Д: качественные признаки преобразованы к вероятностям, количественные дискретизированы с различными порогами (всего 193 признака).

4. Метод опорных векторов

4.1. Описание метода

Рассматривается задача обучения классификатора по прецедентам, т.е. в качестве входных данных имеется информация об n объектах обучающей выборки:

$$(x_i, y_i), \quad i = 1 \dots n,$$

где векторы $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{im})$ — векторы, содержащие значения m признаков для каждого из объектов, а вектор $y = (y_1, \dots, y_n) : y_i \in \{-1; 1\}$ со-

держит метки классов для каждого объекта. Количество наблюдений класса «-1» будет обозначено как n_{-1} , а количество принадлежащих классу «1» как n_1 .

Требуется найти линейный классификатор вида

$$a(x_i) = \text{sign}\left(\sum_{j=1}^m w_j x_{ij} - w_0\right),$$

т.е. оценить неизвестные параметры $w = (w_0, w_1, \dots, w_m)$ функции, аппроксимирующей истинную зависимость между целевой переменной и признаками объектов.

Решается оптимизационная задача безусловной минимизации:

$$0,5\|w\|^2 + C \sum_{i=1}^n \left(1 - y_i \left(\sum_{j=1}^m w_j x_{ij} - w_0\right)\right)_+ \rightarrow \min_{w, w_0}.$$

Необходимо отметить, что из-за несбалансированности выборки необходимо придать объектам малочисленного класса большую значимость при оценивании параметров классификатора. Для этого ошибки классификации будут входить в целевую функцию с весами $n_1/2n_{-1}$ и $n_{-1}/2n_1$ для классов «-1» и «1» соответственно. Таким образом, если значения n_{-1} и n_1 равны, то все объекты будут равнозначными для классификатора, а если нет, то больший вес будет приходиться на меньший класс.

4.2. Результаты оценивания методом опорных векторов

Найдем параметры описанного выше линейного классификатора для преобразованных различными способами данных о клиентах ОТП-банка, затем сравним качество предсказания полученных моделей по значению AUC и доле ошибок, совершенных классификатором. Ниже схематично описаны разные вариации входных данных, используемых для обучения. Всего рассмотрено три модели.

Модель 1А: переменные в исходном виде.

Модель 1Б: качественные — вероятности, количественные — исходные.

Модель 1В: качественные — вероятности, количественные — пороги, \max AUC.

Лучший результат как на учебной выборке, так и на тестовой получен в модели 1В, где все признаки были преобразованы к вероятностям (табл. 4). Площадь под ROC-кривой составила 0,6498 на тестовой

Таблица 4. Результаты метода опорных векторов

Модель	Качество предсказания	Учебная выборка	Тестовая выборка
1А	Доля ошибок на классе «1»	0,32	0,38
	Общая доля ошибок	0,34	0,36
	AUC	0,6670	0,6322
1Б	Доля ошибок на классе «1»	0,35	0,36
	Общая доля ошибок	0,35	0,36
	AUC	0,6450	0,6368
1В	Доля ошибок на классе «1»	0,32	0,36
	Общая доля ошибок	0,33	0,35
	AUC	0,6759	0,6498

выборке. Можно заметить, что доля ошибок для учебной выборки хоть и незначительно, но меньше, чем для тестовой. Этот факт указывает на наличие эффекта переобучения.

4.3. Результаты метода опорных векторов с L_1 -регуляризацией

Перейдем к рассмотрению классификатора с L_1 -регуляризацией с возможностью отбора признаков. Использование такого алгоритма обучения должно привести к уменьшению переобучения и упрощению задачи, а также повысить качество классификации. Решаемая оптимизационная задача может быть переписана в следующем виде:

$$C \sum_{i=1}^n \left(1 - y_i \left(\sum_{j=1}^m w_j x_{ij} - w_0 \right) \right)_+ + \sum_{j=1}^m |w_j| \rightarrow \min_{w, w_0}.$$

Как видно из целевой функции, параметр C отвечает за жесткость регуляризации. Чем меньшее значение он принимает, тем большее влияние оказывает штраф за слишком большие значения весов w_j , т.е. за излишнюю сложность модели. Перебирая различные значения этого параметра и тем самым перераспределяя приоритет между точностью обучения и точностью прогнозирования классификатора, можно выбрать такое значение параметра, которое будет максимизировать значение AUC на тестовой выборке.

Всего в данном разделе будет рассмотрено четыре модели. Некоторые из них используют новые наборы данных с большим количеством

признаков, так как теперь у классификатора есть возможность обнулять некоторые веса.

Модель 2А: переменные в исходном виде.

Модель 2Б: качественные — вероятности, количественные — исходные.

В табл. 5 приводятся полученные значения AUC для учебной и тестовой выборки для различных вариантов выбора параметра C . Так как одной из целей исследования является экспериментальное наблюдение за осуществлением отбора признаков, среди результатов также указано среднее количество нулевых коэффициентов.

Таблица 5. Результаты линейного метода опорных векторов с L_1 -регуляризацией

	Модель 2А			Модель 2Б		
	AUC_train	AUC_test	Отброшенные признаки	AUC_train	AUC_test	Отброшенные признаки
$C = 0$	0,5000	0,5000	192	0,5000	0,5000	49
$C = 0,1$	0,6631	0,6329	79	0,6476	0,6369	27
$C = 0,3$	0,6674	0,6326	43	0,6517	0,6424	25
$C = 0,5$	0,6689	0,6309	31	0,6527	0,6429	23
$C = 0,7$	0,6696	0,6313	25	0,6536	0,6420	19
$C = 0,9$	0,6700	0,6312	22	0,6546	0,6445	14
$C = 1$	0,6703	0,6315	20	0,6548	0,6454	13
$C = 10$	0,6705	0,6284	4	0,6590	0,6484	0

Более высокие значения AUC получились у второй модели, использующей преобразованные качественные признаки. Предпочтительным значением параметра C для модели 2А является $C = 0,1$, что указывает на жесткую регуляризацию, в среднем при таком значении параметра были отброшены 79 признаков. Для модели 2Б лучшим выбором из рассмотренных значений является значение $C = 10$, при котором признаки не отбираются.

На рис. 3 представлены результаты выбора весов для модели 2Б, позволяющие более полно представить процесс отбора признаков. Для наглядности веса двух частей целевой функции (штраф за неточность классификации и штраф за слишком большие веса признаков) были отнормированы так, чтобы в сумме давать единицу. В таком

случае достаточно было рассмотреть значения параметра C на отрезке от 0 до 1.

На рис. 3а изображены значения полученных коэффициентов в случае жесткого отбора признаков $C = 0,1$, можно увидеть, что подавляющее большинство из них действительно обнулились. Рисунок 3б демонстрирует изменение весов признаков с изменением значения параметра C , заметно также, что они начинаются с нулевого значения и при увеличении параметра C постепенно становятся больше по кусочно-линейным траекториям. На рис. 3в, г изображены кривые с долей ошибочно классифицированных объектов и ROC-кривая (синяя кривая для учебной выборки и зеленая — для тестовой). Поскольку задача устроена таким образом, что изменение значения C приводит лишь к незначительным изменениям AUC и ошибки классификации, графики с некоторого момента скорее напоминают прямые.

Модель 2Г: качественные — вероятности, количественные — сглаживание (отдельно рассмотрены интервалы сглаживания разной ширины, а также все вместе).

Модель 2Д: качественные — вероятности, количественные — дискретизация.

Замечательным фактом является то, все оцененные модели стремятся к отсутствию регуляризации, кроме модели 2Г со всеми полученными признаками: в ней наблюдался значительный переизбыток информации, часть которой оказалась незначимой для классификатора.

Лучший результат на тестовых выборках показала модель 2Д с использованием дискретизации и значения параметра $C = 10$, при котором обнуляются 99 признаков, причем значение площади под кривой в данной модели составляет 0,6571, и этот показатель превосходит полученный ранее в модели 2Б. К тому же по результатам модели 2Г заметно, что качество классификации уменьшается с увеличением ширины интервала сглаживания, с которым преобразовывался признак: более широкие интервалы способствуют большей потере информации при переходе к вероятностям.

Таблица 6. Результаты метода опорных векторов с L_1 -регуляризацией

	Модель 2Г												Модель 2Д	
	Узкие инт.		Средние инт.		Широкие инт.		Все интервалы							
	AUCtr	AUCtest	AUCtr	AUCtest	AUCtr	AUCtest								
$C = 0,1$	0,6368	0,6306	0,6180	0,6111	0,6093	0,6042	0,6409	0,6367	0,6487	0,6382				
$C = 0,3$	0,6420	0,6339	0,6256	0,6208	0,6135	0,6106	0,6485	0,6420	0,6586	0,6508				
$C = 0,5$	0,6441	0,6380	0,6303	0,6257	0,6187	0,6105	0,6557	0,6521	0,6623	0,6525				
$C = 0,7$	0,6468	0,6376	0,6330	0,6271	0,6215	0,6142	0,6565	0,6482	0,6645	0,6531				
$C = 0,9$	0,6470	0,6387	0,6340	0,6249	0,6219	0,6116	0,6589	0,6472	0,6654	0,6503				
$C = 1$	0,6473	0,6393	0,6338	0,6241	0,6223	0,6138	0,6574	0,6494	0,6654	0,6483				
$C = 10$	0,6522	0,6410	0,6357	0,6275	0,6239	0,6143	0,6625	0,6499	0,6740	0,6571				

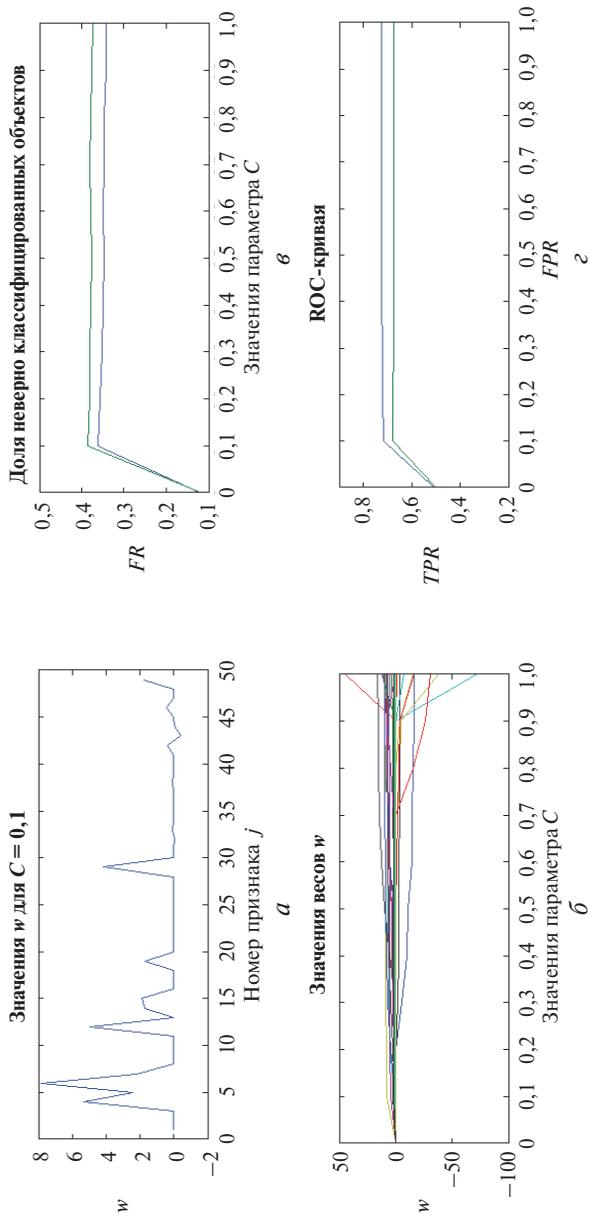


Рис. 3. Результаты метода опорных векторов с L_1 -регуляризацией для модели 2Б

5. Логистическая регрессия

5.1. Описание метода

Рассматривается задача обучения линейного классификатора по прецедентам, подробно описанная в предыдущем разделе. Особенностью метода логистической регрессии является использование другой аппроксимирующей функции эмпирического риска. Решаемая оптимизационная задача в данном случае:

$$C \sum_{i=1}^n \ln \left(1 + \exp \left(-y_i \sum_{j=1}^m w_j x_{ij} - w_0 \right) \right) \rightarrow \min_{w, w_0}.$$

Преимуществом логистической регрессии, по сравнению с методом опорных векторов, является возможность смысловой интерпретации полученных результатов, так как можно рассчитать апостериорные вероятности принадлежности к одному из классов. Кроме того, в работе рассматривается логистическая регрессия с L_1 -регуляризацией с возможностью отбора признаков:

$$C \sum_{i=1}^n \ln \left(1 + \exp \left(-y_i \sum_{j=1}^m w_j x_{ij} - w_0 \right) \right) + \sum_{j=1}^m |w_j| \rightarrow \min_{w, w_0}.$$

5.2. Результаты оценивания логистической регрессии

В данном подразделе будут рассмотрены три модели для оценивания параметров логистической регрессии и приведены основные результаты.

Модель 3А: все переменные в исходном виде. Преимуществом такой модели для логистической регрессии является более ясная интуиция полученных коэффициентов.

Модель 3Б: качественные — вероятности, количественные — исходные.

Модель 3В: качественные — вероятности, количественные — пороги, max AUC.

Полученные результаты представлены в табл. 7. Лучший результат был получен для модели 3В, однако значение AUC составило только 0,6458, что хоть незначительно, но меньше результатов, полученных методом опорных векторов. Следует отметить, что доля ошибок на положительном классе при этом меньше, чем в модели 1В.

Таблица 7. Результаты логистической регрессии

Модель	Качество предсказания	Учебная выборка	Тестовая выборка
3А	Доля ошибок на классе «1»	0,32	0,38
	Общая доля ошибок	0,35	0,37
	AUC	0,6597	0,6241
3Б	Доля ошибок на классе «1»	0,35	0,36
	Общая доля ошибок	0,37	0,38
	AUC	0,6373	0,6302
3В	Доля ошибок на классе «1»	0,33	0,33
	Общая доля ошибок	0,37	0,37
	AUC	0,6499	0,6458

Для экономической интерпретации интересными также являются результаты, приведенные в табл. 8: дается список переменных, коэффициенты при которых оказались значимыми на уровне 5% в модели 3А. Приведены значения коэффициентов, а также соответствующие *p*-value.

Таблица 8. Значимые переменные в модели 3А

	Коэффициент	Станд. ошибка	<i>p</i> -value
Возраст	-0,0138	0,0042	0,0009
Количество детей	0,1432	0,0439	0,0011
Неоконченное высшее образование	0,7310	0,1541	0,0001
Неполное среднее образование	0,5959	0,2128	0,0051
Среднее образование	0,3009	0,1036	0,0037
Среднее специальное образование	0,2546	0,0932	0,0063
Должность «рабочий»	0,1738	0,0833	0,0370
Должность «работник бухгалтерии»	-1,0245	0,4911	0,0370
Регионы регистрации, проживания и выдачи кредита совпадают	0,6594	0,3077	0,0321
Наличие гаража в собственности	-0,5659	0,2762	0,0404
Срок, на который выдан кредит	0,0383	0,0088	0,0001
Длительность нахождения на нынешнем месте работы	-0,0022	0,0005	0,0001

	Коэффициент	Станд. ошибка	p-value
Кол-во кредитов	0,3934	0,1077	0,0003
Кол-во погашенных кредитов	-0,3334	0,0686	0,0001
Кол-во осуществленных платежей	-0,0368	0,0090	0,0001
Номер максимальной просрочки	0,3791	0,1426	0,0078
Кол-во уничтоженных карт	1,6206	0,1757	0,0001

5.3. Результаты оценивания логистической регрессии с L_1 -регуляризацией

Рассмотрим результаты оценивания логистической регрессии с L_1 -регуляризацией на примере еще четырех моделей.

Модель 4А: все переменные в исходном виде.

Модель 4Б: качественные — вероятности, количественные — исходные.

Модель 4Г: качественные — вероятности, количественные — сглаживание.

Модель 4Д: качественные — вероятности, количественные — пороги.

Таблица 9. Результаты логистической регрессии с L_1 -регуляризацией

	Модель 4А		Модель 4Б		Модель 4Г		Модель 4Д	
	AUCtr	AUCtest	AUCtr	AUCtest	AUCtr	AUCtest	AUCtr	AUCtest
$C = 0,1$	0,6400	0,6220	0,6313	0,6259	0,6128	0,6078	0,6228	0,6129
$C = 0,3$	0,6546	0,6266	0,6390	0,6299	0,6389	0,6353	0,6476	0,6374
$C = 0,5$	0,6577	0,6297	0,6382	0,6322	0,6459	0,6372	0,6538	0,6483
$C = 0,7$	0,6601	0,6254	0,6387	0,6311	0,6504	0,6429	0,6574	0,6524
$C = 0,9$	0,6607	0,6260	0,6391	0,6331	0,6517	0,6480	0,6607	0,6513
$C = 1$	0,6613	0,6251	0,6397	0,6334	0,6527	0,6479	0,6610	0,6527
$C = 10$	0,6621	0,6231	0,6453	0,6382	0,6617	0,6488	0,6708	0,6535

Лучший результат (табл. 9) получен в модели 4Д и составляет 0,6535, причем даже при таком большом значении $C = 10$ алгоритмом были обнулены 99 признаков. В их число, например, попали такие призна-

ки, как собственность фирмы, участие в ней иностранного капитала, наличие в собственности коттеджа или земли. Важно отметить, что значимость признаков, выделенных в результате графического анализа как отличающие два класса друг от друга, подтвердилась и в результате отбора признаков с регуляризацией.

Заключение

В работе рассмотрена важная задача банковской клиентской аналитики, а именно прогнозирование отклика клиента на новое предложение со стороны банка. На примере данных ОТП-банка были оценены несколько моделей с разными преобразованиями данных. Использовались метод опорных векторов и логистическая регрессия; итоговые значения представлены в табл. 10. Лучший результат был получен с помощью метода опорных векторов с L_1 -регуляризацией в модели 2Д, где все признаки были преобразованы к вероятностям.

Таблица 10. Результаты классификации

		AUCtrain	AUCtest
SVM	(1А)	0,6670	0,6322
	(1Б)	0,6450	0,6368
	(1В)	0,6759	0,6498
SVM- L_1	(2А)	0,6631	0,6329
	(2Б)	0,6590	0,6484
	(2Г)	0,6557	0,6521
	(2Д)	0,6740	0,6571
LR	(3А)	0,6597	0,6241
	(3Б)	0,6373	0,6302
	(3В)	0,6499	0,6458
LR- L_1	(4А)	0,6577	0,6297
	(4Б)	0,6453	0,6382
	(4Г)	0,6617	0,6488
	(4Д)	0,6708	0,6535

Результаты алгоритмов позволяют сделать вывод, что значимо положительно на отклик влияют следующие характеристики клиента:

размер персонального дохода; наличие работы; проживание клиента в гражданском браке или в разводе; количество детей; количество кредитов, которыми клиент пользовался в ОТП-банке.

Значимо отрицательно влияют признаки: возраст; количество времени, прожитого респондентом на последнем месте жительства; нахождение клиента на пенсии; наличие высшего образования.

Литература

Bradley P.S., Mangasarian O.L. Feature Selection via Concave Minimization and Support Vector Machines. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1998.

Efron B., Hastie T., Johnston I., Tibshirani R. Least Angle Regression / Institute of Mathematical Statistics // The Annals of Statistics. 2004. Vol. 32. No. 2. P. 407–499.

Friedman J., Hastie T., Tibshirani R. Regularization Paths for Generalized Linear Models Via Coordinate Descent. Stanford University, 2008.

Hastie T., Zou H. Regularization and Variable Selection Via the Elastic Net // Journal of the Royal Statistical Society. Ser. B. 2005. Vol. 67. Iss. 2. P. 301–320.

Hoerl A.E., Kennard R.W. Ridge Regression: Biased Estimation for Nonorthogonal Problems // Technometrics. 1970. Vol. 12. No. 1. P. 55–67.

Tibshirani R. Regression Shrinkage and Selection Via the Lasso // Journal of the Royal Statistical Society. Ser. B. 1996. Vol. 58. No. 1. P. 267–288.

Wang L., Zhu J., Zou H. The Doubly Regularized Support Vector Machine // Statistica Sinica. 2006. Vol. 16. No. 2. P. 589–615.

В.А. Романко

Научный

руководитель —

И.В. Ивашковская

Департамент финансов

Интегрированная модель оценки роста компании

Вопрос оценки роста компании был и остается одним из ключевых при принятии решений о ее стратегическом развитии. Собственнику компании необходимо четко понимать, какую позицию она занимает на рынке и каковы перспективы ее развития. В данном контексте на первый план выходит вопрос о детерминантах роста компаний, а также — в условиях стремительного роста компаний на развивающихся рынках, о необходимости оценки качества роста. С этой целью в работе использован индекс устойчивости роста. Кроме того, в качестве индикатора оценки эффективности компании используется показатель совокупной доходности акционеров.

Введение

Еще с начала 1960-х годов специалистами консалтинговых компаний делались попытки разработать модели оценки роста компаний, которые давали бы возможность менеджменту получить наиболее достоверную информацию о состоянии компании и возможностях роста данного бизнеса.

С точки зрения актуальности работы следует отметить, что:

- понимание менеджментом компании основных детерминант устойчивого роста является залогом достижения сбалансированной траектории ее развития;
- как в отечественных, так и зарубежных исследованиях существует крайне небольшое количество работ, посвященных сравнительной оценке устойчивости роста компании через совокупную доходность акционеров и индекс устойчивости роста как на развитых, так и на развивающихся рынках.

Цель данной работы заключается в оценке качества роста компаний на основе показателей, отражающих ее рыночную и фундаментальную стоимость на развитых и развивающихся рынках капитала.

Научная новизна работы состоит в использовании интегрированной модели оценки роста компании, в том числе:

- построена модель зависимости совокупной акционерной доходности (TSR) от устойчивости роста компании;
- разработана модель оценки детерминант и выявлены показатели, оказывающее влияние на темп роста выручки компании;
- построена модель оценки денежных потоков, которая определяет влияние стадии ЖЦО на совокупную доходность акционеров (TSR).

1. Теоретические подходы к оценке роста компаний

Одни из первых моделей оценки компании основывались на бухгалтерской отчетности и расчете финансовых коэффициентов для оценки операционной и финансовой составляющей деятельности компании.

Отметим, что данный подход имеет свои преимущества и недостатки. Так, главными преимуществами являются прежде всего простота, прозрачность и понятность использования данных показателей. При этом к недостаткам можно отнести то, что при расчете данных коэффициентов не учитывается инвестиционный риск, а также ликвидность и стоимость бизнеса компании [Jensen, Meckling, 1976].

При оценке роста компании необходимо учитывать основные элементы ее финансовой архитектуры, такие как структура собственности, структура капитала и механизмы корпоративного управления [Lopez Itarriaga, Crisostomo, 2010]. Говоря об оценке влияния структуры собственности на рост компании, следует отметить, что большинство авторов, работавших над этой тематикой, выделяли три показателя, которые, по их мнению, наиболее полно описывают структуру собственности компании: доля акций в руках менеджмента компании, уровень концентрации собственности и доля акций в государственной собственности [Guriev et al., 2003]. Базовой концепцией, определяющей влияние структуры капитала на деятельность компании, например, на ее стоимость, является теорема Модильяни — Миллера, в которой авторы доказывают, что независимо от источников финансирования стоимость компании не изменяется и остается прежней [Myers, 1999]. Говоря о корпоративном управлении, отметим, что в большинстве исследований, сделанных в этой области, авторы описывают различные модификации агентской проблемы, в рамках которой между стейкхолдерами в компании наблюдается некий конфликт интересов, связанный с различиями в конечных целях, преследуемых каждым из них в компании [Filatotchev, Bishop, 2002].

1.1. Понятие интегрированной модели

Под интегрированной моделью компании в данной работе понимается взаимосвязанная совокупность нескольких независимых моделей, каждая из которых характеризует ее отдельные аспекты, совместно давая всестороннюю оценку роста компании [Varaia et al., 1987]. В оценке роста компании используются следующие модели:

- модель зависимости совокупной акционерной доходности от устойчивости роста компании;
- модель зависимости совокупной акционерной доходности от денежных потоков компании;
- модель оценки детерминант, влияющих на темп роста компании.

1.2. Оценка роста компании на основе стоимостного подхода

В рамках стоимостного подхода была разработана группа индексов по оценке устойчивости роста компаний [Ивашковская, Волотовская, 2012]. Данный показатель был протестирован на развитых и развивающихся рынках, при этом показал высокую объясняющую способность.

Расчет происходит по следующей формуле:

$$SGI = g_s \cdot \frac{l}{k} \cdot \sum_{i=1}^k \max[0, (ROCE_i - WACC_i)],$$

где g_s — темп роста выручки компании, рассчитанный как среднегеометрическая величина; k — совокупное количество лет в выборке; l — количество лет, в которых значение спреда ($ROCE - WACC$) принимало положительные значения; $ROCE_i$ — доходность инвестированного капитала в год i ; $WACC_i$ — показатель средневзвешенных затрат на капитал в год i .

Рассмотрим расчет показателя подробнее.

Средний темп роста продаж за пять лет, полученный по следующей формуле:

$$1 + r_{gm} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n (1 + r_i)},$$

где r_{gm} — темп роста за пять лет, рассчитанный как среднегеометрическое значение; r_i — годовой темп роста, рассчитанный как $\frac{S_t}{S_{t-1}}$, т.е.

через соотношение выручки текущего периода к предыдущему [Ивашковская, Житова, 2009].

Исходя из данного расчета, чем в большем количестве лет наблюдалось положительное соотношение инвестированного капитала и средневзвешенных затрат на капитал, тем ближе к переменной k стремится переменная l .

1.3. Совокупная акционерная доходность как один из ключевых показателей оценки роста компании

В начале 2000-х годов вопрос устойчивого роста компаний вызвал еще больший интерес, когда консалтинговой компанией Boston Consulting Group (BCG) [BCG, 2000] на ежегодной основе стали публиковаться исследования по оценке качества роста компаний на мировых рынках.

Идея настоящей работы состояла в том, что по всем рассматриваемым компаниям рассчитывается показатель совокупной доходности акционеров (Total Shareholder Return, TSR). Далее происходит ранжирование компаний по убыванию данного показателя и определяются 10% тех компаний, которые демонстрируют самые высокие и самые низкие значения индекса. После этого проводится факторный анализ показателя совокупной акционерной доходности.

Показатель совокупной доходности акционеров используется для оценки результатов деятельности компании за период с точки зрения акционерной доходности. Данный показатель рассчитывается как соотношение цены акции за период, увеличенной на значение дивидендной доходности по этой же акции:

$$TSR = \frac{Stockvalue_t - Stockvalue_{t-1} + Dividendyield_t}{Stockvalue_{t-1}}.$$

Положительное значение данного показателя может свидетельствовать о том, что управленческие решения, принятые в компании, положительно воспринимаются рынком, что подтверждается приростом стоимости ее акционерного капитала.

В общем случае устойчивость роста состоит в способности компании генерировать постоянный темп роста выручки (добавленной стоимости) при неизменности операционных стратегий и источников финансирования на длительном промежутке времени для всех заинтересованных групп лиц (стейкхолдеров) [Ивашковская, Пирогов, 2008].

1.4. Методы определения стадии жизненного цикла организации (ЖЦО)

В данной части рассмотрено влияние стадий ЖЦО организации на показатель ее совокупной акционерной доходности. Для того чтобы сделать такое сопоставление, определены стадии ЖЦО по следующей модели.

За основу взята работа [Dickinson, 2011]. Разработанная модель базируется на четырех главных стадиях ЖЦО: «зарождение», «рост», «зрелость» и «спад». Распределение компаний на четыре стадии ЖЦО дает возможность определить их четкую принадлежность к одной из стадий на основе только лишь абсолютных значений и знаков денежных потоков по трем видам деятельности. Данное соотношение представлено в табл. 1.

Таблица 1. Соотношение денежных потоков для каждой из стадий жизненного цикла организации

Стадия ЖЦО	OCF	FCF	FCI
Зарождение	< 0	> 0	< 0
Рост	> 0	> 0	< 0
Зрелость	> 0	< 0	< 0
Спад	< 0	> 0	> 0

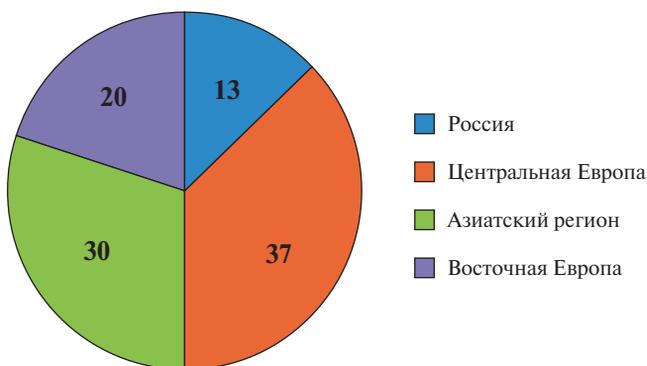
2. Применение моделей оценки качества роста компаний

2.1. Описание выборки и переменных

Что касается набора компаний, он представлен как развитыми, так и развивающимися странами, а также странами с переходной экономикой. Совокупная выборка компаний разделена на три кластера:

- 1) развитые страны Западной Европы: Германия, Франция и Италия (206 компаний);
- 2) страны — члены БРИКС: Россия, Индия и Китай (72 компании);
- 3) страны Восточной Европы: Польша, Чехия, Словакия, Словения, Эстония (70 компаний).

Совокупная выборка по трем кластерам составляет 348 компаний. В выборку включены только компании нефинансового сектора, имею-



Источник: Расчеты автора по данным аналитического агентства Bloomberg за период 2009–2013 гг.

Рис. 1. Региональная структура выборки компаний, %

щие отчетность по МСФО, акции которых котируются на фондовых биржах и капитализация которых — не менее 10 млн долл. На рис. 1 представлена региональная структура выборки компаний.

2.2. Оценка влияния показателей устойчивости роста компании на совокупную доходность акционеров

Рассмотрим следующую модель для оценки влияния устойчивости роста на показатель совокупной акционерной доходности:

$$TSR = \alpha_0 + \beta \cdot SGI + \varepsilon_i,$$

где TSR — показатель совокупной доходности акционеров, а SGI — индекс устойчивости роста компаний.

Показатели SGI и TSR также рассчитаны за период с 2009 по 2013 г.

Обратим внимание, что во всех рассмотренных случаях, т.е. как для всей выборки, так и для отдельных кластеров, индекс устойчивости роста оказался значимым. В некоторых случаях на 5%-ном интервале, а в некоторых — на 10%-ном. Исходя из этих результатов, следует отметить, что наибольший коэффициент у индекса устойчивости роста наблюдается при оценке 2-го кластера.

Используя методику консалтинговой компании BCG, проверим также, действительно ли на долгосрочном интервале времени компа-

Таблица 2. Результаты регрессионной модели по оценке влияния устойчивости роста на совокупную доходность акционеров

Выборка	Коэффициент детерминации, %	Коэффициент SGI	Коэффициент корреляции Спирмена, %
Все компании	10,69	0,2857**	13,04
Кластер 1	9,78	0,2615*	12,43
Кластер 2	12,14	0,3704*	14,35
Кластер 3	8,87	0,2508**	11,86

Источник: Расчеты автора по данным аналитического агентства Bloomberg за период 2009–2013 гг.

*, **, *** Значимость коэффициента на 1; 5; 10%-ном уровне.

нии с устойчивым ростом приносят своим акционерам более высокую доходность [Roos, 2007]. Для этого после расчета совокупной акционерной доходности проранжируем все компании по убыванию данного показателя. Затем по аналогии с методикой VCG выделим 10% компаний, которые демонстрируют самые высокие значения показателя TSR, а также 10% компаний, имеющих самые низкие значения по совокупной акционерной доходности. Далее произведем оценку показателя совокупной акционерной доходности для каждого из кластеров (представлена в табл. 3). При этом отметим, что показатель средней совокупной акционерной доходности за пять лет по всей выборке составлял около 119,1%.

Таблица 3. Значение показателя совокупной акционерной доходности по каждому кластеру

Выборка компаний	Количество компаний	TSR за период, %
Кластер 1	206	106,2
Кластер 2	72	154,5
Кластер 3	70	120,5

Источник: Расчеты автора по данным аналитического агентства Bloomberg за период 2009–2013 гг.

Можно с уверенностью сказать, что именно компании 2-го кластера за рассматриваемый временной период продемонстрировали самые высокие темпы роста, показав себя так же, как и компании с устойчи-

вым темпом развития, что свидетельствует об их высокой инвестиционной привлекательности.

2.3. Влияние стадии жизненного цикла организации на совокупную доходность акционеров

Для определения стадии ЖЦО из отчета о движении денежных средств (ДДС) взята информация по потокам от трех видов деятельности: операционной, финансовой и инвестиционной. Проведем оценку стадий ЖЦО по каждой из стадий в отдельности по аналогии с концепцией BCG. Вспомним, что анализ показателя TSR проводился в трех основных группах: 10% компаний с самым высоким TSR и 10% компаний с самым низким TSR, а также оставшиеся 80% компаний. В табл. 4 отражены распределение компаний по показателю TSR и стадии ЖЦО.

Таблица 4. Распределение компаний по показателю TSR и стадии ЖЦО

TSR	Стадия ЖЦО				
	Зарождение	Рост	Зрелость	Спад	Зона турбулентности
10% лучших	—	9	25	—	1
80%	7	69	193	1	8
10% худших	1	10	24	—	—
Итого	8	88	242	1	9

Источник: Расчеты автора по данным аналитического агентства Bloomberg за период 2009–2013 гг.

Проверим, оказывает ли стадия ЖЦО влияние на показатель совокупной доходности акционеров. Для этого повторим исследование [Aharony et al., 2006], при этом используя в виде объясняемой переменной вместо показателя доходности акций показатель совокупной доходности акционеров, т.е. построим регрессионную модель следующего вида:

$$TSR_{i,t} = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \Delta OCF_{i,t} + \alpha_2 \cdot \Delta CFI_{i,t} + \alpha_3 \cdot \Delta CFF_{i,t} + \alpha_4 \cdot \Delta PLF_{i,t} + \varepsilon_{i,t}.$$

В данной модели потоки по трем видам деятельности рассчитаны как темпы прироста между периодами t и $t - 1$. Показатель совокупной акционерной доходности рассчитан по годовому интервалу. Данные результаты представлены в табл. 5.

Таблица 5. Результаты регрессионной модели по влиянию изменения денежных потоков на доходность показателя TSR

Показатель	Выборка		
	Все компании	Рост	Зрелость
Δ CFO	0,09*** (0,09)	0,09*** (0,09)	0,08 (0,1)
Δ CFI	0,03 (0,24)	0,02 (0,38)	0,02 (0,34)
Δ CFF	0,01 (0,42)	0,06 (0,38)	0,04 (0,32)
Δ PLF	0,12 (0,36)	0,13 (0,24)	0,12 (0,35)
R^2 , %	2,4	2,8	1,6

Источник: Расчеты автора по данным аналитического агентства Bloomberg за период 2009–2013 гг.

*, **, *** Значимость коэффициента на 1; 5; 10%-ном уровне.

Следует отметить, что все рассмотренные в выборке компании в основном представлены на двух стадиях ЖЦО: 88 компаний в стадии роста и 242 — в стадии зрелости, поэтому данная регрессионная модель построена только по трем выборкам данных.

Исходя из всех рассмотренных вариантов оценки влияния показателей денежных потоков на значение совокупной доходности акционеров, можно сделать вывод, что по сформированной выборке между данными показателями не наблюдается зависимости, т.е. прирост денежных потоков компании не влияет на показатель совокупной акционерной доходности.

2.4. Модель оценки детерминант и факторов, влияющих на темп роста компаний

Для того чтобы проверить, зависят ли показатели роста компании от ее финансовых показателей, и определить детерминанты роста компаний, в данной работе построена финансовая модель оценки роста компании.

Зависимые переменные. Для определения детерминантов роста компании в модели представлены две зависимые переменные, определяющие этот рост: рост выручки и капитализации компании.

Рассматриваются две модели, отражающие влияние данных показателей на рост выручки компании и ее рыночную капитализацию. Кроме того, при помощи теста Хаусмана определен вид используемой в оценке модели и выбрана модель со случайными эффектами. В модель также добавлены лаговые переменные с лагом в 1 и 2 периода по совокупным активам и капитальным затратам [Oliveira, Fortunato, 2006]. Для проверки гетероскедастичности был использован тест Бройша — Пагана, для проверки мультиколлинеарности — VIF-тест, для проверки значимости коэффициента при независимой переменной — тест Вальда. Полученные результаты отображены в табл. 6.

Таблица 6. Результаты тестирования моделей роста

Переменная	g_{sales}	g_{mc}
g_{ni} (переменная роста чистой прибыли)	0,272 (0,134)	0,256 (0,119)
g_{ta} (переменная роста активов)	0,674** (0,253)	0,625*** (0,226)
$g_{ta\ t-1}$ (лаговая переменная роста активов периода $t - 1$)	0,056*** (0,033)	0,087** (0,086)
$g_{ta\ t-2}$ (лаговая переменная роста активов периода $t - 2$)	0,043** (0,024)	0,051 (0,041)
g_{capex} (переменная роста капитальных затрат)	0,063** (0,038)	0,052 (0,029)
$g_{capex\ t-1}$ (переменная роста капитальных затрат периода $t - 1$)	0,034** (0,022)	0,021 (0,011)
$g_{capex\ t-2}$ (переменная роста капитальных затрат периода $t - 1$)	0,021 (0,006)	0,052 (0,029)
$\frac{D}{E}$ (переменная финансового рычага)	-0,034 (0,009)	-0,034 (0,009)
g_{wc} (переменная роста оборотного капитала)	0,054 (0,021)	-0,014 (0,027)
dummy_{ic} growth (переменная ЖЦО в стадии роста)	1,109** (0,562)	3,363 (0,027)
dummy_{ic} maturity (переменная ЖЦО в стадии зрелости)	1,214** (0,642)	3,673 (0,032)
dummy_{go} (доля государственной собственности)	-0,032 (0,052)	-0,022 (0,068)
dummy_{on} (доля прав собственника)	-0,042 (0,067)	-0,025 (0,052)

Переменная	g_{sales}	g_{mc}
dummy_{ин} energy (отрасль — энергетика)	-0,067 (0,085)	-0,034 (0,067)
dummy_{ин} materials (отрасль — материалы)	-0,010 (0,027)	0,009 (0,011)
dummy_{ин} industrial (отрасль — промышленность)	0,022 (0,009)	0,010 (0,007)
dummy_{ин} consumer discretionary (отрасль — потребительские товары выборочного спроса)	-0,042 (0,067)	0,027 (0,048)
dummy_{ин} consumer staples (отрасль — потребительские товары повседневного спроса)	0,034 (0,011)	0,024 (0,010)
dummy_{ин} health care (отрасль — здравоохранение)	0,017 (0,008)	-0,007 (0,012)
dummy_{ин} information technology (отрасль — информационные технологии)	-0,003 (0,005)	0,018 (0,008)
dummy_{ин} telecommunication services (отрасль — услуги связи)	0,012 (0,006)	-0,011 (0,023)
dummy_{ин} utilities (отрасль — коммунальные услуги)	0,007 (0,002)	0,012 (0,006)
dummy_{кл} cluster 1 (дамми по 1-му кластеру)	0,005 (0,002)	-0,013 (0,034)
dummy_{кл} cluster 2 (дамми по 2-му кластеру)	0,003 (0,001)	0,014 (0,009)
dummy_{кл} cluster 3 (дамми по 3-му кластеру)	0,004 (0,002)	0,025 (0,012)
Constant	-2,356 (0,934)	-3,395 (1,126)

Источник: Расчеты автора по данным аналитического агентства Bloomberg за период 2009–2013 гг.

*, **, *** Значимость коэффициента на 1; 5; 10%-ном уровне.

После получения данных результатов сразу хотелось бы отметить, что выделяются две переменные, оказывающие влияние на показатель темпов роста выручки:

- *темпа роста совокупных активов;*
- *темпа роста капиталовложений компании.*

Проведенный VIF-тест не выявил наличия мультиколлинеарности в модели. Безусловно, рост совокупных активов приводит и к росту ка-

питаловложений компании, при этом такой незначительный коэффициент корреляции наблюдается вследствие того, что в данной модели все показатели рассматриваются как темпы роста, поэтому допустимые результаты по VIF-тесту и коэффициенту корреляции позволяют использовать эти показатели в одной модели регрессии.

Коэффициент детерминации (R^2) в моделях оценки выручки и капитализации компании составил соответственно 68,32 и 61,47%.

В случае с регрессией, где зависимой переменной выступает показатель темпа роста продаж, наблюдается влияние показателей темпов роста совокупных активов и капитальных затрат, а также их лагированных значений.

Что касается модели оценки темпов роста рыночной капитализации, то в ней оказались значимыми лишь показатели темпов роста совокупных активов и лаговое значение периода $t - 1$, при этом переменные капитальных затрат и лаговые показатели оказались незначимыми.

Хотелось бы поподробнее остановиться на показателях совокупных активов и капитальных вложений. Данные показатели в отчетности компании представлены в балансе, а соответственно, имеют накопленный эффект. Поэтому для них в моделях использованы лаговые переменные.

В общем, в регрессионной модели был получен один важный результат: существует взаимосвязь между показателями темпов роста компании, выраженными выручкой, показателями темпов роста рыночной стоимости, выраженными капитализацией компании, и стоимостными факторами.

Заключение

Исследования в области оценки качества роста компаний продолжают оставаться немногочисленными, и данная тематика до сих пор не получила должного освещения в литературе. При этом вопрос стратегии развития компании для достижения устойчивого роста был и остается одним из самых актуальных в ее деятельности.

В данной работе представлена интегрированная модель оценки роста компании, основанная на взаимосвязанной совокупности нескольких моделей, каждая из которых протестирована на выборке публичных нефинансовых компаний с 2009 по 2013 г. на развитых и развивающихся рынках стран Европы и Азии.

Литература

Ивашковская И.В., Волотовская О.А. Устойчивость роста компаний с развивающихся рынков капитала: эмпирический анализ // Корпоративные финансы. 2012. № 2 (24). С. 5–31: <http://ecsocman.hse.ru/hseidata/2013/02/14/1308451440/cfj24_5_31_ivashkovskaya_volotovskaya_.pdf>.

Ивашковская И.В., Животова Е.Л. Индекс Устойчивости роста: эмпирическая апробация на данных российских компаний // Вестник СПбГУ. 2009. № 8 (4). С. 3–29.

Ивашковская И.В., Пирогов Н.К. Финансовый анализ роста российских компаний // Аудит и финансовый анализ. 2008. № 6. С. 174–182.

Aharony J., Falk H., Yehuda N. Corporate Life Cycle and the Relative Value — Relevance of Cash Flow Versus Accrual Financial Information. Faculty of Industrial Engineering and Management. The Technion City — Haifa, Israel. Jul. 2006.

Boston Consulting Group: New Perspective on Value Creation. A Study of the World's Top Performers, 2000. BCG Report.

Dickinson V. Cash Flow Patterns as a Proxy for Firm Life Cycle // The Accounting Review. 2011. Vol. 86. No. 6. P. 1969–1994.

Filatotchev I., Bishop K. Board Composition, Share Ownership, and “Underpricing” of UK IPO Firms // Strategic Management Journal. 2002. Vol. 23. P. 941–955.

Guriev S., Lazareva O., Rachinsky A., Tsouhlo S. Concentrated Ownership, Market for Corporate Control, and Corporate Governance. CEFIR Project. 2003. P. 23.

Jensen M., Meckling W. The Theory of Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Capital Structure // Journal of Financial Economics. 1976. Vol. 3. P. 305–360.

Lopez Itarrriaga F.J., Crisostomo V.L. Financial Decisions, Ownership Structure and Growth Opportunities: An Analysis of Brazilian Firms // Emerging Markets Finance and Trade. 2010. Vol. 46. No. 3. P. 80–94.

Myers S. Financial Architecture // European Financial Management. 1999. Vol. 5. P. 133–141.

Oliveira B., Fortunato A. Firm Growth and Liquidity Constraints: A Dynamic Analysis // Journal of Small Business Economics. 2006. Vol. 27. Iss. 2. P. 139–156.

Roos A. Boston Consulting Group: Value Creators Report. Spotlight on Growth, 2007. BCG Report.

Vaara N., Kerin R.A., Weeks D. The Relationship between Growth, Profitability, and Firm Value // Strategic Management Journal. 1987. Vol. 8. No. 3. P. 487–497.

Приложения

Регрессионная модель оценки влияния устойчивости роста на совокупную доходность акционеров по всей выборке (348 компаний)

	Coef.	S.E.	<i>t</i>	<i>P</i> > <i>t</i>	95% Conf. Interval	
SGI	0,2857	0,0924	3,09	0,002	0,1039	0,4674
Constant	1,4536	0,1673	8,69	0,000	1,1245	1,7826

Numbers of obs = 348

Adj. $R^2 = 0,3269$

Регрессионная модель оценки влияния устойчивости роста на совокупную доходность акционеров по 1-му кластеру

	Coef.	S.E.	<i>t</i>	<i>P</i> > <i>t</i>	95% Conf. Interval	
SGI	0,2615	0,0993	2,63	0,009	0,0657	0,4572
Constant	1,3495	0,2036	6,63	0,000	0,7987	1,7509

Numbers of obs = 206

Adj. $R^2 = 0,3329$

Регрессионная модель оценки влияния устойчивости роста на совокупную доходность акционеров по 2-му кластеру

	Coef.	S.E.	<i>t</i>	<i>P</i> > <i>t</i>	95% Conf. Interval	
SGI	0,3704	0,2458	2,07	0,036	-0,1199	0,8608
Constant	1,6126	0,4080	3,95	0,000	0,7987	2,4264

Numbers of obs = 72

Adj. $R^2 = 0,3314$

Регрессионная модель оценки влияния устойчивости роста на совокупную доходность акционеров по 3-му кластеру

	Coef.	S.E.	<i>t</i>	<i>P</i> > <i>t</i>	95% Conf. Interval	
SGI	0,2508	0,4036	2,12	0,031	-0,4544	1,1561
Constant	1,5103	0,4209	3,59	0,001	0,6705	2,3501

Numbers of obs = 70

Adj. $R^2 = 0,1980$

К.Р. Сайдашев

Научный
руководитель —
А.И. Столяров
Департамент
финансов

Оценка эффективности сделок слияний и поглощений в банковском секторе США (на примере банковских конгломератов)

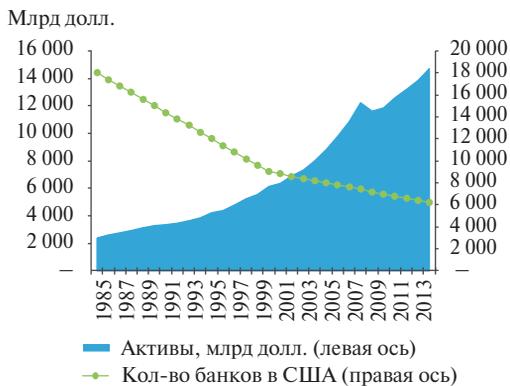
Настоящее исследование посвящено проведению оценки эффективности крупных сделок слияний и поглощений в банковском секторе США за период с 1995 по 2012 г. на примере банковских конгломератов — Citigroup, Bank of America, JPMorgan Chase и Wells Fargo. Исследование показало, что инвесторы негативно оценивают сделки M&A с участием банковских конгломератов, однако во время кризиса они дают таким сделкам более высокую оценку. При рассмотрении финансовых показателей результаты исследования подтвердили положительное влияние сделок M&A на средние значения ROE для банков-конгломератов. Тем не менее показатель ROE банков-конгломератов снижается после сделок M&A во время кризиса.

Введение

В настоящее время в банковской отрасли США продолжается устойчивая тенденция консолидации, длящаяся более 30 лет подряд (рис. 1а). Сделки M&A выступают основным инструментом. Так, в США сформировалась «большая четверка» банковских конгломератов с активами более 50% отрасли (рис. 1б). Однако до сих пор в научной литературе не изучен вопрос эффективности сделок M&A с их участием.

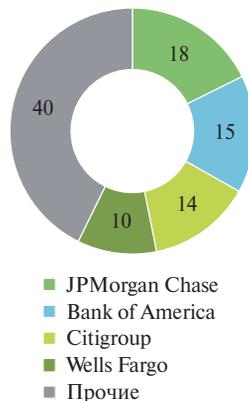
В свете текущей тенденции консолидации и усиления регулирования банковского сектора США перед менеджментом банков стоит вы-

Развитие банковского сектора США
с 1985 по 2014 г.



а

Доля «большой четверки»
банков США по активам
по состоянию на 2014 г., %



б

Рис. 1. Развитие банковского сектора США и доля «большой четверки»

Источники: <wsl.com>; расчеты авторов.

бор стратегии развития между органическим ростом и ростом с применением сделок слияний. Это определяет актуальность данной работы.

Для оценки эффективности сделок M&A в большинстве исследований используются два подхода: изучение доходности акций (event study) и анализ показателей бухгалтерской отчетности (accounting approach). В современной научной литературе нет единого мнения о том, являются ли сделки по слияниям и поглощениям эффективными. Так, применяя оба вышеназванных метода, авторы не приходят к одинаковым результатам [Bruner, 2002] (рис. 2). Это вызвано различиями в выборе параметров каждого из подходов, таких как объем сделок, сектор, период оценки и др.

Исследователи, изучающие эффективность сделок M&A только в секторе финансов, приходят к единому мнению, что акционеры компаний-целей в большинстве случаев выигрывают после сделок M&A [DeLong, 2001; Beitel et al., 2002; Kirchhoff, 2006; Asimakopoulos, Panayiotis, 2013; и др.], в то же время акционеры компаний-поглощаемых, как правило, не получают положительных результатов от сделок. Только примерно в 25% работ с 1980-х годов [Kirchhoff, 2006] доказывается положительное влияние сделок M&A в банковском секторе на стои-

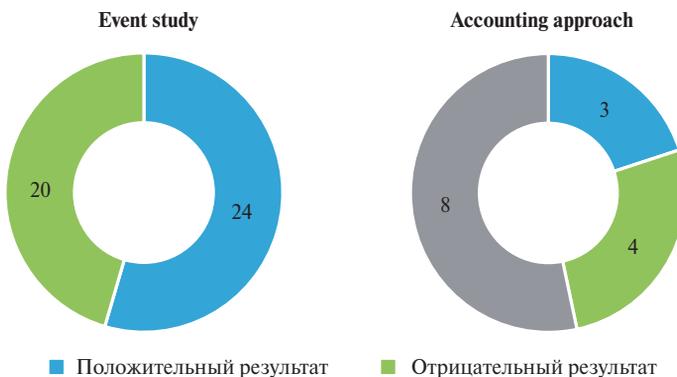


Рис. 2. Результаты 44 исследований event study и 15 исследований accounting approach

Источник: [Bruner, 2002].

мость компаний [Brewer et al., 2000; Becher, 1999; Cybo-Ottone, Murgia, 2000; Liargovas, Repousis, 2011; Kiyamaz, College, 2013]. Во всех остальных работах авторы получают отрицательные либо противоречивые результаты [Houston, Ryngaert, 1994; Toyone, Tripp, 1998; Schmutzner, 2006; Liao, Williams, 2008; Asimakopoulou, Panayiotis, 2013].

Применяя подход accounting approach, исследователи также не приходят к единым результатам [Bruner, 2002].

Стоит отметить, что в ходе проведенных нами поисков не было найдено ни одного исследования, направленного на оценку эффективности сделок M&A с участием банковских конгломератов США. Таким образом, данный вопрос остается открытым.

Первые три раздела работы содержат информацию о методологии, гипотезах и выборке исследования. Анализ эмпирических данных представлен в разделе 4. В заключительном разделе подведены итоги и сделаны выводы.

1. Методология

В работе используются два наиболее популярных подхода для оценки эффективности сделок M&A — event study и accounting approach, что позволяет оценить эффективность сделок с различных позиций.

В рамках event study рассматривается доходность акций поглощаемого до и после объявления о сделке [MacKinlay, 1997].



Рис. 3. Окно событий и оценочный период в рамках event study

Первым шагом в рамках event study является определение окна событий, которое в данной работе равняется 15 торговым дням и далее варьируется в сторону уменьшения. Кроме того, нужно определить длину оценочного периода, который равняется ста торговым дням до начала окна событий (рис. 3).

Далее необходимо рассчитать нормальную доходность. Наиболее распространенным методом ее расчета является рыночная модель, в рамках которой строится регрессия:

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j R_{mt} + \varepsilon_{jt}, \quad (1)$$

где R_{mt} — рыночная доходность в оценочный период (estimation window) для дня t ; α_j — измеряет доходность за период, не объясняемую рынком; β_j — измеряет чувствительность акций банка-поглотителя в сделке j к рынку (в настоящем исследовании — к средней доходности акций по группе банков-аналогов), меру риска; ε_{jt} — статистическая ошибка; $\sum \varepsilon_{jt} = 0, E(\varepsilon_{jt}) = 0, \text{var}(\varepsilon_{jt}) = \delta^2$.

В большинстве работ в качестве рыночной доходности используются значения доходности индекса (в частности, для США часто используется S&P 500). Новизна данной работы состоит в том, что реализуется другой подход, дающий более объективные результаты: используется усредненная доходность акций банков-аналогов, растущих органическим путем.

Из построения регрессии (1) получаем оценки α_j и β_j , назовем их $\hat{\alpha}_j$ и $\hat{\beta}_j$. Таким образом, ожидаемая доходность для каждой сделки для конкретного дня в период события равна:

$$\widehat{R}_{jt} = \widehat{\alpha}_j + \widehat{\beta}_j R_{mt}. \quad (2)$$

Далее мы рассчитываем избыточную доходность, которая равна разнице фактической и ожидаемой:

$$r_{jt} = R_{jt} - \widehat{R}_{jt}. \quad (3)$$

Затем рассчитывается средняя аномальная доходность для каждого дня окна событий:

$$AR_i = \frac{\sum_j r_{jt}}{N}, \quad (4)$$

где N — количество сделок в выборке.

Итогом event study является расчет накопленной избыточной доходности CAR:

$$CAR = \sum_{t=-7}^7 AR_t. \quad (5)$$

Событие положительно оценивается рынком, если накопленная доходность выше нуля.

Статистическая значимость CAR проверяется при помощи стандартного t -теста [MacKinlay, 1997].

В рамках второго подхода, accounting approach, выбран популярный в банковском секторе показатель Return on equity (ROE), он позволяет связать финансовый результат и имущественное состояние банка.

Для расчета показателя до сделки данные финансовой отчетности искусственно объединяются так, как будто компании уже были консолидированы:

$$ROE_{synthetic} = \frac{NI_{target} + NI_{acquirer}}{SE_{target} + SE_{acquirer}}, \quad (6)$$

где $ROE_{synthetic}$ — синтетическая чистая прибыль на собственный капитал на конец отчетного года, предшествующего году, в котором объявлена сделка;

NI_{target} — чистая прибыль компании-цели на конец отчетного года, предшествующего году, в котором объявлена сделка;

$NI_{acquirer}$ — чистая прибыль компании-поглотителя на конец отчетного года, предшествующего году, в котором объявлена сделка;

SE_{target} — собственный капитал компании-цели на конец отчетного года, предшествующего году, в котором объявлена сделка;

$SE_{acquirer}$ — собственный капитал компании-поглотителя на конец отчетного года, предшествующего году, в котором объявлена сделка.

Для определения ROE после сделки используется консолидированная отчетность объединенной компании через два года:

$$ROE_{+2\text{ years}} = \frac{NI_{consolidated}}{SE_{consolidated}}, \quad (7)$$

где $ROE_{+2\text{ years}}$ — чистая прибыль на собственный капитал по прошествии двух отчетных лет после года, в котором была объявлена сделка; $NI_{consolidated}$ — чистая прибыль консолидированной компании по прошествии двух отчетных лет после года, в котором была объявлена сделка;

$SE_{consolidated}$ — собственный капитал консолидированной компании по прошествии двух отчетных лет после года, в котором была объявлена сделка.

Разница за два периода показывает эффект от сделки M&A на финансовую отчетность:

$$ROE_{effect} = ROE_{+2\text{ years}} - ROE_{synthetic}, \quad (8)$$

где $ROE_{+2\text{ years}}$ — чистая прибыль на собственный капитал по прошествии двух отчетных лет после года, в котором была объявлена сделка; $ROE_{synthetic}$ — синтетическая чистая прибыль на собственный капитал на конец отчетного года, предшествующего году, в котором была объявлена сделка;

ROE_{effect} — чистый эффект слияния.

Аналогичные расчеты производятся для банков-аналогов. Затем полученные результаты сравниваются. Сделки оцениваются положительно, если результаты для банка-поглотителя выше, чем для банков-аналогов.

Статистическая значимость ROE_{effect} также проверяется при помощи t -теста.

Оба подхода применяются к выборкам с учетом и без учета кризисных лет 2008–2009 гг.

2. Гипотезы

Для проверки были выдвинуты четыре гипотезы. Первые две — для выборки с учетом кризиса.

Во многих исследованиях отмечается негативная реакция рынка на сделки M&A в отношении акций поглотителя. Таким образом, гипотеза 1 такова: инвесторы не ожидают положительного результата от сделок M&A с участием банков-конгломератов, что отражается в отрицательных значениях CAR.

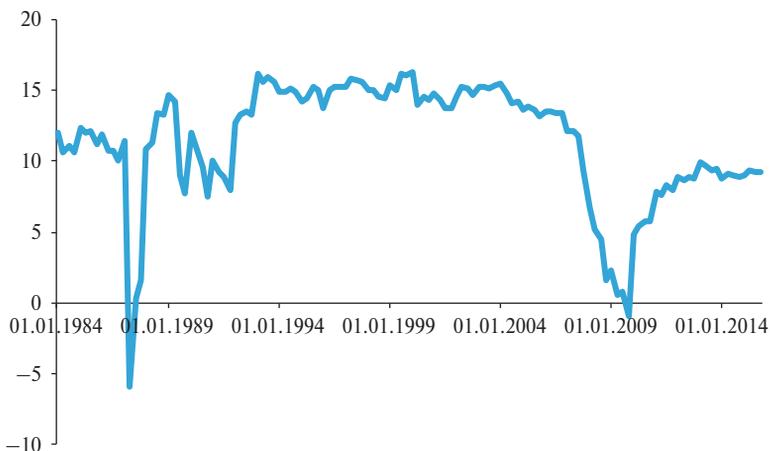


Рис. 4. ROE для банков США, 1985–2010 гг., %

В то же время у банков-конгломератов сильные команды менеджеров и уникальные знания в своем секторе, на основании чего мы склонны полагать, что это позволяет им тщательно выбирать цели поглощения и так же успешно их консолидировать. Таким образом, *гипотеза 2: эффективность, рассчитываемая на основе бухгалтерской отчетности, после сделок M&A становится выше для банков-конгломератов, чем для банков-аналогов, что отражается в большем эффекте ROE.*

Следующие две гипотезы — для тестирования сделок в период кризиса.

Сделки M&A с участием банков-конгломератов во время кризиса могут свидетельствовать о продолжении политики диверсификации и наращивании активов, что должно стимулировать инвестиции в их акции. Отсюда *гипотеза 3: инвесторы лучше воспринимают сделки M&A с участием банков-конгломератов во время кризиса, что может быть выражено в увеличении CAR на выборке сделок с учетом кризиса.*

С точки зрения же бухгалтерской отчетности, как видно на графике (рис. 4), ROE значительно падает в периоды кризиса.

Таким образом, *гипотеза 4 следующая: эффективность, рассчитываемая на основе бухгалтерской отчетности, после сделок M&A во время кризиса снижается, что отражается в уменьшении ROE эффекта банков-конгломератов на выборке сделок с учетом кризиса.*

3. Выборка

Под банковскими конгломератами в рамках данной работы будем понимать компании, предоставляющие финансовые услуги минимум в двух из трех областей:

- 1) банковские операции;
- 2) страхование;
- 3) инвестбанкинг.

На основе этого определения выбраны четыре крупнейших банка-конгломерата США, так называемая «большая четверка». Общая характеристика данных банков представлена в приложении 1.

За период с 1995 по 2012 г. в базе данных Bloomberg выбраны 44 наиболее существенные сделки (приложение 2): в соответствии со следующими параметрами

- 1) сделки совершены в период с 1995 по 2012 г.;
- 2) размер сделки превышает 200 млн долл.;
- 3) банки-аналоги должны быть публичными, с началом обращения акций на бирже не позднее чем за два года до объявления об оцениваемых сделках слияний и поглощений.

В качестве аналогов выбраны 30 банков США из списка топ-150 по капитализации, развивающиеся преимущественно за счет органического роста. Если использовать термин «органический рост» в чистом виде, то в США невозможно найти аналоги для конгломератов, так как M&A очень популярны. 10% от среднего объема сделок, на наш взгляд, максимальный уровень, выше которого уже происходит вовлечение компании в рост за счет слияний. Статистика банков-аналогов и их список представлены в приложении 3.

4. Результаты

Применяя подход event study, можно заключить, что инвесторы негативно оценивают сделки M&A с участием банковских конгломератов. Это выражается в отрицательных показателях CAR на всех окнах событий в среднем в размере $-1,4\%$ (табл. 1).

Однако во время кризиса инвесторы оценивают сделки M&A с участием банков-конгломератов выше. Это проявляется в уменьшении показателя CAR для выборки сделок без учета кризиса на всех окнах событий (кроме окна в 5 дней) (табл. 2).

Результаты event study для всей «большой четверки» статистически значимы. Но стоит отметить, что для некоторых окон, выделенных

Таблица 1. Результаты расчета CAR для сделок M&A «Big4» банков США

Окно событий	Big4		
	с учетом кризиса	без учета кризиса	Δ
(-7;+7)	-1,99***	-2,23*	-0,24
(-6;+6)	-1,97***	-2,09*	-0,12
(-5;+5)	-1,39**	-1,82****	-0,43
(-4;+4)	-1,02*	-1,31**	-0,29
(-3;+3)	-1,51***	-1,54****	-0,03
(-2;+2)	-1,12***	-0,88**	0,24
(-1;+1)	-0,82**	-1,03****	-0,21
Кол-во сделок	44	37	н.п.

*, **, ***, ****, ***** Значимость на 20; 10; 5; 1; 0,1%-ном уровне значимости.

Источники: Bloomberg; <finance.yahoo.com>; расчеты автора.

Таблица 2. Результаты расчета CAR для сделок M&A «Big4» банков США

Окно событий	Big4		
	с учетом кризиса	без учета кризиса	Δ
(-7;+7)	-1,99***	-2,23*	-0,24
(-6;+6)	-1,97***	-2,09*	-0,12
(-5;+5)	-1,39**	-1,82****	-0,43
(-4;+4)	-1,02*	-1,31**	-0,29
(-3;+3)	-1,51***	-1,54****	-0,03
(-2;+2)	-1,12***	-0,88**	0,24
(-1;+1)	-0,82**	-1,03****	-0,21
Кол-во сделок	44	37	н.п.

*, **, ***, ****, ***** Значимость на 20; 10; 5; 1; 0,1%-ном уровне значимости.

Источники: Bloomberg; <finance.yahoo.com>; расчеты автора.

красным шрифтом, статистическая значимость CAR — на 20%-ном уровне.

Интересно обратить внимание на то, что значения CAR для всех банков-конгломератов сходны, кроме Citigroup, у которого CAR положительны на всех окнах, за исключением самого длинного в 15 дней (табл. 3). Хотя значения статистически значимы только для двух самых коротких окон. Эти различия в реакции рынка на сделки Citigroup

Таблица 3. Результаты расчета CAR для сделок M&A «большой четверки» банков США

Окно события	CAR, %											
	Citigroup		Bank of America		JPMorgan Chase		Wells Fargo					
	с учетом кризиса	без учета кризиса										
(-7;+7)	-0,49	-0,49	-4,49**	-5,01**	-2,78*	-5,27***	-0,52	-0,95				
(-6;+6)	0,44	0,44	-5,33***	-5,83***	-2,34*	-4,91***	-0,95	-0,92				
(-5+5)	0,12	0,12	-4,00**	-4,02**	-1,11	-4,55***	-0,92	-0,98				
(-4;+4)	0,97	0,97	-4,26***	-3,03*	-0,27	-3,87***	-0,91	-0,88				
(-3;+3)	1,78	1,78	-5,55*****	-3,67**	-0,98	-4,05***	-1,51	-1,81*				
(-2;+2)	2,55**	2,55**	-4,47*****	-3,70***	-0,83	-2,83***	-1,62*	-0,84				
(-1;+1)	1,94**	1,94**	-4,34*****	-3,75*****	0,43	-2,10***	-1,56**	-1,45*				
Кол-во сделок	9	9	9	7	13	9	13	12				

*, **, ***, ****, ***** Значимость на 20; 10; 5; 1; 0,1%-ном уровне значимости.

Источники: Bloomberg; <finance.yahoo.com>; расчеты автора.

могут быть вызваны разными факторами, такими как способ оплаты, дружелюбность сделок, сектор цели, размер цели и др. Это необходимо проверить в рамках построения многофакторной регрессии в ходе дальнейших исследований.

Применяя подход *accounting approach*, можно заключить, что средние значения ROE банков-конгломератов после слияния растут более чем в 1,5 раза быстрее, чем для банков-аналогов. Таким образом, принимаем гипотезу о том, что сделки M&A положительно влияют на средние финансовые результаты банков-конгломератов (табл. 4).

Таблица 4. ROE effect, сделки «большой четверки» (включая 2008–2009 гг.)

Год	Среднее, %			Медиана, %			Кол-во сделок
	Big4 ^a	Банки-аналоги	Δ	Big4 ^a	Банки-аналоги	Δ	
–1 год	12,9	12,4	0,4	11,7	9,4	2,3	44
+2 года	14,7	13,5	1,2	12,6	13,5	–1,0	44
ROE effect	1,8	1,1	0,7*	0,9	4,2	–3,3***	н.п.

^a Для –1 года показатель ROE для Citigroup указан, как если бы цель уже была консолидирована.

*, **, ***, ****, ***** Значимость на 20; 10; 5; 1; 0,1%-ном уровне значимости.

Источники: Bloomberg; FRED; расчеты автора.

При рассмотрении медианных значений той же выборки результат отрицателен, что указывает на то, что в выборке были сделки с существенным положительным влиянием на общий результат.

Однако во время кризиса, после сделок M&A с участием банков-конгломератов средние значения ROE effect снижаются более чем в 3 раза, что видно из табл. 5. Это подтверждает последнюю гипотезу.

Итоговые средние значения ROE статистически значимы, но стоит отметить, что для выборки с учетом кризиса статистическая значимость на 20%-ном уровне.

Таблица 5. ROE effect, сделки «большой четверки» (включая 2008–2009 гг.)

Год	Среднее, %			Медиана, %			Кол-во сделок
	Big4*	Банки-аналоги	Δ	Big4 ^a	Банки-аналоги	Δ	
–1 год	12,9	12,4	0,4	11,7	9,4	2,3	44
+2 года	14,7	13,5	1,2	12,6	13,5	–1,0	44
ROE effect	1,8	1,1	0,7*	0,9	4,2	–3,3***	н.п.

ROE effect, сделки «большой четверки» (не включая 2008–2009 гг.)

Год	Среднее, %			Медиана, %			Кол-во сделок
	Big4*	Банки-аналоги	Δ	Big4 ^a	Банки-аналоги	Δ	
–1 год	11,7	13,1	–1,4	13,9	13,7	0,1	32
+2 года	15,3	13,6	1,7	15,6	14,6	1,0	32
ROE effect	3,6	0,6	3,1**	1,8	0,9	0,9	н.п.

^a Для –1 года показатель ROE для Citigroup указан, как если бы цель уже была консолидирована.

*, **, ***, ****, ***** Значимость на 20; 10; 5; 1; 0,1%-ном уровне значимости.

Источники: Bloomberg; FRED; расчеты автора.

Выводы

Итак, отметим, что инвесторы негативно оценивают сделки M&A с участием банковских конгломератов США. Однако во время кризиса инвесторы лучше воспринимают данные сделки.

Эффективность, рассчитываемая на основе финансовой отчетности, в результате сделки M&A становится выше для банков-конгломератов, чем для банков-аналогов. Стоит обратить внимание на то, что в период кризиса после сделок M&A эффективность банков-конгломератов снижается.

Подводя итоги, отметим следующее. **Теоретическая значимость** данной статьи состоит в том, что полученные результаты могут быть использованы для дальнейших исследований малоизученной темы эффективности сделок M&A с участием банковских конгломератов США, в частности для выявления и оценки различных детерминант эффективности сделок. **Практическая значимость** работы заключается в том, что выводы данного исследования позволят менеджменту банков более эффективно формировать стратегии развития в современных условиях.

Литература

Akhvein J., Berger A., Humphry D. The Effects of Megamergers on Efficiency and Prices: Evidence from a Bank Profit Function // Review of Industrial Organization. 1997. Vol. 12. P. 95–139.

Allen L., Jugtiani J. The Risk Effects of Combining Banking, Securities and Insurance Activities // Journal of Economics and Business. 2000. Vol. 62. P. 485–497.

Asimakopoulous I., Panayiotis P. Revisiting the Merger and Acquisition Performance of European Banks // International Review of Financial Analysis. 2013. Vol. 29. P. 237–249.

Azarchs T. The Dark Side of Bank Consolidation // Journal of Banking and Finance. 2004. Vol. 5.

Becher D.A. The Valuation Effects of Bank Mergers // Journal of Corporate Finance. 1999. Vol. 6. P. 189–214.

Beitel P., Schiereek D., Wahrenburg M. Explaining the M&A Success in European Bank Mergers and Acquisitions. University of Witten/Herdecke, Institute for Mergers and Acquisitions Working Paper. January 2002.

Boyd J.H., Graham S.L., Hewitt R.S. Bank Holding Company Mergers with Non-Bank Financial Firms: Effects on the Risk of Failure // Journal of Banking and Finance. 1993. Vol. 17. P. 43–63.

Brewer E.I. Relationship between Bank Holding Company Risk and Non-Bank Activity // Journal of Economics and Business. 1989. Vol. 41. P. 337–353.

Brewer E.I., Jackson W.E.I., Jagtiani J.A., Nguyen T. The Price of Bank Mergers in the 1990s // Federal Reserve Bank of Chicago. Economic Perspectives. 1st quarter. 2000. P. 2–12.

Bruner R.F. Does M&A Pay? A Survey of Evidence for the Decision-Maker // Journal of Applied Finance. 2002. Vol. 12. No. 1. P. 48–68.

Christofferson C., McNish R., Sias D. Where Mergers Go Wrong // The McKinsey Quarterly. 2004. No. 2. P. 21.

Cybo-Ottone A., Murgia M. Mergers and Shareholder Wealth in European Banking // Journal of Banking and Finance. 2000. Vol. 24. P. 31–59.

DeLong G.L. Stockholder Gains from Focusing Versus Diversifying Bank Mergers // Journal of Financial Economics. 2001. Vol. 59. P. 221–252.

DeYoung B., Evanoff D., Molyneux P. Mergers and Acquisitions of Financial Institutions: A Review of the Post-2000 Literature. Presentation at the Conference on Mergers and Acquisitions of Financial Institutions. FDIC, Washington, DC. November 30, 2007. (Journal of Financial Services Research. 2009. Vol. 36. P. 87–110.)

Dickerson A., Gibson H., Tsakalotos E. The Impact of Acquisitions on Company Performance: Evidence From a Large Panel of UK Firms // Oxford Economic Papers. 1997. Vol. 49. No. 3. P. 344–361.

Dodd P. Merger Proposals, Management Discretion and Stockholder Wealth // Journal of Financial Economics. Vol. 8. No. 2. P. 105–138.

Fields L.P., Fraser D.R., Kolari J.W. Is Bancassurance a Viable Model for Financial Firms? // Journal of Risk and Insurance. 2007. Vol. 74. P. 777–794.

Goergen M., Renneboog L. Shareholder Wealth Effects of European Domestic and Cross-Border Takeover Bids. European Corporate Governance Institute, Finance Working Paper No. 8. 2003.

Healy P., Palepu K., Ruback R. Does Corporate Performance Improve after Mergers? // Journal of Financial Economics. April 1992. Vol. 31. No. 2. P. 135–175.

Herman E., Lowenstein L. The Efficiency Effect of Hostile Takeovers // Knights, Raiders, and Targets. N.Y., 1998. P. 211–240.

Hietala P., Kaplan S., Robinson D. What Is The Price of Hubris? Using Takeover Battles to Infer Overpayments and Synergies. NBER Working Paper No. W9264. October 2002.

Houston J., James C., Ryngaert M. Where Do Merger Gains Come From? Bank Mergers from the Perspective of Insiders and Outsiders // Journal of Financial Economics. 2001. Vol. 60. No. 2/3. P. 285–331.

Houston J., Ryngaert M. The Overall Gains from Large Bank Mergers // Journal of Banking and Finance. 1994. Vol. 18. P. 1155–1176.

Kaplan S., Weisbach M. The Success of Acquisitions: Evidence from Divestitures // Journal of Finance. March, 1992. Vol. 47. No. 1. P. 107–138.

Kirchhoff M. Market Valuation of Real Estate Finance Mergers: A Note // Journal of Property Investment & Finance. 2006. Vol. 24. No. 1. P. 79–86.

Kiyamaz H., College R. Cross-Border Mergers and Acquisitions and Country Risk Ratings: Evidence from U.S. Financials // The International Journal of Business and Finance Research. 2013. Vol. 7. No. 1. P. 17–29.

Kuipers D., Miller D., Patel A. The Legal Environment and Corporate Valuation: Evidence From Cross-Border Mergers // Texas Tech University Working Paper. January 2003.

Langetieg T. An Application of a Three-Factor Performance Index to Measure Stockholders Gains from Merger // Journal of Financial Economics. Dec. 1978. Vol. 6. No. 4. P. 365–384.

Liao A., Williams J. Do Win-Win Outcomes Exist? A Study of Cross-Border M&A Transactions in Emerging Markets // Comparative Economic Studies. 2008. Vol. 50. P. 274–296.

Liangovas P., Repousis S. The Impact of Mergers and Acquisitions on the Performance of the Greek Banking Sector: An Event Study Approach // International Journal of Economics and Finance. 2011. Vol. 3. No. 2. P. 89–100.

Lown C.S., Osler C.L., Strahan P.E., Sufi A. The Changing Landscape of the Financial Services Industry: What Lies Ahead? // Federal Reserve Bank of New York. Economic Policy Review. October 2000. P. 39–55.

MacKinlay A.C. Event Studies in Economics and Finance // Journal of Economic Literature. March 1997. Vol. 35. No. 1. P. 13–39.

Maquieria C., Megginson W., Nail L. Wealth Creation Versus Wealth Redistributions in Pure Stock-For-Stock Mergers // Journal of Financial Economics. April 1998. Vol. 48. No. 1. P. 3–33.

Meeks G. Disappointing Marriage: A Study of the Gains From Merger. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

Mueller D. Mergers and Market Share // Review of Economics and Statistics. May 1985. Vol. 67. No. 2. P. 259–267.

Mulherin J.H., Boone A.L. Comparing Acquisitions and Divestitures // Journal of Corporate Finance. 2000. Vol. 6. P. 117–139.

Parrino J.D., Harris R.S. Business Linkages and Post-Merger Operating Performance. University of Virginia Working Paper. 2001.

Ravenscraft D., Scherer F.M. Mergers, Sell-Offs, and Economic Efficiency. Washington, DC: The Brookings Institute, 1987.

Salter M.S., Weinhold W.A. Diversification Through Acquisition: Strategies for Creating Economic Value. N.Y.: The Free Press, 1979.

Santamero A., Chung E. Evidence in Support of Broader Bank Powers // Financial Markets, Institutions and Instruments. 1992. Vol. 1. P. 1–69.

Schmautzer D. Cross-Border Bank Mergers: Who Gains and Why? University of Muenster Working Paper. 2006.

Servaes H. Tobin's Q and the Gains From Takeovers // Journal of Finance. March 1991. Vol. 46. No. 1. P. 409–419.

Seth A. Sources of Value Creation in Acquisitions: An Empirical Investigation // Strategic Management Journal. 1990. Vol. 11. No. 6. P. 431–446.

Sharma D., Ho J. The Impact of Acquisitions On Operating Performance: Some Australian Evidence // Journal of Business Finance and Accounting. March 2002. Vol. 29. P. 155–200.

Srower M. The Synergy Trap: How Companies Lose in the Acquisition Game. N.Y.: Free Press, 1997.

Toyone M.F., Tripp J.D. Interstate Bank Mergers and Their Impact on Shareholder Returns: Evidence from the 1990s // Quarterly Journal of Business and Economics. 1998. Vol. 37. P. 48–58.

Vander Venet R. Cost and Profit Efficiency of Financial Conglomerates and Universal Banks in Europe // Journal of Money, Credit and Banking. 2002. Vol. 34. P. 254–282.

Walker M. Corporate Takeovers, Strategic Objectives, and Acquiring-firm Shareholder Wealth // Financial Management. Spring 2000. Vol. 29. No. 1. P. 53–66.

Приложения

Приложение 1

«Большая четверка» банков США по состоянию на 2014 г.

Банк	Активы, млрд долл.	Рыночная капитализация, млрд долл.	Количество сделок M&A	Год IPO
JPMorgan Chase & Co. ^a	2439	203	323	1983
Bank of America ^a	2132	156	219	1986
Citigroup ^a	1884	142	397	1977
Wells Fargo Corp. ^a	1441	259	202	1972
Итого	7896	760	1141	н.п.

^a Компания оперирует в трех основных областях финансовых услуг (банковские операции, страхование, инвестиционный банкинг).

Приложение 2

Наиболее существенные сделки M&A «большой четверки» с 1995 по 2012 г.^a

Дата объявления слияния (мм/дд/гг)	Цель	Объем сделки, млн долл.
Bank of America — поглотитель		
01/13/1998	Bank of America Corp./Old	57 466
10/27/2003	FleetBoston Financial Corp.	48 099
09/15/2008	Merrill Lynch & Co., Inc.	40 452
06/30/2005	MBNA	35 365
08/29/1997	Barnett Banks, Inc.	15 102
01/11/2008	Countrywide Financial Corp.	4 334
06/30/1997	Bank of America Securities	1 200
07/13/2004	BAMS Solutions Inc.	1 125
10/22/1998	BA Merchant Services, Inc.	333
Citigroup — поглотитель		
04/06/1998	Citicorp	69 891
09/06/2000	Associates First Capital Corp.	30 294
05/17/2001	Grupo Financiero Banamex	12 554

Дата объявления слияния (мм/дд/гг)	Цель	Объем сделки, млн долл.
05/21/2002	Golden State Bancorp Inc.	5 433
02/01/2011	EMI Group Ltd	3 550
03/21/2000	Travelers Property Casualty	2 397
05/02/2007	BISYS Group, Inc.	1 358
04/09/2007	Bank of Overseas Chinese	419
03/04/1997	Telex Communications Group	376
JPMorgan Chase Co — поглотитель		
01/14/2004	Bank One Corp.	55 065
09/13/2000	JPMorgan & Co. Inc.	33 469
08/28/1995	Chase Manhattan Corp.	9 885
04/11/2000	CAPB Ltd	7 733
01/16/2002	Chase USA Master Trust	2 870
09/25/2008	Washington Mutual Bank	1 900
11/19/2009	JPMorgan Cazenove Holdings	1 664
03/16/2008	Bear Starns Cos LLC	1 286
09/28/1999	JPMorgan H&Q	1 222
12/15/2005	Education Services Co.	647
08/12/2002	Brand Services Inc.	499
11/06/2006	Columbia Equity Trust, Inc.	357
09/14/2009	EcoSecurities Group PLC	205
Wells Fargo Corp. — поглотитель		
06/08/1998	Wells Fargo & Co. Old	30 730
10/03/2008	Wachovia Corp.	14 820
04/10/2000	First Security Corp.	2 779
05/04/2007	Greater Bay Bancorp.	1 438
12/21/1999	National Bancorp of Alaska	906
12/19/2011	BFHDC Ltd	897
12/23/2002	Telmark LLC	638
01/09/2007	Placer Sierra Bancshares	629
05/19/2003	Pacific Northwest Bancorp	591
02/02/2000	First Commerce Bancshares	413

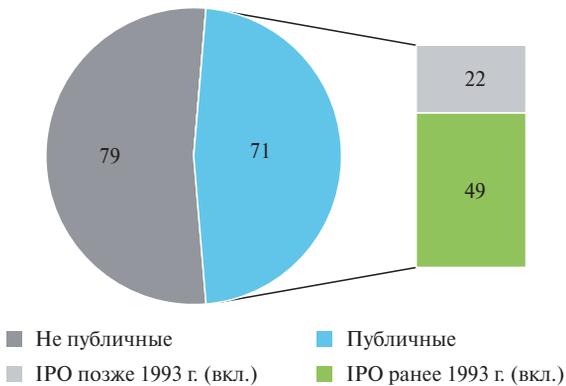
Дата объявления слияния (мм/дд/гг)	Цель	Объем сделки, млн долл.
07/30/1999	Prime Bancshares Inc./TX	264
09/28/1999	Ragen Mackenzie Group, Inc.	244
07/07/2000	Brenton Banks, Inc.	231

^a Составлено по: <www.wikipedia.com>; Bloomberg; Thomson Reuters.

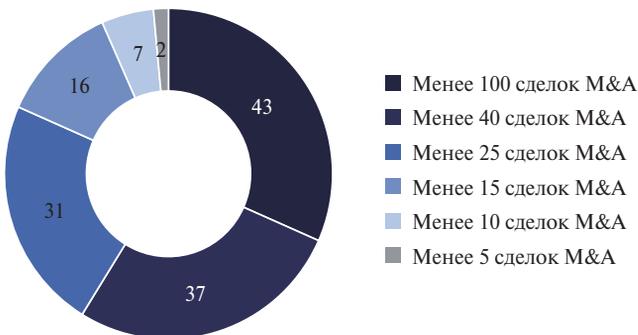
Приложение 3

Статистика выборки банков-аналогов

Первичная выборка банков-аналогов



49 банков-аналогов с IPO ранее 1993 г. (вкл.) по количеству сделок M&A



Источники: Bloomberg; расчеты автора.

Список банков-аналогов

Ранк	Название	Год IPO	Кол-во сделок M&A
15	Regions Financial	1990	22
19	Northern Trust	1990	16
24	Comerica	1990	25
28	Huntington Bancshares	1990	23
38	People's United Financial, Inc.	1990	15
41	BOK Financial Corp.	1991	17
42	New York Community Bancorp, Inc.	1993	15
44	First Citizens Bancshares	1992	19
45	Astoria Financial Corp.	1993	3
46	First Bancorp	1992	9
47	Commerce Bancshares	1984	11
51	Cullen/Frost Bankers, Inc.	1990	18
58	TCF Financial Corp.	1989	14
60	BancorpSouth, Inc.	1985	23
61	Valley National Bank	1990	22
64	Susquehanna Bancshares, Inc.	1990	23
67	Raymond James Financial, Inc.	1987	14
74	Bank of Hawaii	1984	8
81	UMB Financial Corp.	1990	19
87	Washington Federal, Inc.	1990	13
91	Cathay General Bancorp	1990	6
92	Trustmark Corp.	1992	14
98	National Penn Bancshares, Inc.	1990	20
104	Hancock Holding Company	1991	16
107	First Midwest Bancorp, Inc.	1990	13
131	First Commonwealth Financial Corp	1992	8
145	NBT Bancorp Inc.	1992	16
146	Central Pacific Financial Corp.	1990	2
149	First Merchants Corp	1992	13
150	Community Bank System	1985	20

А.А. Ужегов
Научный
руководитель —
Н.П. Пильник
Департамент
прикладной
экономики

Модельное описание закономерностей поведения агрегированного домохозяйства в экономике Российской Федерации

При создании прикладных макроэкономических моделей российской экономики оказывается, что привычные теоретические конструкции неприемлемы для описания переходных процессов последних полутора десятилетий, а действительно работающие прикладные конструкции требуют значительного числа переменных, что не годится для использования в макроэкономической модели, содержащей описание и всей прочей экономики. Данная работа решает эту проблему представлением динамической модели рационального поведения агрегированного домохозяйства, предъявляющего спрос на агрегированный продукт и предлагающего агрегированный труд в рамках финансовых ограничений с учетом наличности, валюты, кредитов и депозитов в предположении точного предвидения цен, процентов, курса валюты и довольно сложного ограничения ликвидности. Модель позволяет описать динамику потребления и занятости российских домохозяйств, исходя из классических представлений о полезности потребления и отвращении к труду. Особенностью работы является неожиданно простой мультипликативный вид функции полезности от потребления и труда.

Введение

Макроэкономическое моделирование — это постоянно развивающаяся область экономических исследований. Главное ее достоинство в соединении в одно целое теории и практики. Наиболее типичными для этой области объектами являются различные макроэкономические

агрегаты, например агрегат потребления. Довольно часто решение моделей в этой области сводится к решению динамической нелинейной задачи, т.е. к оптимизации некоторого функционала при определенных ограничениях. Это позволяет определить оптимальные траектории поведения для различных экономических показателей.

Моделирование поведения домашних хозяйств занимает одну из главных позиций в макроэкономическом моделировании. Большинство моделей строятся вокруг оптимального взаимодействия потребителя и фирмы. Более того, домохозяйства предоставляют один из основных экономических ресурсов — труд. Наряду с этим домохозяйства представляют сторону спроса, их сбережения являются ресурсом для будущих инвестиций, а оплата налогов пополняет государственную казну. Таким образом, домохозяйство — незаменимый участник экономики, который стремится удовлетворить свои собственные потребности и интересы. В данной работе принята попытка описать, каким образом ведут себя домохозяйства в экономике России.

В работе предлагаются варианты решения проблем, которые свойственны стандартным моделям, благодаря чему появляется возможность модельно описать и потребление, и занятость домашнего хозяйства, а также его финансовую стратегию относительно кредитов, депозитов и приобретения иностранной валюты.

1. Подходы к моделированию домашних хозяйств

1.1. Обзор литературы

В экономической литературе существует несколько типов моделей, с помощью которых описывают поведение домохозяйств, а именно:

- 1) микроэкономические и эконометрические модели;
- 2) оценка потребительских индексов;
- 3) макроэкономические модели.

Микроэкономические модели эффективны при описании закономерностей, которые не видны на макроуровне. Одним из основных инструментов в этой области является микроэконометрика. основополагающие работы: «Economics and Consumer Behavior» [Deaton, Muellbauer, 1980], «An Almost Ideal Demand System» [Deaton, Muellbauer, 1980] и «Demand Analysis» [Deaton, 1986]. Среди главных проблем такого подхода — вопрос переноса результатов с микроуровня на макроуровень.

Другим инструментом исследования поведения домохозяйств служат различные индексы. Например, индекс цен, который можно считать несколькими способами: скажем, выбирать определенную «потребительскую корзину» и смотреть отношение стоимости данной корзины в конце рассматриваемого периода к начальной, можно использовать индексы Пааше и Ласпейраса и т.д. При построении индексов важно учитывать ряд проблем:

а) выбор «потребительской корзины» неоднозначен и вполне субъективен;

б) из-за огромного количества наименований конечных продуктов, выпускаемых в каждой стране, приходится делить товары на группы по субъективным критериям, что влияет на итоговое значение индекса;

в) на практике наблюдается лишь история фактических покупок, и невозможно утверждать, что потребитель вел себя рационально;

г) общепотребительные индексы плохо отражают состояние экономики при возникновении шоков и волнений.

Работы И.Г. Поспелова и Л.Я. Поспеловой [1994] и Э.Б. Ершова [2011] предлагают решение описанных проблем и методологии по построению индексов, отражающих потребительское поведение.

Макроэкономический подход к моделированию поведения домохозяйств во многом основан на решении оптимизационных задач. В оптимизационных задачах, описывающих поведение домохозяйств [Attanasio, 1999], довольно часто используется функция полезности вида

$$u\left(\frac{C(t)}{R(t)}\right).$$

Например, в модели Рамсея — Касса — Купманса [Romer, 1996, p. 39] целевая функция домохозяйства есть

$$\int_{t=0}^{\infty} \frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta} \exp\{-\beta t\} dt,$$

где $c(t) = \frac{C(t)}{A(t)R(t)}$;

$A(t)$ — фактор технологического прогресса;

$R(t)$ — количество населения в экономике.

Такая функция удовлетворяет условию однородности нулевого порядка

$$\frac{\partial u(C(t), R(t))}{\partial C(t)} C(t) + \frac{\partial u(C(t), R(t))}{\partial R(t)} R(t) = 0,$$

что можно показать, взяв производные

$$\left(\frac{C(t)}{A(t)R(t)} \right)^{-\beta} \frac{C(t)}{A(t)R(t)} + \left(\frac{C(t)}{A(t)R(t)} \right)^{-\beta} \left(-\frac{C(t)}{A(t)R(t)^2} \right) R(t) = 0.$$

Выполнение данного условия позволяет включить в ограничение модели зависимость вида $p(t)C(t) = a\omega(t)R(t)$, наблюдаемую в статистике, где $p(t)$ — дефлятор потребления; $\omega(t)$ — оплата труда; a — константа. Согласно вышесказанному, функция подобного вида на первый взгляд кажется подходящей для решения поставленной задачи. Однако это не так.

Оптимизационная задача вида

$$\int_0^T u\left(\frac{C(t)}{R(t)}\right) \exp\{-\delta t\} \rightarrow \max$$

не гарантирует нахождение глобального максимума функционала по $R(t)$

$$\frac{\partial^2 u(C(t), R(t))}{\partial R(t)^2} = \beta \left(\frac{C}{R}\right)^{-1-\beta} \left(\frac{C}{R^2}\right) + \left(\frac{C}{R}\right)^{-\beta} \left(\frac{2C}{R^3}\right) > 0.$$

Целевая функция является выпуклой по переменной $R(t)$, а значит, поставленная задача не является задачей на максимум по $R(t)$. Это вызвало необходимость модификации целевой функции, о чем подробнее говорится в разделе «Модель агрегированного потребителя».

Важность включения в модель показателя занятости во многом объясняется в работе Е.С. Вакуленко и Е.Т. Гурвича [Вакуленко, Гурвич, 2015]. Авторы при помощи различных модификаций векторной модели коррекции ошибок оценили уравнение закона Оукена вида

$$u_t - u_{t-1} = a + bg_t + \varepsilon_t$$

применительно к России и получили доказательство того, что закон Оукена работает для России в краткосрочной и долгосрочной перспективах. Это подтверждает важность учета взаимосвязи элементов ВВП и занятости.

2. Эконометрическое и статистическое описание данных

2.1. Описание базы данных

Величины, которые, используются в работе, приведены в табл. 1.

Таблица 1. Переменные модели

Наименование переменной	Пояснение, ед. измерения
$C(t)$	Потребление домашних хозяйств в ценах 2008 г., тыс. руб.
$p(t)$	Дефлятор потребления домашних хозяйств, безразмерная величина
$\omega(t)$	Оплата труда, тыс. руб.
$R(t)$	Занятость, тыс. человек
$w(t)$	Курс доллара США к рублю на конец периода, руб.
$L(t)$	Кредиты домашним хозяйствам, тыс. руб.
$D(t)$	Депозиты домашних хозяйств, тыс. руб.
$r_L(t)$	Процентная ставка по кредитам, %
$r_D(t)$	Процентная ставка по депозитам, %
$Q(t)$	Приобретение домашними хозяйствами иностранной валюты, млн руб.

2.1.1. Потребление домашних хозяйств

$C(t)$ — потребление домашних хозяйств в ценах 2008 г., тыс. руб.

Периодичность: квартал.

Временной отрезок: I квартал 2000 г. — IV квартал 2013 г.

Источник: Росстат. Элементы использования ВВП в текущих ценах; Элементы использования ВВП в постоянных ценах 2003 года; Элементы использования ВВП в постоянных ценах 2008 года.

Данные в постоянных ценах 2008 г. доступны с 2003 по 2013 г. По этой причине период с 2000 по 2003 г. необходимо было досчитать. С учетом установленного факта, что темпы роста показателя расходов домашних хозяйств на потребление к соответствующему кварталу предыдущего года одинаковы как для данных в постоянных ценах

2003 г., так и для данных в постоянных ценах 2008 г., недостающие значения были досчитаны через формулу

$$C_{2008}(t-4) = \frac{C_{2003}(t-4)}{C_{2003}(t)} C_{2008}(t),$$

где t — номер квартала, а индекс указывает, в постоянных ценах какого года берется значение показателя.

Таким образом, ряд $C(t)$ с 2000 по 2003 г. представляет собой досчитанные значения согласно указанной формуле, а с 2003 по 2013 г. совпадает со значениями расходов на конечное потребление домашних хозяйств в таблице «Элементы использования ВВП в постоянных ценах 2008 года».

2.1.2. Дефлятор потребления домашних хозяйств

$p(t)$ — дефлятор потребления домашних хозяйств.

Периодичность: квартал.

Временной отрезок: I квартал 2000 г. — IV квартал 2013 г.

Источник: Росстат. Элементы использования ВВП в текущих ценах; Элементы использования ВВП в постоянных ценах 2008 года.

$$p(t) = \frac{C_{\text{текущие}}(t)}{C_{2008}(t)}.$$

2.1.3. Оплата труда

$\omega(t)$ — оплата труда, тыс. руб.

Периодичность: квартал.

Временной отрезок: I квартал 2000 г. — IV квартал 2013 г.

Источник: Росстат. ВВП по источникам доходов. Абсолютные значения в текущих ценах.

2.1.4. Показатель занятости

$R(t)$ — занятость, тыс. человек.

Периодичность: квартал.

Временной отрезок: I квартал 2000 г. — IV квартал 2013 г.

Источник: Росстат. Доклад «Социально-экономическое положение России».

2.1.5. Валютный курс

$w(t)$ — курс доллара США к рублю на конец периода, руб.

Периодичность: квартал.

Временной отрезок: I квартал 2000 г. — IV квартал 2013 г.

Источник: ЦБ РФ. Обменный курс рубля.

2.1.6. Кредиты домашним хозяйствам и депозиты домашних хозяйств

$L(t)$ — кредиты домашним хозяйствам, тыс. руб.

$D(t)$ — депозиты домашних хозяйств, тыс. руб.

Периодичность: квартал.

Временной отрезок: I квартал 2000 г. — IV квартал 2013 г.

Источник: ЦБ РФ. Данные оборотной ведомости по счетам бухгалтерского учета, форма 101.

Статистические ряды были преобразованы: агрегированы по банкам, затем по счетам и приведены к квартальному виду. Преобразование к квартальному виду следующее: по I кварталу года были выбраны данные за март того же года, по II кварталу — данные за июнь, по III кварталу — данные за сентябрь и по IV кварталу — данные за декабрь.

Согласно статистическим данным, предоставленным Центральным банком Российской Федерации (ЦБ РФ), временные ряды доступны для периода с I квартала 2004 г. по IV квартал 2013 г. По этой причине период с I квартала 2000 г. по IV квартал 2003 г. был досчитан в обратном порядке при помощи статистики, предоставленной Росстатом (Баланс денежных доходов и расходов населения Российской Федерации), об изменении задолженности по кредитам и о приросте (уменьшении) вкладов в банках РФ.

Данные были преобразованы в квартальный вид исходя из предположения, что на протяжении одного года доля показателя во «Всего денежных расходов и сбережений населения» не меняется. Для этого необходимо было получить ряд квартальных данных «Всего денежных расходов и сбережений населения», который представляет собой сумму статистических рядов «Всего денежных доходов» и «Прирост (уменьшение) денег на руках у населения» (последний взят с отрицательным знаком).

Квартальный ряд «Всего денежных доходов» был получен согласно описанной ниже процедуре на основе данных Росстата: Объем и

структура денежных доходов населения по источникам поступления;
Состав денежных доходов населения.

С использованием статистики «Объема и структуры денежных доходов населения по источникам поступления» были рассчитаны квартальные доли для показателя «Всего денежных доходов»:

$$\text{Квартальная доля } (n,t) = \frac{\text{Всего денежных доходов за квартал } (n,t)}{\text{Всего денежных доходов } (t)},$$

где $n = 1, 2, 3, 4$ — номер квартала, t — номер года.

На основе квартальных долей рассчитаны средние квартальные доли:

$$\text{Средняя квартальная доля } (n) = \frac{1}{6} \sum_{t=2008}^{2013} \text{Квартальная доля } (n,t).$$

При помощи таблицы «Состав денежных доходов населения» и средних квартальных долей производится досчет значений за период с I квартала 2000 г. по IV квартал 2007 г. согласно формуле

$$\begin{aligned} \text{Значение за квартал } (n,t) &= \text{Средняя квартальная доля } (n,t) \times \\ &\times \text{Всего денежных доходов } (t). \end{aligned}$$

Статистический ряд «Прирост (уменьшение) денег на руках у населения» был получен при помощи статистических таблиц Росстата: Структура использования денежных доходов населения; Структура использования денежных доходов.

С опорой на квартальные данные «Структура использования денежных доходов» были рассчитаны арифметические отклонения квартальных долей от их годовых значений. Последние были получены на основе годовых данных «Структура использования денежных доходов населения»:

$$\text{Отклонение } (n,t) = \text{Квартальная доля } (n,t) - \text{Доля за год } (t).$$

Далее считается среднее отклонение по формуле

$$\text{Среднее отклонение доля } (n) = \frac{1}{6} \sum_{t=2008}^{2013} \text{Отклонение } (n,t).$$

При помощи средних отклонений долей производится досчет значений «Прироста (уменьшения) денег на руках у населения» за период с I квартала 2000 г. по IV квартал 2007 г. согласно формуле

$$\begin{aligned} & \text{Квартальное значение } (n,t) = \text{Среднее отклонение доли } (n) \times \\ & \times \text{Всего денежных доходов } (t). \end{aligned}$$

Ряд данных «Изменение задолженности по кредитам» рассчитывается исходя из предположения, что на протяжении одного года доля показателя во «Всего денежных расходов и сбережений населения» не меняется:

$$\begin{aligned} & \text{Изменение задолженности по кредитам } (n,t) = \\ & = \text{Годовая доля } (t) \times \text{Всего денежных расходов и сбережения } (n,t). \end{aligned}$$

Статистический квартальный ряд «Прирост (уменьшение) вкладов в банках РФ» рассчитывается как разность статистических рядов «Сбережения во вкладах и ценных бумагах» и «Приобретения государственных и других ценных бумаг», которые, в свою очередь, преобразованы в квартальный вид по процедуре, аналогичной преобразованию показателя «Изменения задолженности по кредитам».

Процедура досчета:

$$\begin{aligned} L(t) &= \text{Кредиты домашним хозяйствам } (t+1) + \\ &+ \text{Изменение задолженности по кредитам } (t). \\ D(t) &= \text{Депозиты домашних хозяйств } (t+1) + \\ &+ \text{Прирост (уменьшение) вкладов в банках РФ } (t). \end{aligned}$$

где t — номер периода, для которого необходимо досчитать показатель.

2.1.7. Процентные ставки по кредитам и депозитам

$r_L(t)$ — процентная ставка по кредитам, %.

$r_D(t)$ — процентная ставка по депозитам, %.

Процентные ставки были рассчитаны по формулам

$$r_L(t) = \frac{rL(t)}{L(t)}, \quad r_D(t) = \frac{rD(t)}{D(t)},$$

где $rL(t)$ и $rD(t)$ — проценты по кредитам домашним хозяйствам и проценты по депозитам домашних хозяйств соответственно.

Источник: ЦБ РФ. Отчет о финансовых результатах, форма 102. Данные были преобразованы путем агрегирования сначала по банкам, потом по счетам.

2.1.8. Процедура очистки данных от сезонного фактора

Все статистические ряды в пунктах 1–7 были очищены от сезонности при помощи процедуры [Пильник, Поспелов, Станкевич, 2014]. Данная процедура была выбрана потому, что она сохраняет свойство мультипликативности $X_t = Y_t Z_t \Rightarrow \tilde{X}_t = \tilde{Y}_t \tilde{Z}_t$, где X_t , Y_t , Z_t — временные ряды, а « \sim » обозначает, что ряд очищен от фактора сезонности. Это важно, так как в решении поставленной задачи многократно используется дефлирование. Следует отметить, что процедура работает только для положительных рядов данных. В процессе очистки от сезонности временные ряды делились на два периода: до 2007 г. и после 2009 г. Причиной этому послужил тот факт, что поправочные коэффициенты, рассчитанные на основе кризисных показателей, сохраняют фактор сезонности для посткризисного периода.

Существует ряд рекомендаций по работе со статистическими рядами, содержащими отрицательные значения.

1. В случае, когда исходный ряд есть сумма рядов

$$X_t = X_{1t} + X_{2t} + X_{3t},$$

где X_{1t} содержит отрицательные значения, а остальные ряды положительны, необходимо очистить от сезонности согласно алгоритму ряды \tilde{X}_t , \tilde{X}_{2t} , \tilde{X}_{3t} , а \tilde{X}_{1t} посчитать как остаточную разность

$$\tilde{X}_{1t} = \tilde{X}_t - \tilde{X}_{2t} - \tilde{X}_{3t}.$$

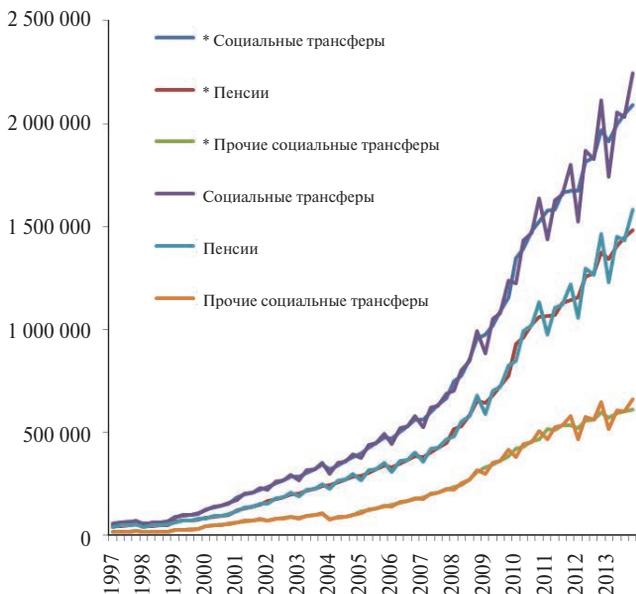
2. Если статистический ряд содержит отрицательные значения и не является слагаемым суммы положительных рядов, рекомендуется заменить в алгоритме средние геометрические средними арифметическими. Иными словами, произведение заменить сложением в описанном алгоритме.

Для иллюстрации работы процедуры ниже приведены графики (рис. 1, 2).



* Очищенность данных от сезонности.

Рис. 1. Показатель оплаты труда наемных работников, млн руб.



* Очищенность данных от сезонности.

Рис. 2. Суммарный показатель «социальные трансферы» = «пенсии» + «прочие социальные трансферы», млн руб.

2.1.9. Приобретение иностранной валюты

$Q(t)$ — приобретение домашними хозяйствами иностранной валюты, млн руб.

Источник: ЦБ РФ. Объем операций с наличной иностранной валютой между уполномоченными банками и физическими лицами.

Данные преобразованы в квартальный вид через сумму месячных значений для каждого квартала. Статистический ряд «Приобретение иностранной валюты» рассчитывается как произведение показателей «Всего продано физическим лицам и выдано по конверсии» и курса доллара США на конец периода. Статистический ряд «Приобретение иностранной валюты» не является очищенным от сезонности.

2.2. Графический и эконометрический анализ данных

Предварительный анализ статистических данных выявил зависимости, позволившие выбрать адекватные предпосылки поведения домохозяйств в экономике РФ. Рассматриваемый временной промежуток с 2000 по 2013 г. характеризуется сильными изменениями макроэкономических показателей в момент кризиса 2008 г., поэтому необходимо было отметить факторы, которые могут объяснить изменение того или иного макропоказателя либо не способны это сделать.

Было установлено, что дефлятор потребления не демонстрирует падения потребления в 2008 г. (рис. 3), а значит, падение вызвано неценовыми факторами.

Построив регрессии, оценивающие зависимости оплаты труда $\omega(t)$ от номинального потребления $C(t)$ (рис. 4, табл. 2) и наоборот (рис. 5, табл. 3),

$$\omega(t) = \alpha_0 + \alpha_1 C(t) + \alpha_2 C(t-1) + \varepsilon(t),$$

$$C(t) = \beta_0 + \beta_1 \omega(t) + \beta_2 \omega(t-1) + u(t),$$

удалось установить, что оплата труда не зависит от потребления в предыдущем периоде (коэффициент α_2 незначим на 10%-ном уровне значимости), а потребление как раз зависит от оплаты труда в предыдущем периоде (коэффициент β_2 значим на 10%-ном уровне значимости). Графический анализ данных подтверждает, что оплата труда может быть тем фактором, который способен объяснить динамику потребления домохозяйств на протяжении всего рассматриваемого периода (рис. 6).

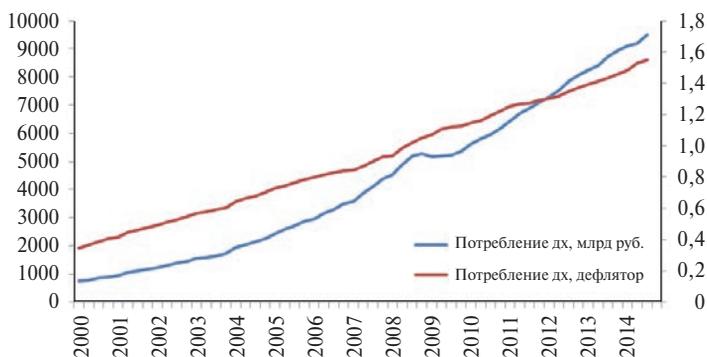


Рис. 3. Потребление домашних хозяйств (дх) в текущих ценах, млрд руб., и дефлятор (по правой шкале) потребления домашних хозяйств

Таблица 2. Результат регрессии оплаты труда на номинальное потребление, млрд руб.

Dependent Variable: $\omega(t)$

Method: Least Squares

Sample (adjusted): 2000Q2 2013Q4

Included observations: 55 after adjustments

Variable	Coef.	Std. Error	<i>t</i> -Statistic	Prob.
CONST	-204,6179	32,60139	-6,276356	0,0000
$C(t)$	0,905174	0,202340	4,473530	0,0000
$C(t - 1)$	0,130234	0,206730	0,629974	0,5315
<i>R</i> -squared	0,998047	Mean dependent var		3978,633
Adjusted <i>R</i> -squared	0,997972	S.D. dependent var		2569,499
S.E. of regression	115,7034	Akaike info criter.		12,39294
Sum squared resid	696138,7	Schwarz criter.		12,50243
Log likelihood	-337,8058	Hannan-Quinn criter.		12,43528
<i>F</i> -statistic	13289,83	Durbin-Watson stat.		0,487372
Prob(<i>F</i> -statistic)	0,000000			

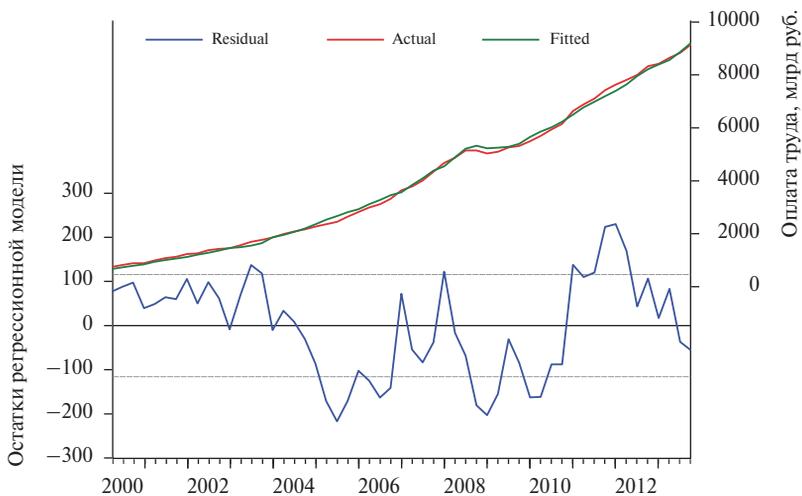


Рис. 4. Результат регрессии оплаты труда, млрд руб., на номинальное потребление, млрд руб.

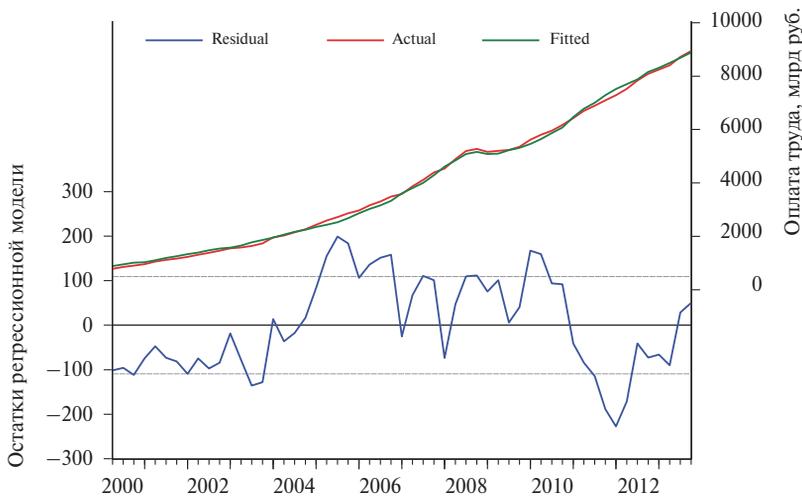


Рис. 5. Результат регрессии номинального потребления, млрд руб., на оплату труда, млрд руб.

Таблица 3. Результат регрессии номинального потребления на оплату труда

Dependent Variable: $C(t)$

Method: Least Squares

Date: 04/14/15 Time: 12:25

Sample (adjusted): 2000Q2 2013Q4

Included observations: 55 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t -Statistic	Prob.
CONST	231,9109	29,36698	7,896995	0,0000
$\omega(t)$	0,683211	0,164430	4,155033	0,0001
$\omega(t - 1)$	0,289682	0,168012	1,724182	0,0906
R -squared	0,998139	Mean dependent var		4058,941
Adjusted R -squared	0,998067	S.D. dependent var		2485,975
S.E. of regression	109,2882	Akaike info criter.		12,27886
Sum squared resid	621083,4	Schwarz criter.		12,38835
Log likelihood	-334,6685	Hannan-Quinn criter.		12,32120
F -statistic	13944,46	Durbin-Watson stat.		0,402302
Prob(F -statistic)	0,000000			

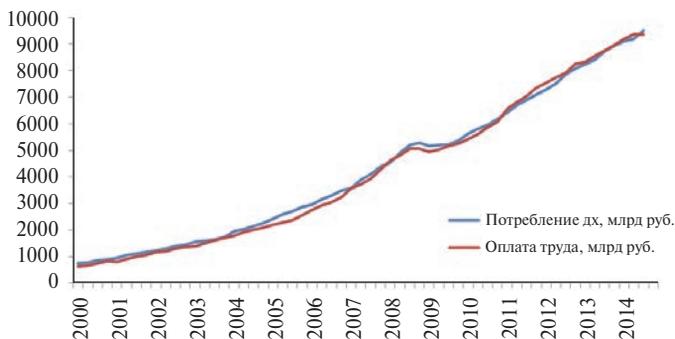


Рис. 6. Потребление домашних хозяйств, млрд руб., и оплата труда в текущих ценах, млрд руб.

Таким образом, важно включить в модель занятость. Установленная взаимосвязь позволяет сделать предположение о том, что потребление зависит от труда примерно следующим образом:

$$p(t)C(t) \approx \omega(t)R(t).$$

Рассмотрим одну из стандартных задач потребителя. Цены и оплата труда считаются заранее известными

$$u(C(t), R(t)) \rightarrow \max_{C(t), R(t)}$$

при ограничении

$$p(t)C(t) = \omega(t)R(t).$$

Из решения следует, что

$$U = u(C(t), R(t)) + \lambda(p(t)C(t) - \omega(t)R(t)).$$

$$\frac{\partial U}{\partial C(t)} = \frac{\partial u}{\partial C(t)} + \lambda p(t) = 0; \quad \frac{\partial U}{\partial R(t)} = \frac{\partial u}{\partial R(t)} - \lambda \omega(t) = 0.$$

$$-\frac{\partial u(C(t), R(t))}{\partial C(t)} = \frac{p(t)}{\omega(t)} \frac{\partial u(C(t), R(t))}{\partial R(t)}.$$

Выполним подстановку $\frac{p(t)}{\omega(t)} = \frac{R(t)}{C(t)}$

$$-\frac{\partial u(C(t), R(t))}{\partial C(t)} = \frac{R(t)}{C(t)} \frac{\partial u(C(t), R(t))}{\partial R(t)}$$

и получим следующее условие

$$\frac{\partial u(C(t), R(t))}{\partial C(t)} C(t) + \frac{\partial u(C(t), R(t))}{\partial R(t)} R(t) = 0.$$

Согласно теореме Эйлера об однородных функциях функция полезности, рассматриваемая в такой задаче, должна быть однородной нулевой степени. Например,

$$u(x) = \left(\frac{x}{1-\theta} \right)^{1-\theta}, \quad x = \frac{C(t)}{R(t)}; \quad u(C(t), R(t)) = \ln C(t) - \ln R(t).$$

В результате были получены представления о типе функции полезности для домохозяйства и о взаимосвязи потребления и занятости.

3. Модель агрегированного потребителя

3.1. Задача агрегированного потребителя

В данной работе экономическая динамика описывается при помощи непрерывного времени. Временным множеством является отрезок $[0, T]$. Агрегированный потребитель максимизирует полезность потребления

$$\int_0^T u(C(t), R(t)) \exp\{-\delta t\} dt \rightarrow \max, \quad (3.1.1)$$

выбирая траектории потребления $C(t)$, занятости $R(t)$, динамики наличных денег $M(t)$, кредитных займов $L(t) \geq 0$, депозитных вкладов $D(t) \geq 0$ и динамики приобретения иностранной валюты $Q(t) \geq 0$ в рамках финансового баланса

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} M(t) = \omega(t)R(t) - p(t)C(t) - r_L(t)L(t) + \frac{d}{dt} L(t) + \\ + r_D D(t) - \frac{d}{dt} D(t) - w(t) \frac{d}{dt} Q(t) + o^*(t), \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

где $o^*(t)$ — чистые прочие доходы, при ограничении

$$M(t) \geq \tau_R \omega(t)R(t) + \tau_C p(t)C(t) + \tau_L L(t) + \tau_D D(t) + \tau_Q w(t)Q(t), \quad (3.1.3)$$

где $\tau_R, \tau_C, \tau_L, \tau_D, \tau_Q$ — произвольно заданные константы, при известных на отрезке $[0, T]$ переменных: оплата труда $\omega(t)$, дефлятор потребления $p(t)$, процентная ставка по кредитам $r_L(t)$, процентная ставка по депозитам $r_D(t)$, курс доллара США к рублю $w(t)$.

Функцией полезности агрегированного потребителя является модифицированная функция CRRA вида

$$u(C(t), R(t)) = \frac{C(t)^{1-\beta}}{1-\beta} \frac{R(t)^{1-\alpha}}{1-\alpha}. \quad (3.1.4)$$

Определим допустимые значения параметров (3.1.4), при которых (3.1.1) является задачей на максимум:

$$\frac{\partial u(C(t), R(t))}{\partial C(t)} = \frac{C^{-\beta} R^{1-\alpha}}{1-\alpha}, \quad (3.1.5)$$

$$\frac{\partial u(C(t), R(t))}{\partial R(t)} = \frac{C^{1-\beta} R^{-\alpha}}{1-\beta}, \quad (3.1.6)$$

$$\frac{\partial^2 u(C(t), R(t))}{\partial C(t)^2} = -\beta \frac{C^{-1-\beta} R^{1-\alpha}}{1-\alpha}, \quad (3.1.7)$$

$$\frac{\partial^2 u(C(t), R(t))}{\partial R(t)^2} = -\alpha \frac{C^{1-\beta} R^{-1-\alpha}}{1-\beta}, \quad (3.1.8)$$

$$\frac{\partial^2 u(C(t), R(t))}{\partial C(t) \partial R(t)} = C^{-\beta} R^{-\alpha}. \quad (3.1.9)$$

Выражение (3.1.5) принимает положительные значения при $\alpha < 1$. Выражение (3.1.6) принимает отрицательные значения при $\beta > 1$. Таким образом, функция полезности возрастает по потреблению и убывает по труду, что не противоречит экономической теории. Выражение (3.1.7) принимает отрицательные значения при $\alpha < 1$. Выражение (3.1.8) принимает отрицательные значения при $\alpha < 0$.

Рассмотрим матрицу Гессе

$$H = \begin{pmatrix} -\beta \frac{C^{-1-\beta} R^{1-\alpha}}{1-\alpha} & C^{-\beta} R^{-\alpha} \\ C^{-\beta} R^{-\alpha} & -\alpha \frac{C^{1-\beta} R^{-1-\alpha}}{1-\beta} \end{pmatrix}. \quad (3.1.10)$$

Для выполнения условия задачи на максимум целевая функция должна быть вогнутой, следовательно, матрица Гессе должна быть отрицательно определена. Первый минор на главной диагонали матрицы отрицателен при $\alpha < 1$, как уже было показано выше. Рассмотрим второй минор, который совпадает с определителем матрицы

$$\frac{\partial^2 u(C(t), R(t))}{\partial C(t)^2} \cdot \frac{\partial^2 u(C(t), R(t))}{\partial R(t)^2} - \left(\frac{\partial u(C(t), R(t))}{\partial C(t) \partial R(t)} \right)^2 > 0, \quad (3.1.11)$$

$$\frac{\alpha\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)} C(t)^{1-\beta} C^{-1-\beta} R(t)^{1-\alpha} R(t)^{-1-\alpha} - (C(t)^{-\beta} R(t)^{-\alpha})^2 > 0, \quad (3.1.12)$$

$$\left(\frac{\alpha\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)} - 1 \right) (C(t)^{-\beta} R(t)^{-\alpha})^2 > 0, \quad (3.1.13)$$

откуда следует, что

$$\frac{\alpha\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)} - 1 > 0. \quad (3.1.14)$$

Выражение (4.14) верно при $\alpha + \beta < 1$. Заметим, что ограничение (3.1.2) является линейным, а значит, оно и выпукло, и вогнуто, что не противоречит условию максимизационной задачи. Следовательно, задача (3.1.1) является задачей на максимум при значениях параметров $\alpha < 0$, $\beta > 1$, $\alpha + \beta < 1$.

3.2. Решение задачи агрегированного потребителя

Траектории величин $C(t)$, $R(t)$, $L(t)$, $D(t)$, $Q(t)$, $M(t)$ будут оптимальными в случае, если они максимизируют функционал Лагранжа

$$\begin{aligned} & \int_0^T \{u(C(t), R(t)) \exp(-\delta t) + \\ & + \xi(t)[\omega(t)R(t) - p(t)C(t) - r_L(t)L(t) + \frac{d}{dt}L(t) + \\ & + r_D(t)D(t) - \frac{d}{dt}D(t) - w(t)\frac{d}{dt}Q(t) - \frac{d}{dt}M(t) + o^*(t)] + \\ & + \varphi(t)[\tau_R\omega(t)R(t) + \tau_C p(t)C(t) + \tau_L L(t) + \tau_D D(t) + \tau_Q w(t)Q(t) - M(t)] + \\ & + \lambda_L(t)L(t) + \lambda_D(t)D(t) + \lambda_Q(t)Q(t)\} dt, \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

при некотором наборе двойственных переменных $\xi(t)$, $\varphi(t)$, λ_L , λ_D , λ_Q и при условиях дополняющей нежесткости:

$$[a][b] \text{ обозначает } \begin{cases} ab = 0 \\ a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases},$$

$$[\lambda_L(t)][L(t)], \quad (3.2.2)$$

$$[\lambda_D(t)][D(t)], \quad (3.2.3)$$

$$[\lambda_Q(t)][Q(t)], \quad (3.2.4)$$

$$[\varphi(t)][M(t) - (\tau_R\omega(t)R(t) + \tau_C p(t)C(t) + \tau_L L(t) + \tau_D D(t) + \tau_Q w(t)Q(t))]. \quad (3.2.5)$$

Ряд выражений, входящих линейно в функционал Лагранжа, можно проинтегрировать по частям

$$\begin{aligned}
& \int_0^T \{u(C(t), R(t)) \exp(-\delta t) + \xi(t) [\omega(t)R(t) - p(t)C(t) - r_L(t)L(t) + \\
& + r_D(t)D(t) + o^*(t)] - L(t) \frac{d}{dt} \xi(t) + D(t) \frac{d}{dt} \xi(t) + w(t)Q(t) \frac{d}{dt} \xi(t) + \\
& + \xi(t)Q(t) \frac{d}{dt} w(t) + M(t) \frac{d}{dt} \xi(t) + \varphi(t) [\tau_R \omega(t)R(t) + \tau_C p(t)C(t) + \\
& + \tau_L L(t) + \tau_D D(t) + \tau_Q w(t)Q(t) - M(t)] + \lambda_L(t)L(t) + \lambda_D(t)D(t) + \\
& + \lambda_Q Q(t) + \xi(T)L(T) - \xi(0)L(0) - \xi(T)D(T) + \xi(0)D(0) - \\
& - \xi(T)w(T)Q(T) + \xi(0)w(0)Q(0) - \xi(T)M(T) + \xi(0)M(0)\} dt. \tag{3.2.6}
\end{aligned}$$

Выражение (3.2.6) достигает максимума по $C(\cdot)$, $R(\cdot)$, $L(\cdot)$, $D(\cdot)$, $Q(\cdot)$, $M(\cdot)$ тогда и только тогда, когда почти всюду на отрезке $[0, T]$ обращаются в 0 производные по $C(t)$, $R(t)$, $L(t)$, $D(t)$, $Q(t)$, $M(t)$ подынтегрального выражения

$$0 = [D(u)(C(t), R(t)) \exp(-\delta t) - \xi(t)p(t) + \varphi(t)\tau_C p(t)] dC(t), \tag{3.2.7}$$

$$0 = [D(u)(C(t), R(t)) \exp(-\delta t) + \xi(t)\omega(t) + \varphi(t)\tau_R \omega(t)] dR(t), \tag{3.2.8}$$

$$0 = \left[\frac{d}{dt} \xi(t) - \varphi(t) \right] dM(t), \tag{3.2.9}$$

$$0 = \left[-\xi(t)r_L(t) - \frac{d}{dt} \xi(t) + \lambda_L(t) + \varphi(t)\tau_L \right] dL(t), \tag{3.2.10}$$

$$0 = \left[\xi(t)r_D(t) + \frac{d}{dt} \xi(t) + \lambda_D(t) + \varphi(t)\tau_D \right] dD(t), \tag{3.2.11}$$

$$0 = \left[w(t) \frac{d}{dt} \xi(t) + \xi(t) \frac{d}{dt} w(t) + \lambda_Q(t) + \varphi(t)\tau_Q w(t) \right] dQ(t). \tag{3.2.12}$$

Покажем, что целесообразно τ_C и τ_R взять равными нулю.

Из (3.2.7) следует, что

$$\xi(t) = \frac{1}{p(t)} \frac{R(t)^{1-\alpha} C(t)^{-\beta}}{1-\alpha} \exp(-\delta t) + \tau_C \frac{d}{dt} \xi(t). \tag{3.2.13}$$

Подставим (3.2.13) в (3.2.8):

$$\begin{aligned} & \frac{C(t)^{1-\beta} R(t)^{-\alpha}}{1-\beta} \exp(-\delta t) + \tau_R \omega(t) \frac{d}{dt} \xi(t) + \\ & + \frac{\omega(t) C(t)^{-\beta} R(t)^{1-\alpha}}{p(t) 1-\alpha} \exp(-\delta t) + \tau_C \omega(t) \frac{d}{dt} \xi(t) = 0. \end{aligned}$$

Упростив, получим

$$\exp(-\delta t) \left[\frac{C(t)^{1-\beta} R(t)^{-\alpha}}{1-\beta} + \frac{\omega(t) C(t)^{-\beta} R(t)^{1-\alpha}}{p(t) 1-\alpha} \right] + [\tau_C + \tau_R] \omega(t) \frac{d}{dt} \xi(t) = 0. \quad (3.2.14)$$

Из (3.2.14) следует, что при $\tau_C = 0$ и $\tau_R = 0$ второе слагаемое обратится в ноль. Ввиду того что $\exp(-\delta t) > 0$, получим

$$\frac{C(t)^{1-\beta} R(t)^{-\alpha}}{1-\beta} + \frac{\omega(t) C(t)^{-\beta} R(t)^{1-\alpha}}{p(t) 1-\alpha} = 0. \quad (3.2.15)$$

Домножив на $C(t)^\beta R(t)^\alpha$, получим следующее отношение:

$$\frac{C(t)p(t)}{\omega(t)R(t)} = \frac{1-\beta}{\alpha-1}, \text{ при } \begin{cases} \alpha < 0, \\ \beta > 1, \\ \alpha + \beta < 1. \end{cases} \quad (3.2.16)$$

Стоит отметить, что при $\tau_C = 0$ и $\tau_R = 0$ из (3.2.7) и (3.2.8) следует, что требования к знакам первых производных функции полезности по $C(t)$ и $R(t)$ сохраняются, кроме того, согласно указанным уравнениям можно определить, что $\xi(t) > 0$. Далее τ_C и τ_R предполагаются равными 0.

Выведем уравнения траекторий для $C(t)$, $R(t)$, $L(t)$, $D(t)$, $Q(t)$, но предварительно введем обозначение

$$\rho(t) = -\frac{\frac{d}{dt} \xi(t)}{\xi(t)}. \quad (3.2.17)$$

$\rho(t)$ будем интерпретировать как доходность домашнего хозяйства.

Заметим, что разрешив уравнение (3.2.17), получим траекторию для $\xi(t)$:

$$\xi(t) = \xi(0) \exp\left\{-\int_0^t \rho(u) du\right\}. \quad (3.2.18)$$

Для того чтобы вывести траектории потребления и занятости, воспользуемся полученным отношением (3.2.16), откуда

$$C(t) = \frac{1-\beta}{\alpha-1} \frac{\omega(t)R(t)}{p(t)}, \quad (3.2.19)$$

$$R(t) = \frac{\alpha-1}{1-\beta} \frac{C(t)p(t)}{\omega(t)}. \quad (3.2.20)$$

Используя выражения (3.1.5) и (3.2.20), выполним подстановку в

$$\frac{1}{1-\alpha} \left(\frac{\alpha-1}{1-\beta} \right)^{1-\alpha} C(t)^{1-\alpha} \left(\frac{p(t)}{\omega(t)} \right)^{1-\alpha} C(t)^{-\beta} \exp(-\delta t) - \xi(t)p(t) = 0. \quad (3.2.21)$$

Из (3.2.21) явным образом можно выразить $C(t)$:

$$C(t) = \left[(1-\alpha) \left(\frac{\alpha-1}{1-\beta} \right)^{\alpha-1} \xi(t)p(t) \left(\frac{p(t)}{\omega(t)} \right)^{\alpha-1} \exp(\delta t) \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}.$$

Воспользуемся (3.2.18):

$$C(t) = \left[(1-\alpha) \left(\frac{\alpha-1}{1-\beta} \right)^{\alpha-1} p(t) \left(\frac{p(t)}{\omega(t)} \right)^{\alpha-1} \xi(0) \exp\left\{-\int_0^t \rho(u) du\right\} \exp(\delta t) \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}. \quad (3.2.22)$$

Пусть

$$C(0) = \left[(1-\alpha) \left(\frac{\alpha-1}{1-\beta} \right)^{\alpha-1} \xi(0)p(0)^\alpha \omega(0)^{1-\alpha} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}, \quad (3.2.23)$$

тогда

$$C(t) = C(0) \left[\left(\frac{p(t)}{p(0)} \right)^\alpha \left(\frac{\omega(t)}{\omega(0)} \right)^{1-\alpha} \exp\left\{-\int_0^t \rho(u) du\right\} \exp\{\delta t\} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}. \quad (3.2.24)$$

Аналогичным образом выведем уравнение траектории для $R(t)$.

Используя выражения (3.1.6) и (3.2.19), выполним подстановку в (3.2.8):

$$\frac{1}{1-\beta} \left(\frac{1-\beta}{\alpha-1} \right)^{1-\beta} R(t)^{1-\beta} \left(\frac{\omega(t)}{p(t)} \right)^{1-\beta} R(t)^{-\alpha} \exp\{-\delta t\} + \xi(t)\omega(t) = 0. \quad (3.2.25)$$

Из (3.2.25) можно явным образом выразить $R(t)$:

$$R(t) = \left[(\beta-1) \left(\frac{1-\beta}{\alpha-1} \right)^{\beta-1} \xi(t)\omega(t) \left(\frac{\omega(t)}{p(t)} \right)^{\beta-1} \exp\{\delta t\} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \quad (3.2.26)$$

Вспользуемся (3.2.18):

$$R(t) = \left[(\beta-1) \left(\frac{1-\beta}{\alpha-1} \right)^{\beta-1} \omega(t) \left(\frac{\omega(t)}{p(t)} \right)^{\beta-1} \xi(0) \exp\left\{-\int_0^t \rho(u) du\right\} \exp\{\delta t\} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}. \quad (3.2.27)$$

Пусть

$$R(0) = \left[(\beta-1) \left(\frac{1-\beta}{\alpha-1} \right)^{\beta-1} \xi(0)p(0)^{1-\beta} \omega(0)^\beta \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}, \quad (3.2.28)$$

тогда

$$R(t) = R(0) \left[\left(\frac{p(t)}{p(0)} \right)^{1-\beta} \left(\frac{\omega(t)}{\omega(0)} \right)^\beta \exp\left\{-\int_0^t \rho(u) du\right\} \exp\{\delta t\} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}. \quad (3.2.29)$$

Таким образом, уравнения (3.2.24) и (3.2.29) есть траектории для потребления и занятости агрегированного домохозяйства. Определим траектории для финансовых инструментов $D(t)$, $L(t)$, $Q(t)$. Для этого из уравнений (3.2.10), (3.2.11), (3.2.12) выразим двойственные переменные $\tilde{\lambda}_L(t)$, $\tilde{\lambda}_D(t)$, $\tilde{\lambda}_Q(t)$:

$$\tilde{\lambda}_L(t) = \frac{\lambda_L(t)}{\xi(t)} = \rho(t)(\tau_L - 1) + r_L(t), \quad (3.2.30)$$

$$\tilde{\lambda}_D(t) = \frac{\lambda_D(t)}{\xi(t)} = \rho(t)(1 + \tau_D) - r_D(t), \quad (3.2.31)$$

$$\tilde{\lambda}_Q(t) = \frac{\lambda_Q(t)}{\xi(t)} = \rho(t)w(t)(1 + \tau_Q) - \frac{d}{dt} w(t). \quad (3.2.32)$$

Предположим, опираясь на введенные ограничения для $L(t)$, $D(t)$, $Q(t)$, что траектория для финансовых инструментов имеет следующий вид:

$$L(t) = [a_L + b_L(\rho(t)(\tau_L - 1) + r_L(t))]L(t-1), \quad (3.2.33)$$

$$D(t) = [a_D + b_D(\rho(t)(1 + \tau_D) - r_D(t))]D(t-1), \quad (3.2.34)$$

$$Q(t) = [a_Q + b_Q(\rho(t)w(t)(1 + \tau_Q) - \frac{d}{dt}w(t))]Q(t-1). \quad (3.2.35)$$

Следует заметить, что домножение на предыдущие значения переменных L , D , Q необходимо для того, чтобы временные ряды в левой и правой частях каждого уравнения были одинакового типа. В противном случае левые части уравнений нестационарны, а правые стационарны.

3.3. Калибровка модели

3.3.1. Алгоритм действий

1. На первом этапе уравнения (3.2.24), (3.2.29), (3.2.33)–(3.2.35) были запрограммированы в Microsoft Excel. Стартовые значения параметров были выбраны нулевыми, кроме значений α и β , которые должны удовлетворять (3.2.16). Стартовыми значениями для них стали: $\alpha = -10$; $\beta = 9$. Эмпирическим путем выявлены некоторые особенности поведения параметров α и β , о которых будет сказано позже. В качестве начальных значений для потребления и занятости были выбраны значения этих показателей за I квартал 2000 г. Калибровка происходила методом минимизации сумм квадратов остатков отклонений от истинного значения взвешенных на квадрат значения рассматриваемой переменной в последний момент времени

$$\sum \sum \frac{(X(t) - \hat{X}(t))^2}{X(T)^2}.$$

2. На втором этапе минимизировалась сумма взвешенных сумм квадратов отклонений потребления $C(t)$ и занятости $R(t)$ по параметрам α , β , δ , $C(0)$, $R(0)$, $\rho(t)$. Полученные в результате оптимизации значения параметров фиксировались.

3. На третьем этапе минимизировалась сумма взвешенных сумм квадратов отклонений финансовых инструментов по соответствующим

щим им параметрам при фиксированных α , β , δ , $C(0)$, $R(0)$, $\rho(t)$ (полученных на втором этапе). Таким образом, были получены расчетные графики.

3.3.2. Замечания относительно процесса калибровки

1. В процессе калибровки модели было установлено дополнительное ограничение на выбор параметров α и β : $|\alpha| > |\beta|$. В противном случае модель невозможно посчитать.

2. Было замечено, что вне зависимости от допустимых значений α и β разность между абсолютными оцененными значениями этих параметров сходится к 0,21, т.е. $|\alpha| - |\beta| \approx 0,21$, что верно почти всегда.

3. Значения α и β не имеет смысла брать больше 20. В таких случаях ρ принимает слишком большие значения для доходности.

4. Задача сходится к решению быстрее, если разность между абсолютными начальными значениями $|\alpha| - |\beta|$ относительно невелика. Например, при $\alpha = -10$, $\beta = 9$ решение задачи находится быстрее, чем при значениях $\alpha = -11$, $\beta = 8$.

3.3.3. Оцененная модель

Результат оценки с использованием описанной модели представлен на графиках (рис. 7–11), сравнивающих статистический показатель и его оценку.

Потребление довольно точно воспроизводится на протяжении всего периода, в том числе и в кризисный период 2007–2008 гг. (рис. 7).

С высокой точностью воспроизводится показатель занятости на отрезках 2000–2005 и 2009–2013 гг. (рис. 8). С 2005 по 2007 г. модель переоценивает показатель, а в кризисный период 2007–2008 гг. недооценивает, но при этом сохраняет динамику показателя.

Показатель кредитов, выданных банками домашним хозяйствам, довольно точно воспроизводится на отрезке с 2000 по 2008 г. (рис. 9). В кризисный период модель его недооценивает, но следует отметить, что воспроизводит в тот же момент пик 2008 г. С 2010 г. в статистике наблюдается рост показателя с относительно постоянным темпом, в то время как модель оценивает замедление темпа роста объема выданных домохозяйствам кредитов.

Депозиты домашних хозяйств точно воспроизводятся моделью вплоть до 2009 г. (рис. 10). Модель сохраняет тренд показателя, но с 2009 по 2011 г. недооценивает его, а после переоценивает.

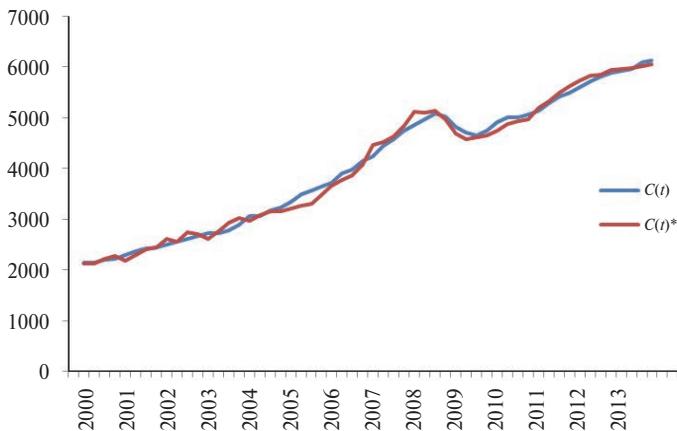


Рис. 7. Потребление домашних хозяйств в ценах 2008 г., млрд руб. Статистические данные и модельная оценка

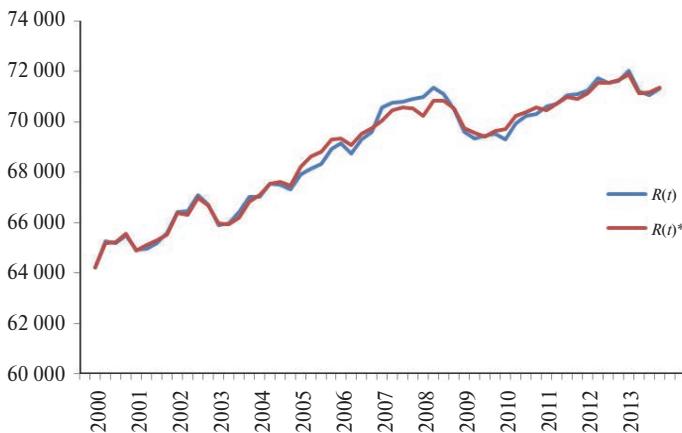


Рис. 8. Показатель занятости, тыс. человек. Статистические данные и модельная оценка

Объемы приобретения домохозяйствами иностранной валюты описываются моделью плохо (рис. 11). Причин может быть несколько: предпосылки относительно приобретения домохозяйствами иностранной валюты слишком упрощены; неверно подобрана функцио-

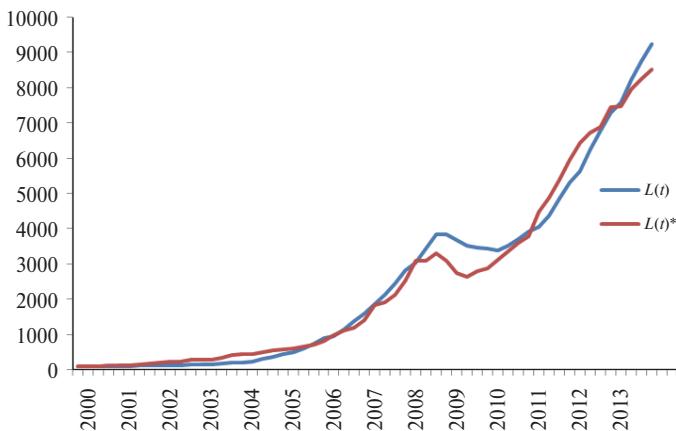


Рис. 9. Кредиты домашним хозяйствам, млрд руб. Статистические данные и модельная оценка

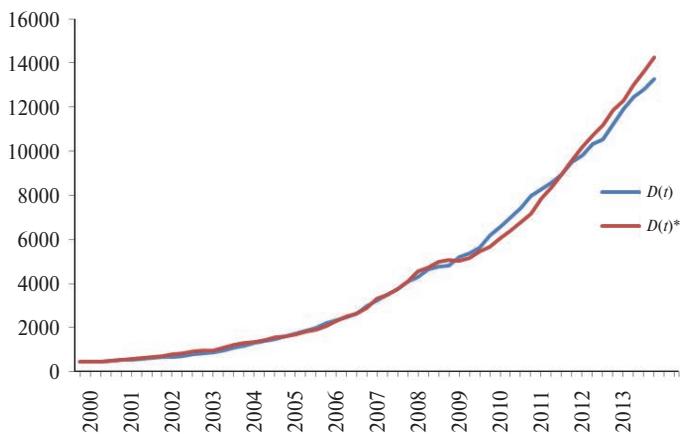


Рис. 10. Депозиты домашних хозяйств, млрд руб. Статистические данные и модельная оценка

нальная форма; использованы неочищенные от сезонности данные. Несмотря на вышесказанное, стоит отметить, что модель воспроизводит общий тренд показателя на протяжении всего периода и динамику показателя в кризисный период. Возможно, требуется ввести в модель

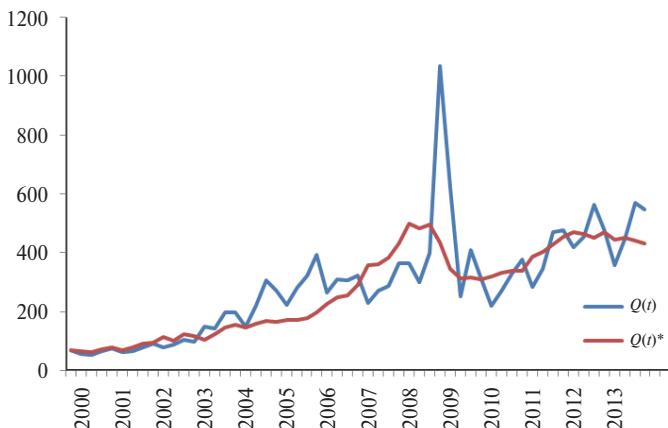


Рис. 11. Приобретение иностранной валюты, млрд руб. Статистические данные и модельная оценка

дополнительные переменные, которые помогут объяснить и воспроизвести пик кризисного периода. Текущая модель воспроизводит его в недостаточной мере.

Итак, модель, состоящая из уравнений (3.2.24), (3.2.29), (3.2.33)–(3.2.35), с относительно высокой точностью описывает поведение агрегированного домохозяйства в экономике России, вопреки сильно упрощенным предпосылкам относительно финансовых инструментов, доступных домашнему хозяйству.

Заключение

В рамках представленной работы была получена динамическая нелинейная модель поведения агрегированного домохозяйства в экономике Российской Федерации, позволяющая определить траектории потребления, занятости, финансовых инструментов, доступных домашнему хозяйству.

Для достижения этой цели была собрана и обработана база данных на основе статистики, опубликованной Центральным банком Российской Федерации и Федеральной службой государственной статистики (Росстат). В процессе обработки была успешно применена специальная процедура очистки данных от сезонного фактора.

Важным результатом моделирования является воспроизведение на модельном уровне траектории занятости, чего пока не удавалось получить в моделях подобного типа применительно к экономике России. Вопреки упрощенным предпосылкам относительно финансовых инструментов, доступных домохозяйству, модель показала достаточно высокое качество оценки значений данных переменных. Была предпринята попытка модифицировать функциональные зависимости для финансовых инструментов, что привело к улучшению качества описания зависимостей. Однако пока интерпретация остается под вопросом, что очерчивает проблематику для углубленного изучения закономерностей поведения агрегированного домохозяйства в экономике России. Полученный результат служит хорошим фундаментом для дальнейших исследований.

Литература

Вакуленко Е.С., Гурвич Е.Т. Взаимосвязь ВВП, безработицы и занятости: углубленный анализ закона Оукена для России // Вопросы экономики. 2015. № 3. С. 5–27.

Ершов Э.Б. Ситуационная теория индексов цен и количеств. М.: Риор, 2011.

Ершов Э.Б. Структурно-динамические индексы цен и количеств для агрегированных периодов и средние цены для однородных периодов // Экономический журнал ВШЭ. 2010. Т. 14. № 4. С. 440–467.

Пильник Н.П., Поспелов И.Г., Станкевич И.П. Об использовании фиктивных переменных для решения проблемы сезонности в моделях общего экономического равновесия // Экономический журнал ВШЭ. 2015. Т. 19. № 2. С. 249–270.

Поспелов И.Г., Поспелова Л.Я. «ИНДЕКС». Система исчисления агрегированных показателей потребительского спроса. М.: ВЦ РАН, 1994.

Романко В.К. Разностные уравнения: учеб. пособие. М.: БИНОМ Лаборатория знаний, 2006.

Тракимус Ю.В. Основы вариационного исчисления в примерах и задачах. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2011.

Attanasio O.P. Consumption // Handbook of Macroeconomics. Vol. 1 / J.B. Taylor, M. Woodford (eds). Elsevier Science B.V., 1999.

Benigno P. Optimal Monetary Policy in a Currency Area // Journal of International Economics. 2004. Vol. 63. Iss. 2. P. 293–320.

Cass D. Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation // The Review of Economic Studies. 1965. Vol. 32. No. 3. P. 233–240.

Deaton A. Demand Analysis // Handbook of Econometrics. Vol. III / Z. Griliches, M.D. Intriligator (eds). Elsevier Science Publishers BV, 1986.

Deaton A., Muellbauer J. An Almost Ideal Demand System // The American Economic Review. 1980. Vol. 70. No. 3. P. 312–326.

Deaton A., Muellbauer J. Economics and Consumer Behaviour. Cambridge University Press, 1980.

Friedman M. A Theory of Consumption Function. Princeton University Press, 1957.

Janvry A. de, Sadoulet E. et al. Structural Adjustment and the Peasantry in Morocco: A Computable Household Model // European Journal of Agronomy. 1992. Vol. 19. P. 427–453.

Koopmans T.C. On the Concept of Optimal Economic Growth // Econometric Approach to Development Planning. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1965. Ch. 4. P. 225–287.

Modigliani F., Brumberg R. Utility Analysis and the Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data. Rutgers University Press, 1954.

Romer D. Advanced Macroeconomics (McGraw-Hill advanced series in economics.) McGraw-Hill, 1996.

Ramsey F. A Mathematical Theory of Saving // Economic Journal. 1928. Vol. 38. P. 543–559.

Электронное научное издание

Сборник лучших выпускных работ — 2015

Зав. редакцией *Е.А. Бережнова*

Редактор *Г.Е. Шерихова*

Художественный редактор *А.М. Павлов*

Компьютерная верстка и графика: *О.А. Быстрова*

Корректор *Е.Е. Андреева*

Гарнитура Newton. Уч.-изд. л. 10,1. 3,7 Мб. Изд. № 2050

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
101000, Москва, ул. Мясницкая, 20
Тел.: (495) 772-95-90 доб. 15285