

## ИЗМЕНЕНИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О НЕПЕРЕХОДНОСТИ ПРЕВОСХОДСТВА ПОД ВЛИЯНИЕМ ОЗНАКОМЛЕНИЯ С «НЕТРАНЗИТИВНЫМИ» ОБЪЕКТАМИ

А. Н. Поддьяков

### Введение

В логике транзитивность (переходность) определяется как такое свойство отношений, при котором из того, что первый элемент находится в определенном отношении ко второму, а второй к третьему, следует, что первый элемент находится в этом же отношении к третьему (из  $aRb$  и  $bRc$  следует  $aRc$ ). Не все отношения транзитивны. Но в классической логике сравнения и в традиционной теории принятия решений *транзитивность отношения превосходства вводится как аксиома, считающаяся ключевым критерием рациональных действий* (Козелецкий, 1979). Это аксиома состоит в следующем: если первое превосходит второе в определенном отношении (по определенному признаку), а второе превосходит третье, то первое превосходит третье в указанном отношении (Зиновьев, 1972). Понятие «превосходит» может быть заменено сравнительными понятиями «предпочтительнее», «лучше», «хуже», «более эффективно», «менее эффективно», «выгоднее» и т. д.

Овладение транзитивными рассуждениями считается одним из важнейших этапов умственного развития человека. Оно связано со способностью делать дедуктивные заключения, с пониманием сущности измерения, принципов сохранения по Ж. Пиаже и т. д. В ряде работ показано, что в онтогенезе первые транзитивные умозаключения начинают осуществляться примерно с 5 лет. Пример задачи на транзитивное заключение для детей: «Петя выше Бори. Боря выше Гены. Кто выше всех?» Следование аксиоме транзитивности рассматривается многими авторами как необходимое условие разумности выбора, а ее нарушение – как логическая ошибка (Ивин, 1998; Tversky, 1969). На практике аксиома транзитивности отношения превосходства широко используется как нормативный принцип при построении экспертных систем, компьютерных баз знаний и систем искусственного интеллекта (Абрамова, Коврига, 2004).

Но начиная со времен Кондорсе, вокруг принципа транзитивности превосходства ведутся дискуссии, не прекращающиеся в настоящее время. Как считает Л. Темкин, «аксиома транзитивности обладает мощной притягательностью и играет фундаментальную роль в практических рассуждениях <...> любое оспаривание этой аксиомы будет угрожать не только возможности последовательного подхода к ранжированию тех или иных объектов; оно может угрожать самому понятию рациональности» (Temkin, 1996, p. 179). «Транзитивность и нетранзитивность – захватывающие категории, связанные и с математикой, и с реальным миром, в котором мы живем» (Roberts, 2004, p. 63). Проблема состоит в том, чтобы раскрыть, какие отношения транзитивны, а какие нет, а затем попытаться найти общие правила, которые позволили бы идентифицировать эти отношения в различных ситуациях (там же).

В целом, есть теоретические аргументы и эмпирические данные и в пользу переходности отношения превосходства в некоторых областях, и в пользу их непереходности. Есть «транзитивно ориентированные» исследователи, которые жестко отстаивают аксиому транзитивности или, по крайней мере, утверждают, что потери при отказе от нее будут больше, чем при ее сохранении, и есть «нетранзитивно ориентированные» исследователи, доказывающие ошибочность принятия транзитивности превосходства как аксиомы. И хотя П. Ананд провел формальное доказательство того, что любое «нетранзитивное» поведение может быть описано в терминах транзитивности, а любое «транзитивное», наоборот, в терминах нетранзитивности (Anand, 1993), универсальная возможность этого перехода не вполне удовлетворяет обе группы исследователей и нисколько не примиряет их друг с другом.

В этих дискуссиях можно выделить три различные, но взаимосвязанные группы аргументов. Одна группа связана со строгими формально-логическими и математическими доказательствами транзитивности/нетранзитивности. Еще в XVIII в. маркиз де Кондорсе строго доказал, что групповые предпочтения могут быть нетранзитивными, хотя индивидуальные предпочтения каждого члена группы абсолютно логичны, последовательны, транзитивны (Arrow, 1963). Пусть каждый из трех избирателей (1, 2, 3) на выборах ранжирует трех кандидатов (A, B, C) следующим образом в порядке предпочтительности.

Избиратель 1 ранжирует кандидатов в порядке A, B, C.

Избиратель 2 ранжирует кандидатов в порядке B, C, A.

Избиратель 3 ранжирует кандидатов в порядке C, A, B.

Можно видеть, что два избирателя из трех (1-й и 3-й), т. е.  $\frac{2}{3}$  всех голосующих, считают A более предпочтительным, чем B (A поставлен ими перед B). Два избирателя из трех (1-й и 2-й), т. е. тоже  $\frac{2}{3}$  голосующих, считают B более предпочтительным, чем C. И два избирателя из трех (2-й и 3-й), т. е. тоже  $\frac{2}{3}$  голосующих, считают C более предпочтительным, чем A. При этом по сумме набранных голосов все кандидаты равны между собой. Индивидуальные транзитивные предпочтения парадоксальным образом трансформировались в нетранзитивные групповые.

Со своей стороны обратим внимание еще на один парадоксальный факт. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена между предпочтениями двух любых избирателей из этой тройки отрицателен и равен  $-0,5$ . Но отрицательные коэффициенты корреляции между рангами предпочтений у разных людей характеризуют, как известно, скорее несогласие между этими людьми, чем их согласие друг с дру-

гом. И это при том, что, как показано выше, любые две трети избирателей согласны между собой в сравнительной оценке двух третей кандидатов.

Из других строгих моделей следует упомянуть «нетранзитивные» игральные кости Б. Эфрона (Гарднер, 1988; Секей, 1990; *Intransitive Dice...*; Roberts, 2004). В.А. Петровский удачно назвал эти наборы «бойцовским клубом игровых кубиков». Рассмотрим, например, набор из 4 игровых кубиков со следующими числами на гранях (Ainley, 1978; цит. по: Roberts, 2004, с. 62).

Кубик А: 7, 7, 7, 7, 1, 1

Кубик В: 6, 6, 5, 5, 4, 4

Кубик С: 9, 9, 3, 3, 3, 3

Кубик D: 8, 8, 8, 2, 2, 2

Можно убедиться, что в этом «бойцовском клубе» каждый предшествующий кубик в среднем выигрывает в 2 раза больше партий у последующего, чем проигрывает ему, но при этом последний кубик D выигрывает в той же пропорции у кубика А. (Выигрышем считается выпадение большего числа на верхней грани кубика.) Тем самым можно утверждать, что эти кубики «нетранзитивны»: если правила позволяют, то при возможности выбора из пары кубиков А и В надо выбрать А, оставив сопернику «более проигрышный» кубик В; при выборе между В и С надо выбрать В; при выборе между С и D надо выбирать С; но при выборе между D и А надо выбирать D (Гарднер, 1988; Секей, 1990). Доказано, что аналогичные наборы могут образовывать не только кубики, но и произвольное число игровых костей с другим числом граней (например, тетраэдров), рулеток с тем или иным числом секторов и т. п. Разработан и алгоритм генерации чисел для таких объектов (Deshrande, 2000). Подробный обзор и логико-математический анализ различных парадоксов такого рода дан в работе Бар-Хиллел (Bar-Hillel, Margalit, 1988).

Вторая группа аргументов связана с анализом реальных нетранзитивных отношений в тех или иных конкретных областях (например, биологии, социологии, психологии и др.) и конкретных механизмов взаимодействий, ведущих к нетранзитивности, если она обнаруживается. Так, в журнале «Nature» была опубликована серия статей по биологии со словами «камень – ножницы – бумага» (rock – paper – scissors games) в заголовках. В этих исследованиях показано, как, например, один вид микроорганизмов вытесняет с территории второй вид, этот второй вытесняет третий, а тот, в свою очередь, вытесняет первый. Отношения «бойцовой силы» между данными видами нетранзитивны (Boddy, 2000; Kerr et al., 2002; Kirkup, Riley, 2004; Reichenbach et al., 2007). Это же относится и к борьбе компьютерных программ – участниц соревнований по интеллектуальным играм: шахматам, нардам и т. п. (Мельников, Радионов, 2005; Мосеев, 1999; Финоженок, 2003), и к группам людей, использующих разные экономические стратегии (Semmann et al., 2003). Также этологам показано, что в группе животных особь А может доминировать над В, В над С, но С над А (Шовен, 1972), аналогичные ситуации наблюдаются в человеческих группах (Дружинин, 2000), и т. д. – такого рода примеры можно продолжать.

Третья группа аргументов в дискуссиях о транзитивности/нетранзитивности отношений превосходства относится к общенаучным и философским обобщениям проблемы и ее важнейшим следствиям (Baumann, 2005; Temkin, 1996). Среди наиболее важных отметим тезис П. Фишбурна: он сравнивает «транзитивно» и «нетранзитивно ориентированные» научные представления с евклидовой и неевклидовой геометрией и пишет, что отрицание нетранзитивности превосходит

ва аналогично отрицанию неевклидовой геометрии (Fishburn, 1991). Я. Вальсинер выдвигает фундаментальное положение, что нарушение транзитивности превосходства – это универсальная закономерность порождения новизны в любой системе (Poddiakov, Valsiner, 2011).

Существование этих трех развитых групп аргументации разного уровня позволяет утверждать: *понимание нетранзитивности отношений превосходства – не менее важная линия когнитивного развития, чем понимание транзитивности. Это две взаимосвязанные линии развития познания, и изучать их тоже нужно во взаимной связи* (Поддьяков, 2006, 2008).

В реальности же мы имеем значительную асимметрию и исследований, и учебных разработок. Есть много исследований, в которых изучается овладение транзитивным выводом у детей как условие формирования логического мышления (Flavell et al., 2002). Есть исследования, в которых взрослым испытуемым предлагают такие специально разработанные ситуации, которые объективно требуют транзитивных выборов между предлагаемыми объектами, но многие участники начинают ошибочно совершать нетранзитивные выборы «по кругу». Например, А. Тверски предлагал испытуемым совершать выборы между попарно предъявляемыми психологическими портретами кандидатов, проходящих по конкурсу на определенную должность и различающихся друг от друга по: а) интеллекту; б) эмоциональной стабильности и в) социальной активности, чтобы выбрать наиболее подходящего. А. Тверски сумел искусно разработать такие психологические портреты, что большинство испытуемых в паре кандидатов А–В предпочитало кандидата А, в паре В–С – кандидата В, в паре С–D – кандидата С, в паре D–E – кандидата D, но в паре А–E – кандидата E. Более того, когда экспериментатор указывал им на создавшееся противоречие, многие испытуемые спорили, доказывая обоснованность своих выводов (Tversky, 1969). В других экспериментах А. Тверски испытуемые, спровоцированные стимульным материалом, совершали ошибочные нетранзитивные выборы между несколькими играми-лотереями (задача состояла в том, чтобы выбрать, в какой лотерее участвовать).

При этом, хотя количество «нетранзитивно ориентированных» теоретиков (математиков, философов и т. д.) достаточно велико, нет достойного ответа на экспериментальные исследования, проводимые в традиции А. Тверски. *Нет экспериментальных исследований мышления человека в ситуациях, когда рациональны именно нетранзитивные выборы, а следование аксиоме транзитивности является ошибкой.* Отсутствуют исследования, в которых изучалось бы развитие понимания нетранзитивности в социо-, онто- и актуалгенезе.

В связи с этим мы считаем необходимым инициировать соответствующее новое направление экспериментальных исследований. Для этого нужен адекватный стимульный материал.

### **Детерминистские модели нетранзитивности превосходства как стимульный экспериментальный материал**

В рамках создания комплекса экспериментальных объектов для изучения мышления детей и взрослых, направленного на понимание многофакторных зависимостей, мы разработали демонстрационные модели нетранзитивных отношений превосходства (доминирования, управления и т. д.). Это, например, геометрические пластины такой формы, что пластина А выводит из равновесия при касании пластин

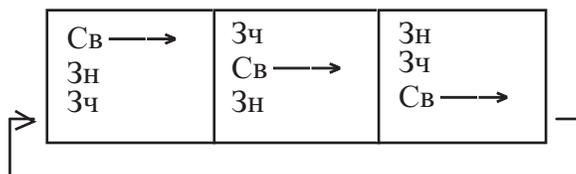
тину В (но не наоборот), В выводит из равновесия С, но С выводит из равновесия А; фигурки зверей такой формы, что зверек А может покормить с ложки зверька В (но не наоборот), В кормит С, а С кормит А (модель нетранзитивных отношений при взаимопомощи); игрушечные фигурки гусей с такой композицией магнитов внутри, что при сближении гусь С кланяется гусю В (но не наоборот), гусь В кланяется А (но не наоборот), а А кланяется С, имитируя нетранзитивные отношения в группе животных, и др.

Важной особенностью этих моделей является то, что они детерминистские, а не стохастические (как «нетранзитивные» кубики или лотереи) и позволяют в наглядной форме демонстрировать нетранзитивные отношения превосходства, обусловленные характером взаимодействий между объектами. Эти объекты можно использовать как для диагностики особенностей мышления при решении задач на транзитивность/нетранзитивность, так и в обучении.

Структура этих объектов включает:

- а) средства, имеющиеся у одного объекта, для воздействия на другой;
- б) зоны, чувствительные к воздействию другого объекта;
- в) зоны, нечувствительные к воздействию другого объекта, «закрытые» для него.

Эти компоненты организованы как Кондорсе-подобные композиции и могут быть представлены в следующей обобщенной форме (рисунок 1).



**Рис. 1.** Обобщенная структура объектов, находящихся в нетранзитивных отношениях превосходства (доминирования, управления) (Св – средства, имеющиеся у одного объекта, для воздействия на другой; Зч – зоны, чувствительные к воздействию; Зн – зоны, нечувствительные к нему)

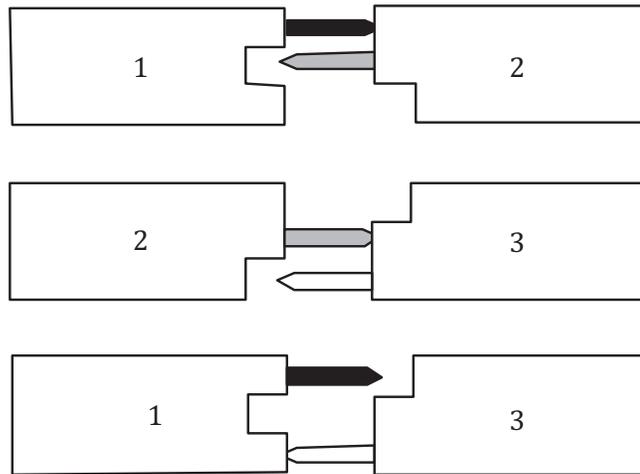
Данная структура не является единственной, но все объекты этой структуры характеризуются нетранзитивными отношениями превосходства (доминирования, управления).

Опишем подробнее две группы нетранзитивных объектов, использованных в нашем стартовом экспериментальном исследовании.

### 1 Нетранзитивные гуляй-башни

Три вида игрушечного оружия – «гуляй-башни» – сконструированы так, что 1-я гуляй-башня может поставить цветную метку на 2-й гуляй-башне, оставаясь не помеченной ею (т. е. побеждает ее – как в пейнтболе); 2-я может поставить метку на 3-й гуляй-башне, оставаясь не помеченной ею; а 3-я гуляй-башня может поставить метку на 1-й гуляй-башне, оставаясь не помеченной ею (рисунок 2).

Конструктивно «гуляй-башни» представляют собой пенопластовые параллелепипеды (13×6×3 см) с вырезанными передними фигурными профилями и вставленными в отверстия цветными маркерами. «Уязвимая» часть каждой башни перед



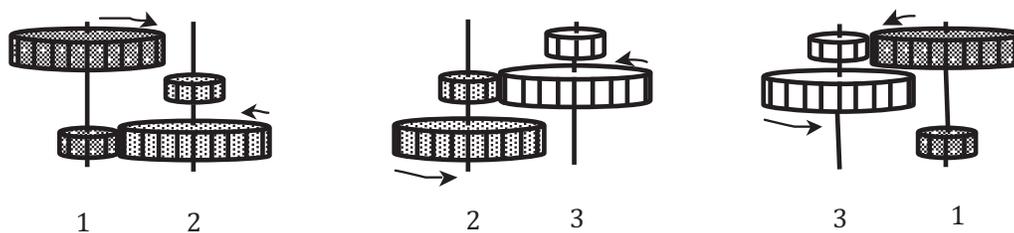
**Рис. 2.** Гуляй-башни, поражающие друг друга «по кругу»: 1-я гуляй-башня побеждает 2-ю; 2-я побеждает 3-ю; а 3-я побеждает 1-ю

экспериментом заклеивается прямоугольником белой бумаги, на котором другая башня может оставлять метки. После эксперимента прямоугольник заменяется на новый.

## 2 Нетранзитивные шестерни

Три зубчатые передачи (шестерни на осях, соединенные друг с другом) скомпонованы так, что: ось 1 вращается с большей частотой вращения, чем ось 2, при сцеплении их шестерен; ось 2 вращается с большей частотой вращения, чем ось 3, при сцеплении их шестерен; ось 3 вращается с большей частотой вращения, чем ось 1, при сцеплении их шестерен (рисунок 3).

При изготовлении использованы оси и шестерни из детского конструктора, диаметр большей шестерни – 11,5 см, число зубьев – 18, диаметр меньшей шестерни – 4 см, число зубьев – 6, передаточное число – 3 (18:6). Оси вставляются в стандартную плату этого же конструктора. Подчеркнем, что наша конструкция является оригинальной, не описанной в руководстве.



**Рис. 3.** Три зубчатые передачи, скомпонованные так, что при их попарных соединениях ось 1 вращается быстрее оси 2, ось 2 вращается быстрее оси 3, ось 3 вращается быстрее оси 1

## **Эксперимент с демонстрацией нетранзитивных детерминистских объектов**

*Цель пилотажного экспериментального исследования:* изучить влияние наблюдения испытуемыми объектов, находящихся в нетранзитивных отношениях превосходства, на изменение суждений о возможности/невозможности существования других «нетранзитивных» объектов в различных областях.

### *Схема эксперимента*

Испытуемым задают вопросы о возможности/невозможности существования тех или иных «нетранзитивных» объектов в различных областях и среди них – вопросы о возможности существования «нетранзитивных» гуляй-башен и шестерен. Затем одну часть испытуемых знакомят с башнями, а другую – с шестернями. После этого испытуемым предлагается снова ответить на те же вопросы. При обработке результатов анализируются: а) изменения в ответах; б) различия этих изменений в группах 1 и 2.

### *Методика*

Испытуемым предлагается опросник со следующей вводной и вопросами.

«Мы изучаем суждения людей о превосходстве одних вещей над другими в том или ином отношении. Например, в известной игре „камень, ножницы, бумага“ камень тупит ножницы, те режут бумагу, а она, в свою очередь, побеждает камень, обертывая его собой. Получается, что здесь одно превосходит второе, второе превосходит третье, но третье превосходит первое.

Мы хотим узнать Ваше мнение о том, какие ситуации превосходства возможны, а какие невозможны. Мы будем признательны Вам, если Вы согласитесь ответить на следующие вопросы. Некоторые из них покажутся Вам легкими, некоторые, возможно, нет. Точные расчеты проводить нет необходимости, нас интересует Ваше мнение».

Вопросы:

- 1 Есть три прямых, жестких, недеформируемых стержня. Они разной длины: 1-й стержень длиннее 2-го, 2-й стержень длиннее 3-го. Может ли при этом 3-й стержень быть длиннее 1-го? (Правильный ответ: нет.)
- 2 Есть три предмета разной массы. Масса каждого предмета неизменна. Масса 1-го предмета больше массы 2-го предмета; масса 2-го предмета больше массы 3-го. Может ли при этом масса 3-го предмета быть больше массы 1-го? (Правильный ответ: нет.)
- 3 Есть три шахматных компьютера, играющих друг с другом в шахматы. Известно, что 1-й компьютер чаще выигрывает у 2-го, чем проигрывает ему. 2-й компьютер чаще выигрывает у 3-го, чем проигрывает ему. Может ли быть так, что при этом 3-й компьютер чаще выигрывает у 1-го, чем проигрывает ему? (Правильный ответ: да.)
- 4 Есть три различающихся набора карандашей. В каждом наборе по 6 карандашей разной длины. Сравниваем по длине каждый карандаш с каждым. Известно, что карандаши из 1-го набора чаще оказывались длиннее карандашей из 2-го набора. Карандаши из 2-го набора чаще оказывались длиннее карандашей из 3-го набора. Может ли при этом быть так, что карандаши из 3-го набора чаще оказывались длиннее карандашей из 1-го набора? (Правильный ответ:

- да. Комментарий: например, если карандаши имеют то же соотношение длин, что соотношение чисел на гранях нетранзитивных кубиков.)
- 5 Есть три команды борцов, в каждой команде по 6 борцов. В турнире каждый борец одной команды встречался с каждым из борцов двух других команд. Известно, что: 1-я команда победила 2-ю по соотношению индивидуальных побед (т. е. борцы 1-й команды одержали больше побед над борцами 2-й команды, чем потерпели от них поражений); 2-я команда победила 3-ю по соотношению индивидуальных побед (т. е. борцы 2-й команды одержали больше побед над борцами 3-й команды, чем потерпели от них поражений). Может ли при этом быть так, что 3-я команда победила 1-ю по соотношению индивидуальных побед (т. е. борцы 3-й команды одержали больше побед над борцами 1-й команды, чем потерпели от них поражений)? (Правильный ответ: да. Комментарий: ситуация аналогична нетранзитивным кубикам и длинам карандашей.)
- 6 Есть три вида микроорганизмов. Микроорганизмы 1-го вида вытесняются с занятой территории микроорганизмами 2-го вида. Микроорганизмы 2-го вида вытесняются с занятой территории микроорганизмами 3-го вида. Может ли при этом быть так, что микроорганизмы 3-го вида затем вытесняются с занятой территории микроорганизмами 1-го вида? (Правильный ответ: да.)
- 7 Есть три вида оружия – гуляй-башни разной конфигурации, соревнующиеся, кто поставит на другой цветную метку. Гуляй-башня, поставившая в ходе столкновения цветную метку на другой, считается победителем, а другая – побежденной (как в пейнтболе). Известно, что: 1-я гуляй-башня сконструирована так, что ставит метку на 2-й гуляй-башне, оставаясь не помеченной ею (т. е. побеждает ее); 2-я гуляй-башня сконструирована так, что ставит метку на 3-й гуляй-башне, оставаясь не помеченной ею (т. е. побеждает ее). Может ли при этом быть так, что 3-я гуляй-башня ставит метку на 1-й гуляй-башне, оставаясь не помеченной ею (т. е. побеждает ее)? (Правильный ответ: да.)
- 8 Есть три зубчатые передачи (шестеренки на осях, соединяемые друг с другом). Известно, что: ось 1 вращается с большей частотой вращения, чем ось 2, при сцеплении их шестерен; ось 2 вращается с большей частотой вращения, чем ось 3, при сцеплении их шестерен. Может ли при этом быть так, что ось 3 вращается с большей частотой вращения, чем ось 1, при сцеплении их шестерен? (Правильный ответ: да.)

Варианты ответов: «да, может»; «нет, не может»; «затрудняюсь ответить».

После заполнения испытуемым предъявлялась тройка объектов, находящихся в нетранзитивных отношениях превосходства, и их схематическое изображение. В экспериментальной группе 1 предъявлялись «нетранзитивные» гуляй-башни, в группе 2 – «нетранзитивные» шестерни. Экспериментатор подробно демонстрировал их работу, участник мог ими манипулировать и исследовать.

Затем экспериментатор говорил: «После того, как вы ознакомились с этой моделью, я прошу вас снова ответить на те же вопросы, чтобы подтвердить, что ваши оценки остались прежними, или, наоборот, в чем-то изменить их». Повторные вопросы были оформлены как продолжение бланка (т. е. респондент заполнял опросник как бы набело).

*Испытуемые:* 89 студентов гуманитарных факультетов ГУ-ВШЭ 17–21 года (64 женщины, 25 мужчин); из них 40 чел. в группе 1, 49 – в группе 2, группы были примерно уравнены по полу и возрасту.

## Результаты

В обеих группах абсолютное большинство испытуемых (от 94% до 97%) правильно считало невозможной нетранзитивность длин недеформируемых стержней и неизменных масс объектов. Также в обеих группах большинство считало, что «нетранзитивные» гуляй-башни возможны (90% испытуемых в группе 1 и 88% испытуемых в группе 2), а «нетранзитивные» шестерни невозможны (65% испытуемых в группе 1 и 67% испытуемых в группе 2). Аналогично, большинство в обеих группах считало невозможными «нетранзитивные» наборы карандашей (на самом деле они возможны) и правильно считало возможными нетранзитивные иерархии всех остальных объектов (шахматных программ, команд борцов, видов микроорганизмов).

В целом, до показа «нетранзитивных» объектов между группами не было существенных различий (таблица 1). Исключение составляют ответы на 2 вопроса: о нетранзитивных наборах карандашей – хотя в обеих группах большинство ошибочно считало их невозможными, но в группе 2 число правильных ответов при этом было значимо больше, чем в группе 1 ( $p < 0,01$ , критерий  $\chi^2$  двусторонний), и о нетранзитивной иерархии шахматных программ – в обеих группах большинство правильно считало ее возможной, но в группе 2 число правильных ответов было значимо больше, чем в группе 1 ( $p < 0,025$ , критерий  $\chi^2$  двусторонний). При этом различия между группами 1 и 2 в общем числе правильных ответов на все вопросы (68% и 74% соответственно) незначимы.

После знакомства с нетранзитивными объектами между ответами респондентов разных групп появились значимые различия.

В группе 1 после показа башен все 100% испытуемых стали считать, что «нетранзитивные» гуляй-башни возможны. Количество правильных ответов на другие вопросы выросло на 9%, и правильных изменений ответов было в 3,4 раза больше, чем неправильных. В целом, общее число правильных ответов составило 74%, неправильных – 22%, «затрудняюсь ответить» – 4%. Улучшение статистически не-

**Таблица 1**  
Распределение ответов в экспериментальных группах до и после показа стимульных объектов

Вопрос о:	Процент ответов в группе с показом											
	башен						шестерен					
	до показа			после показа			до показа			после показа		
	+	-	н	+	-	н	+	-	н	+	-	н
длинах	97,5	2,5	0	100	0	0	95,9	4,1	0	91,8	8,2	0
массах	92,5	7,5	0	95	5	0	93,9	6,1	0	89,8	10,2	0
шахматных программах	60	35	5	77,5	15	7,5	81,6	14,3	4,1	83,7	16,3	0
карандашах	12,5	82,5	5	17,5	82,5	0	38,8	59,2	2	49	49	2
борцах	77,5	20	2,5	80	15	5	81,6	18,4	0	85,7	14,3	0
микроорганизмах	95	5	0	100	0	0	83,7	16,3	0	85,7	14,3	0
башнях	90	5	5	100	0	0	87,8	12,2	0	93,9	6,1	0
шестернях	20	65	15	25	60	15	32,7	67,3	0	95,9	4,1	0
Всего	68	28	4	74	22	4	74	25	1	84,4	15,3	0,3

Примечание: «+» – правильный ответ; «-» – ошибочный, «н» – неопределенный.

значимо для ответов на вопрос о «нетранзитивных» башнях (башни и до показа абсолютное большинство испытуемых считало возможными), но значимо для всего массива вопросов (критерий знаков,  $p < 0,01$ ). Парадокс ситуации состоит в том, что на изменения суждений участников о множестве других объектов повлияло наблюдение объектов, относительно которых они и так знали правильный ответ. Возможная причина состоит в том, что хотя существование «нетранзитивных» гуляй-башен участники допускали, но конкретного механизма реализации не представляли. Знакомство с этим механизмом позволило расширить правильные представления о «нетранзитивных» объектах и в других областях.

В группе 2 после показа шестерен 96% испытуемых стали считать, что триада «нетранзитивных» шестерен возможна (а до показа ее считали невозможной 67% – очень большое изменение). Лишь 4% (2 чел. из 49) по-прежнему ответили, что такие шестерни невозможны (возможно, они сочли происходящее фокусом – «этого не может быть, потому что не может быть никогда», но это лишь предположение).

В отличие от группы 1, существенное улучшение ответов абсолютного большинства участников группы 2 коснулось только вопроса о тех объектах, которые были им показаны, – вопроса именно о шестернях. Хотя произошли изменения в 12% ответов и на другие вопросы, они распределились так: 8% – положительные изменения, а 4% – отрицательные (отношение числа правильных изменений к числу неправильных – 2); в совокупности изменения статистически незначимы. Таким образом, в целом, некоторая тенденция к улучшению имела место, но общий рост числа правильных ответов (до 84% – что даже больше доли правильных ответов в группе 1 после показа) был достигнут практически полностью за счет вопроса о шестернях, а не за счет роста доли правильных ответов на вопросы об объектах, которые не были показаны, как это произошло в группе 1.

Для наглядности введем следующий показатель переноса:

$$T_{\text{transfer}} = I_{\text{obs}} / I_{\text{n. obs}}$$

где  $I_{\text{obs}}$  – увеличение числа правильных ответов участников о продемонстрированных объектах после их показа (например, о возможности существования шестерен после их показа);  $I_{\text{n. obs}}$  – следующее за показом той или иной нетранзитивной триады увеличение числа правильных ответов о тех объектах, которые не были продемонстрированы (например, о возможности существования «нетранзитивных» шахматных компьютеров после показа шестерен).

В группе с показом башен показатель переноса составил 1 : 4 (т. е. на приращение одного правильного ответа о башнях в среднем приходилось приращение 4 правильных ответов о не наблюдавшихся объектах), а в группе с показом шестерен он составил почти строго обратную величину: 3,9 : 1 (т. е. на приращение одного правильного ответа о шестернях приходилось приращение 0,26 правильных ответов о не наблюдавшихся объектах). Разумеется, почти строго обратное соотношение числителя и знаменателя является совпадением, но различие влияний этих объектов очевидно. А именно, знакомство с «нетранзитивными» шестернями вызвало далеко не столь выраженные изменения в ответах на другие вопросы, как знакомство с «нетранзитивными» гуляй-башнями. И эти меньшие изменения, в отличие от группы с показом башен, были более противоречивыми: замены некоторых правильных ответов на неправильные происходили относительно чаще после показа шестерен, чем после показа башен (хотя в целом положительные изменения

доминировали в обеих группах). Так, показ шестерен отрицательно повлиял на ответы о возможности нетранзитивности длин стержней и масс объектов – в обоих случаях число неверных ответов возросло на 4%. Возможное объяснение состоит в том, что в отличие от интуитивно понятных башен триада двойных шестерен – более сложный объект и требует большей когнитивной нагрузки для своего понимания. Попытки его осмысления и соотнесения с объектами из других областей может вести к неоднозначным результатам.

Но даже если считать, что за различие между результатами групп 1 и 2 после показа ответственны не только различия самих нетранзитивных объектов, но и изначальные различия самих групп (напомним, что участники группы 2 несколько лучше группы 1 ответили на вопросы о возможности «нетранзитивных» наборов карандашей и шахматных программ), то результаты проведенных экспериментов все равно удовлетворительно показывают роль использованных объектов, а именно: эксперимент в группе 1 демонстрирует следующее. После знакомства с нетранзитивными гуляй-башнями члены исследованной выборки значительно увеличивают число правильных ответов о нетранзитивных объектах в различных областях, показывая высокий индекс переноса.

Эксперимент в группе 2 демонстрирует, что после знакомства с нетранзитивными шестернями члены определенной выборки (возможно, несколько отличающейся) существенно наращивают число правильных ответов только о шестернях, но не показывают выраженных изменений в ответах на вопросы о других объектах; а те изменения, которые наблюдаются, носят противоречивый характер.

В обоих случаях следует говорить об изменениях представлений о непереходности превосходства под влиянием ознакомления с «нетранзитивными» объектами.

## Выводы

- 1 Хотя среди исследователей-теоретиков (математиков, логиков, философов) ведутся жесткие дискуссии о статусе аксиомы транзитивности с доказательствами ее ограниченности и неадекватности, имеется значительная асимметрия экспериментально-психологических исследований понимания транзитивности и нетранзитивности. В этой области доминируют исследования мышления в ситуациях, объективно требующих транзитивных выборов, и, соответственно, исследования ошибок, связанных с нарушением принципа транзитивности. При этом нет экспериментальных исследований мышления человека в ситуациях, когда рациональны именно нетранзитивные выборы, а следование принципу транзитивности, наоборот, является ошибкой.
- 2 Для изменения этой ситуации в качестве стартового пункта нами был разработан опросник представлений о нетранзитивности превосходства, а также комплекс экспериментальных объектов, демонстрирующих нетранзитивные детерминистские отношения превосходства между собой. Проведенная с этими материалами серия исследований показала следующее.
- 3 Представления о нетранзитивных отношениях превосходства являются предметно-специфическими: участники допускают существование одних объектов, находящихся в нетранзитивных отношениях превосходства, и не допускают существования других (хотя реально они тоже возможны). Аксиома транзитивности если и используется участниками, то выборочно – для тех или иных областей и объектов.

- 4 Демонстрация различных объектов, находящихся в нетранзитивных отношениях превосходства, может вести к разным эффектам. Существуют «нетранзитивные» объекты, знакомство с которыми оказывает положительное влияние на изменение представлений о возможности существования других «нетранзитивных» объектов в других областях. Также есть «нетранзитивные» объекты, знакомство с которыми оказывает двойственное (как положительное, так и отрицательное) влияние на изменение этих представлений. И те, и другие объекты могут быть использованы для исследования понимания транзитивности/нетранзитивности превосходства.
- 5 Необходима программа изучения исторического и онтогенетического развития понимания транзитивности/нетранзитивности отношений превосходства как фундаментальных свойств мира. Динамика постановки и решения (или признания неразрешимости) различных задач о транзитивности/нетранзитивности, происходящая в социо- и онтогенезе – это важнейшая составляющая процесса познавательного развития в целом.

## Литература

- Абрамова Н. А., Коврига С. В. О рисках, связанных с ошибками экспертов и аналитиков // Труды 4-й Международной конференции «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций». М.: ИПУ РАН, 2004. Т. 2. С. 12–23.
- Гарднер М. Крестики-нолики. М.: Мир, 1988.
- Дружинин В. Н. Психология семьи. Екатеринбург: Деловая книга, 2000.
- Зиновьев А. А. Логическая физика. М.: Наука, 1972.
- Ивин А. А. Логика. М.: Знание, 1998.
- Козелецкий Ю. Психологическая теория решений. М.: Прогресс, 1979.
- Мельников Б., Радионов А. Программирование недетерминированных игр // А. Г. Гордон. Диалоги. М.: Предлог, 2005. С. 93–112.
- Мосеев А. В. Применение методов искусственного интеллекта в переборных алгоритмах. Дипломная работа. Ульяновск: УГУ. Механико-математический факультет, 1999. <http://underwood.narod.ru/as/diplom>.
- Поддьяков А. Н. Непереходность (нетранзитивность) отношений превосходства и принятие решений // Психология. Журнал Высшей школы экономики. 2006. №3. С. 88–111. [http://creativity.ipras.ru/texts/poddyakov\\_3-03pp88-111.pdf](http://creativity.ipras.ru/texts/poddyakov_3-03pp88-111.pdf).
- Поддьяков А. Н. Развитие понимания транзитивности и нетранзитивности отношения превосходства // III-я Международная конференция по когнитивной науке: Тезисы докладов. В 2 т. М.: Художественно-издательский центр, 2008. Т. 2. С. 414–416.
- Секей Г. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике. М.: Мир, 1990.
- Финоженок Д. GridWars II: битва за процессоры // Компьютерра. 2003. 19 августа. № 28 (503). <http://www.computerra.ru/25658/28732>.
- Шовен Р. Поведение животных. М.: Мир, 1972.
- Ainley S. Mathematical puzzles. New Jersey: Prentice-Hall, 1978.
- Anand P. The philosophy of intransitive preference // The economic journal. 1993. V. 103. P. 337–346.
- Arrow K. Social choice and individual values. New Haven: Yale University Press, 1963.
- Baumann P. Theory choice and the intransitivity of “Is a better theory than” // Philosophy of science. 2005. V. 72. P. 231–240.

- Bar-Hillel M., Margalit A.* How vicious are cycles of intransitive choice? // *Theory and decision*. 1988. V. 24. P. 119–145.
- Boddy L.* Interspecific combative interactions between wood-decaying basidiomycetes // *FEMS microbiology ecology*. 2000. V. 31. P. 185–94.
- Deshpande M. N.* Intransitive dice // *Teaching statistics*. 2000. V. 22. № 1. P. 4–5.
- Fishburn P. C.* Nontransitive preferences in decision theory // *Journal of risk and uncertainty*. 1991. № 4. P. 113–134.
- Flavell J. H., Miller P. H., Miller S. A.* *Cognitive development*. N. J.: Prentice-Hall, 2002.
- Intransitive dice. WWW Document URL <http://edp.org/dice.htm>.
- Kerr B., Riley M. A., Feldman M. W., Bohannan B. J. M.* Local dispersal promotes biodiversity in a real-life game of rock–paper–scissors // *Nature*. 2002. V. 418. P. 171–174.
- Kirkup B. C., Riley M. A.* Antibiotic-mediated antagonism leads to a bacterial game of rock–paper–scissors in vivo // *Nature*. 2004. V. 428. P. 412–414.
- Poddiakov A. N., Valsiner J.* Intransitivity cycles and their transformations: how dynamically adapting systems function? // *Mathematical models for research on cultural dynamics: qualitative mathematics for the social sciences* / Eds J. Valsiner, L. Rudolph. London: Routledge, 2011 (in press).
- Reichenbach T., Mobilia M., Frey E.* Mobility promotes and jeopardizes biodiversity in rock–paper–scissors games // *Nature*. 2007. V. 448. P. 1046–1049.
- Roberts T. S.* A ham sandwich is better than nothing: Some thoughts about transitivity // *Australian senior mathematics journal*. 2004. 18. № 2. P. 60–64.
- Semmann D., Krambeck H.-J., Milinski M.* Volunteering leads to rock–paper–scissors dynamics in a public goods game // *Nature*. 2003. V. 425. P. 390–393.
- Temkin L. S.* A continuum argument for intransitivity // *Philosophy and public affairs*. 1996. 25. P. 175–210.
- Tversky A.* Intransitivity of preferences // *Psychological review*. 1969. V. 76. P. 31–48.