

# МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 5 (146)

май

2013

**Редакционный совет:**

БОЛОТНИК Н. Н.  
 ВАСИЛЬЕВ С. Н.  
 КАЛЯЕВ И. А.  
 КРАСНЕВСКИЙ Л. Г.  
 КУЗНЕЦОВ Н. А.  
 ЛЕОНОВ Г. А.  
 МАТВЕЕНКО А. М.  
 МИКРИН Е. А.  
 ПЕШЕХОНОВ В. Г.  
 РЕЗЧИКОВ А. Ф.  
 СЕБРЯКОВ Г. Г.  
 СИГОВ А. С.  
 СИРОТКИН О. С.  
 СОЙФЕР В. А.  
 СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М.  
 ФЕДОРОВ И. Б.  
 ЧЕНЦОВ А. Г.  
 ШЕРБАТЮК А. Ф.  
 ЮСУПОВ Р. М.

**Главный редактор:**

ФИЛИМОНОВ Н. Б.

**Заместители гл. редактора:**

ПОДУРАЕВ Ю. В.  
 ПУТОВ В. В.  
 ЮЩЕНКО А. С.

**Ответственный секретарь:**

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

**Редакционная коллегия:**

АЛЕКСАНДРОВ В. В.  
 АНТОНОВ Б. И.  
 АРШАНСКИЙ М. М.  
 БУКОВ В. Н.  
 ВИТТИХ В. А.  
 ВОСТРИКОВ А. С.  
 ГОЛУБЯТНИКОВ И. В.  
 ГРАДЕЦКИЙ В. Г.  
 ИВЧЕНКО В. Д.  
 ИЛЬЯСОВ Б. Г.  
 КОЛОСОВ О. С.  
 КОРОСТЕЛЕВ В. Ф.  
 КУЗЬМИН Н. Н.  
 ЛЕБЕДЕВ Г. Н.  
 ЛОХИН В. М.  
 ПАВЛОВСКИЙ В. Е.  
 ПРОХОРОВ Н. Л.  
 РАПОПОРТ Э. Я.  
 СЕРГЕЕВ С. Ф.  
 ТИМОФЕЕВ А. В.  
 ФИЛАРЕТОВ В. Ф.  
 ФРАДКОВ А. Л.  
 ФУРСОВ В. А.  
 ШАЛОБАЕВ Е. В.  
 ЮРЕВИЧ Е. И.

**Редакция:**

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

## СОДЕРЖАНИЕ

### МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Афанасьев В. Н., Окунькова Е. В.** Гарантированное управление нелинейным объектом (на примере ядерного реактора на тяжелой воде) . . . . . 2  
**Арановский С. В., Бобцов А. А., Пыркин А. А.** Алгоритм управления линейным параметрически не определенным объектом с входным запаздыванием и неизвестным постоянным возмущением . . . . . 5  
**Куцый Н. Н., Лукьянов Н. Д.** Параметрическая оптимизация АИМ-систем с помощью генетического алгоритма . . . . . 10

### ИДЕНТИФИКАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ОБОРУДОВАНИЕМ

- Калитаев А. Н., Тутарова В. Д.** Параметрическая идентификация модели внешнего теплообмена заготовки в сортовой машине непрерывного литья заготовок . . . . . 14  
**Титов В. С., Бобырь М. В., Анциферов А. В.** Адаптивный мультисетевой алгоритм нечетко-логического вывода в задачах управления оборудованием с ЧПУ . . . . . 18

### РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Письменная Е. В., Митрофанов И. Е., Комаров П. А., Аведиков Г. Е.** Система управления движением мобильного робота по произвольным траекториям . . . . . 24  
**Филаретов В. Ф., Губанков А. С.** Синтез системы формирования программных сигналов для электроприводов многозвенных манипуляторов . . . . . 30

### МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

- Кондратьев В. А.** Сравнительный анализ динамических сил электромагнитного привода . . . . . 35  
**Когут А. Т., Лаврухин А. А.** Приближенные алгоритмы траекторного управления в системах диагностирования технического состояния электромеханических объектов подвижного состава . . . . . 40

### ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

- Ченцов А. А., Ченцов А. Г., Ченцов П. А.** Задачи маршрутизации с ограничениями и сложными функциями стоимости . . . . . 45  
**Алгулиев Р. М., Пашаев А. Б., Панахов Н. А.** О задаче определения пунктов для установки передающих станций цифрового телевидения . . . . . 53

### Журнал в журнале "УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ"

- Клейменова Е. М., Скобелев П. О., Ларюхин В. Б., Майоров И. В., Косов Д. С., Симонова Е. В., Царев А. В., Феоктистов А. Л., Полончук Е. В.** Мультиагентная технология адаптивного планирования и управления проектами НИР и ОКР в аэрокосмических приложениях . . . . . 58  
**Лавровский Э. К.** Об одном типе задач оптимальной переориентации орбит . . . . . 64  
**Contents** . . . . . 69

*Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования*

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:  
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: [mech@novtex.ru](mailto:mech@novtex.ru)

УДК 517.997, 519.774.2, 681.511.4

**В. Н. Афанасьев**, д-р техн. наук, проф.,

afanval@mail.ru,

**Е. В. Окунькова**, соискатель,

okounkova@gmail.com,

НИУ ВШЭ, Москва

## Гарантированное управление нелинейным объектом (на примере ядерного реактора на тяжелой воде)

*Задача конструирования управляющих воздействий для реактора на тяжелой воде при неопределенности изменений его параметров рассматривается в ключе дифференциальной игры. Возможность представления нелинейного уравнения динамики объекта в виде системы с параметрами, зависящими от состояния (State Dependent Coefficients), и квадратичский функционал качества позволяют перейти от необходимости решения скалярного уравнения в частных производных (уравнения Гамильтона—Якоби—Беллмана) к уравнению Риккати с параметрами, зависящими от состояния. Реализуемое решение получено путем применения метода минимакса. Приведены результаты математического моделирования системы в задаче останова ядерного реактора.*

**Ключевые слова:** нелинейные системы, оптимальное управление, дифференциальные игры, уравнение Риккати

### Введение

В последние несколько лет для решения задач стабилизации нелинейных объектов были предложены алгоритмы управления, использующие уравнение Риккати, зависящее от параметров состояния. Проблема управления нелинейными объектами с их эквивалентным представлением в виде линейных моделей с параметрами, зависящими от состояния, и функционалами, матрицы штрафа которых также зависят от состояния объекта, впервые исследованная Пирсоном [1], была затем расширена Верили и Куком [2], а также рассмотрена независимо Мрацеком и Клутером [3]. Но, несмотря на многочисленные результаты успешных применений метода SDRE, опубликованные за последние несколько лет, остается ряд проблем. В данной статье рассмотрена задача гарантирующего управления нелинейным объектом при известных пределах возмущающих воздействий.

Задачей гарантированного управления по отношению к множеству целей, функционалу качества, множеству допустимых управлений, множеству состояний, включая состояние объекта в момент начала управления, а также множеству возможных значений параметров и характеристик элементов объекта является отыскание управления, принадлежащего допус-

тимому множеству управляющих воздействий, минимизирующего заданный функционал и обеспечивающего перевод системы из начального состояния в заданное множество целей при любых значениях параметров и характеристик элементов объекта, принадлежащих множеству возможных значений [4]. Это означает, что гарантированным значением критерия качества при таком управлении будет величина

$$J^0 = \inf_{u \in U} \sup_{\alpha \in \Omega} J(x, u) |_{g(x(T)) \leq d}$$

Здесь  $d$  — фиксированная неотрицательная постоянная,  $g(x(T))$  — скалярная функция,  $x(T)$  — состояние, принимаемое объектом в момент окончания периода управления при конкретных значениях параметров  $\alpha \in \Omega$  и соответствующем управлении  $u$ .

В качестве примера рассматривается задача останова реактора на тяжелой воде [5]. Большой реактор с тяжеловодным замедлителем и теплоносителем под давлением — это сложная система высокого порядка с большим числом состояний и входных переменных. Достаточно точным методом исследования является узловый метод, в основу которого положено решение уравнения диффузии нейтронов с помощью разделения активной зоны реактора на несколько зон или узлов. Взаимодействие между зонами определяется коэффициентами взаимодействия, определенными в модели. В данной статье рассмотрена узловая модель активной зоны большого тяжеловодного реактора мощностью 540 МВ.

### Постановка задачи

Для описания математической модели реактор условно разделяют на четырнадцать зон, рассматриваемых как четырнадцать маленьких ядер, каждое из которых связано с соседними ядрами посредством уравнений нейтронной диффузии. В результате можно записать упрощенную математическую модель реактора в следующем виде [5]:

$$\begin{aligned} \frac{dP_i}{dt} &= \frac{1}{l} \sum_{j=1}^{14} (a_{ji}P_j - a_{ij}P_i) + \\ &+ \left( \frac{-K_i(H_i - H_{i0}) - \frac{\bar{\sigma}_{X_i}X_i}{\Sigma_{ai}} - \beta}{l_i} \right) P_i + \lambda C_i; \\ \frac{dC_i}{dt} &= -\lambda C_i + \frac{\beta}{l_i} P_i; \quad \frac{dI_i}{dt} = \gamma_I \Sigma_{fi} P_i - \lambda_I I_i; \\ \frac{dX_i}{dt} &= \gamma_X \Sigma_{fi} P_i + \lambda_I I_i - (\lambda_X + \bar{\sigma}_{X_i} P_i) X_i; \quad \frac{dH_i}{dt} = -m_i q_i, \\ &i = 1, 2, \dots, 14, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $i$  и  $j$  — номера соответствующих зон реактора;  $P_i$  — мощность  $i$ -й зоны, МВт;  $C_i$  — концентрация ядер предшественников запаздывающих нейтронов в  $i$ -й зоне, моль/см<sup>3</sup>;  $I_i$  — концентрация йода в  $i$ -й зоне, моль/см<sup>3</sup>;  $X_i$  — концентрация ксенона в  $i$ -й зоне, моль/см<sup>3</sup>;  $H_i$  — уровень воды в  $i$ -й зоне, см;  $l_i$  — время мгновенных нейтронов, с;  $\beta$  — доля запаздывающих нейтронов;  $\lambda$  — постоянная распада, с<sup>-1</sup>;  $\lambda_I$  — постоянная распада йода, с<sup>-1</sup>;  $\lambda_X$  — постоянная распада ксенона, с<sup>-1</sup>;  $\Sigma_{ai}$  — коэффициент поглощения тепловых нейтронов, см<sup>-1</sup>;  $\Sigma_{fi}$  — коэффициент деления тепловых нейтронов, см<sup>-1</sup>;  $\gamma_I$  — количество йода, полученное при делении;  $\gamma_X$  — количество ксенона, полученное при делении;  $a_{ij}$  — коэффициент связи;  $\sigma_{X_i}$  — сечение поглощения тепловых

нейтронов ксенона, см<sup>2</sup>;  $\bar{\sigma}_{X_i} = \frac{\sigma_{X_i}}{\Sigma_{eff}\Sigma_{fi}V_i}$ ;  $\Sigma_{eff}$  — энергия, выделяемая при делении ядра, МДж;  $\alpha_{ij}$  — коэффициент связи:

$$a_{ij} = \begin{cases} \frac{D\nu\psi_{ij}}{d_{ij}V}, & \text{если } i \neq j, \\ 0, & \text{если } i = j; \end{cases}$$

$\psi_{ij}$  — площадь перекрытия между  $i$ -й и  $j$ -й зонами, см<sup>2</sup>;  $V_i$  — объем тяжелой воды в  $i$ -й зоне, см<sup>3</sup>;  $d_{ij}$  — расстояние между  $i$ -й и  $j$ -й зонами, см;  $D$  — коэффициент диффузии, см;  $\nu$  — скорость тепловых нейтронов, см/с.

Задача управления заключается в построении воздействий, которые остановят работу реактора. В качестве управляющих воздействий являются уровни тяжелой воды в каждой зоне реактора.

### Синтез гарантирующего управления

Пусть  $x_i^T(t) = [P_i, C_i, X_i, H_i, I_i]$ ,  $i = 1, \dots, 14$ . Запишем исходную систему (1) в виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= f(x) + g(x)u(t), \quad x(0) = x_0; \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $x \in R^{70}$  — состояние системы;  $x_0 \in X_0$ ,  $X_0$  — область возможных начальных состояний системы;  $y \in R^{14}$  — выход системы;  $u \in R^{14}$  — управление, подлежащее нахождению; матрицы  $f(x)$ ,  $g_1(x)$  — действительные и непрерывные.

Введем функционал качества

$$J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)\} dt, \quad (3)$$

где матрицы  $Q \geq 0$ ,  $R > 0$ . О значениях параметров этих матриц будет сказано ниже.

Введем непрерывную положительно определенную функцию Беллмана  $V(x) = J(x, u)$ .

Функция  $V(x)$  является решением уравнения Гамильтона—Якоби—Беллмана

$$\frac{\partial V(x)}{\partial t} + H\left(x, u, \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)}\right) = 0, \quad (4)$$

где  $H$  — гамильтониан:

$$\begin{aligned} H\left(x, u, \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)}\right) &= \frac{1}{2} [h^T(x)Qh(x) + u^T(t)Ru(t)] + \\ &+ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} [f(x) + g(x)u(t)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Оптимальная стратегия с обратной связью определяется выражением [6]

$$u(t) = -R^{-1}g^T(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T. \quad (6)$$

Используя SDC-линеаризацию [1], представим исходную систему (1) в виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= A(x)x(t) + g(x)u(t), \quad x(0) = x_0; \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь

$$A(x) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & A_{13} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & A_{14} \end{bmatrix}; \quad g = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & g_{13} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & g_{14} \end{bmatrix},$$

$$\text{где } A_i(x) = \begin{bmatrix} -\lambda_I & 0 & 0 & 0 & \gamma_I \Sigma_f \\ \lambda_I & -\lambda_X - \bar{\sigma}_X P_i & 0 & 0 & \gamma_X \Sigma_f \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 & \frac{\beta}{l} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-l \bar{\sigma}_X P_i}{\Sigma_a} & \lambda & \frac{-K P_i}{l} & \frac{K H_0 - \beta - a_{ij}}{l} \end{bmatrix};$$

$$g_i^T = [0 \ 0 \ 0 \ -m_i \ 0], \quad i = 1, \dots, 14.$$

Принимая во внимание, что в рассматриваемом случае  $\frac{\partial V(x)}{\partial t} = 0$ , перепишем уравнение Гамильтона—Якоби—Беллмана (4) с учетом (5):

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} A(x)x(t) + \frac{1}{2} x^T(t) A^T(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T - \\ - \frac{1}{2} \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} g(x) R^{-1} g^T(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T + \frac{1}{2} x^T(t) C^T Q C = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Определим вектор  $\left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T = S(x)x(t)$ . Тогда из уравнения (8) получим

$$\begin{aligned} S(x)A(x) + A^T(x)S(x) - \\ - S(x)g(x)R^{-1}g^T(x)S(x) + C^T Q C = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Оптимальное управляющее воздействие (6) с учетом введенного вектора  $S(x)x(t)$  принимает вид

$$u(t) = -R^{-1}g^T(x)S(x)x(t). \quad (10)$$

При этом оптимальное значение функционала качества полностью определяется начальными значениями системы [4]

$$J(x, u, w) = \frac{1}{2} x_0^T S(x_0)x_0,$$

где  $S(x_0)$  — решение уравнения (9) при  $x = x(0)$ .

Как нетрудно видеть, основная проблема реализации управления  $u(t)$  заключается в нахождении решения уравнения Риккати (9) с параметрами, зависящими от состояния.

Гарантированное управление объектом (1) находится с использованием принципа минимакса. Для этого строится модель, содержащая "наименее благоприятные значения параметров" объекта (1):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} z(t) &= A^*z(t) + g^*u_M(t), \quad z(t_0) = x_0; \\ h(t) &= Cz(t). \end{aligned} \quad (11)$$

"Наименее благоприятные значения параметров" таковы, что  $\|z(t)\| \geq \|x(t)\|$ . Управление  $u_M(t)$  определяется выражением

$$u_M(t) = -R^{-1}(g^*)S^*z(t),$$

где матрица  $S^*$  является решением алгебраического уравнения Риккати с постоянными параметрами

$$S^*A^* + (A^*)^T S^* - S^*g^*R^{-1}(g^*)^T S^* + C^T Q C = 0.$$

### Математическое моделирование ядерного реактора с гарантирующим управлением

Приведем физические данные для всех зон реактора на тяжелой воде [4]:

$$\begin{aligned} l &= 7,9 \cdot 10^{-4} \text{ с}; \quad \beta = 7,5 \cdot 10^3; \quad \lambda = 9,1 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}; \\ \lambda_l &= 2,878 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}; \quad \lambda_X = 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}; \\ \Sigma_a &= 3,2341 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1}; \quad \Sigma_f = 1,262 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1}; \\ \gamma_I &= 6,18 \cdot 10^{-2}; \quad \gamma_X = 6 \cdot 10^{-3}; \quad \sigma_X = 1,2 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2; \\ \Sigma_{eff} &= 3,2 \cdot 10^{-17} \text{ МДж}; \quad D = 0,9328 \text{ см}; \\ v &= 3,19 \cdot 10^5 \text{ см/с}; \quad K = -3,5 \cdot 10^{-5}; \\ m &= 2; \quad H_0 = 100 \text{ см}. \end{aligned}$$

Результаты математического моделирования приведены в таблице и на рис. 1—3 для зон реактора.

Как видно из графиков концентраций  $^{135}\text{Xe}$  и  $^{135}\text{I}$ , после остановки реактора количество вещества ксенона продолжает расти продолжительное время. Этот факт не позволяет осуществить запуск реактора сразу после его остановки вследствие того, что  $^{135}\text{Xe}$  обладает большим сечением поглощения тепловых нейтронов и его высокая концентрация мешает работе реактора в нормальном режиме. Концентрация  $^{135}\text{Xe}$  растет до тех пор, пока не станет равной концентрации  $^{135}\text{I}$ , после чего начинает убывать вместе с концентрацией  $^{135}\text{I}$ .

Начальные условия для модели реактора

Зона	Мощность, МВт	Объем, м <sup>3</sup>
1, 6, 8, 13	132,75	14,7
2, 7, 9, 14	135,99	14,7
3, 10	123,30	17,6
4, 11	98,55	8,8
5, 12	123,30	17,6

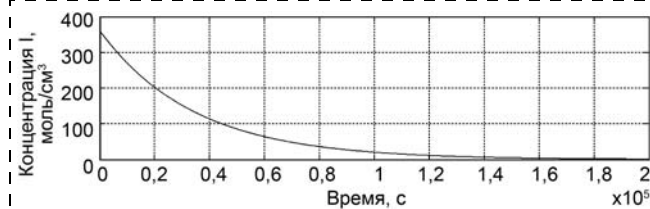


Рис. 1. График изменения концентрации  $^{135}\text{I}$  в реакторе

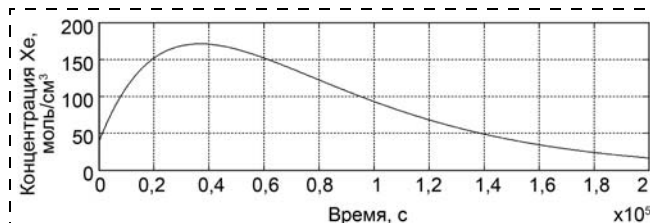


Рис. 2. График изменения концентрации  $^{135}\text{Xe}$  в реакторе

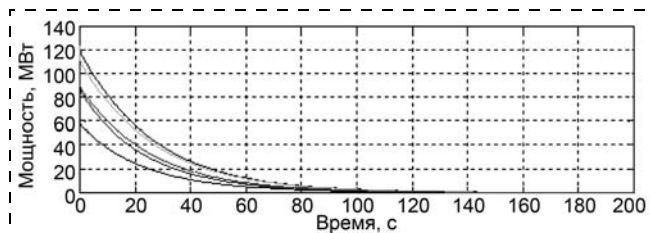


Рис. 3. График изменения мощности в пяти зонах

Графики изменения мощности в каждой зоне имеют схожее поведение и немногим отличаются друг от друга, что показывает небольшое отличие параметров в каждой зоне. Как видно из графиков на рис. 3, мощность в пяти зонах падает до 0 приблизительно за 150 с, что примерно совпадает с результатами, полученными в работе [7].

### Список литературы

1. Person J. D. Approximation methods in optimal control // J. of Electronics and Control. 1962. N 12. P. 453—469.
2. Wernli A., Cook G. Suboptimal control for the nonlinear quadratic regulator problem. Automatica. 1975. N 11. P. 75—84.
3. Mrasek C. P., Clouter J. R. Control design for the nonlinear benchmark problem via sdr method // Int. J. Robust and Nonlinear Control. 1998. N 8. P. 401—433.
4. Афанасьев В. Н. Гарантирующее управление нелинейными объектами. М.: МИЭМ, 2012. 167 с.
5. Datatreya Reddy G., Park Y. J., Bandyopadhyaya B., Tiwari A. P. Discretetime output feedback sliding mode control of a large pressurized heavy water reactor // 17<sup>th</sup> WC IFAC. Seoul, 2008. 6 p.
6. Янг Л. Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления. М.: Изд-во Мир, 1974. 488 с.
7. Nifisah Khan Decentralized State-Space Controller Design of a Large PHWR, University of Ontario Institute of Technology, 2009. 67 p.