6) моделирование исходов схемы по их полученному в п.4) вероятностному распределению методом маркировки.

2, Задача нумерации

Задача нумерации состоит в получении вида исхода по его номеру (прямая задача нумерации) и получения номера исхода по его виду (обратная задача нумерации).

Если задача нумерации решается таблично-программным путем, то соответствие видов исходов схемы и их номеров требует большую память и получается только для конкретных параметров схемы. Поэтому ценнее аналитическое решение задачи, которое и будет одной из главных целей комбинаторного анализа схемы.

Результаты решения задачи нумерации могут использоваться в дальнейших комбинаторных исследованиях схемы по следующим направлениям:

1) для компактного хранения информации об исходах схемы;

2) результат решения прямой задачи нумерации, т.е. формула для номера последнего, обычно очевидного по дисциплины нумерации, исхода дает число исходов схемы;

3) результат решения обратной задачи нумерации дает возможность моделировать исход схемы путем разыгрывания его номера с известным вероятностным распределением исходов схемы.

Литература

1. Энатская Н.Ю.,Хакимуллин Е.Р. Метод графов для решения задач перечислительной комбинаторики.*Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика*, Санкт-Петербург, вып.8, 2014, с. 15-21.

2. Энатская Н.Ю., Хакимуллин Е.Р. Стохастическое моделирование, М.: МИЭМ. 2012.

3. Колчин А.В., Энатская Н.Ю. Комбинаторный анализ схемы перестановок. *Труды КНЦ РАН*, Петрозаводск, 4, 2014, с. 80-86.

4. Энатская Н.Ю. Комбинаторный анализ схемы сочетаний. *Промышленные АСУ и контроллеры,* вып.8, 2015, с.35-40.

КОМБИНАТОРНЫЙ АНАЛИЗ СЛУЧАЙНЫХ ПОДСТАНОВОК ЗАДАННЫХ ЦИКЛОВЫХ СТРУКТУР

Энатская Н.Ю., Хакимуллин Е.Р.

Национальный исследовательский университет. Высшая школа экономики

УДК 519.115:519.2

Изучаются вопросы нахождения численностей подстановок с заданной информацией об их цикловых структурах, прямого перечисления и моделирования их исходов.

Ключевые слова: случайные подстановки, цикловая структура, перечисление исходов, моделирование.

Combinatorial analysis of random permutations of a given structures of cycle N.Yu. Enatskaya, E.R.Khakimullin

We stady the questions of finding the number of permutations with a given information of the structures of cycles, the direct enumeration and modelling of their outcomes.

Key words: random permutations, structure of cycles, enumeration of outcomes, modelling.

Введение

Подстановка размера n задает последовательность взаимно-однозначных отображений всех *n* элементов множества {1,2,...,*n}* на себя и записывается в виде двустрочного соответствия элементов вида (12 ... *n*) и ($i_1 i_2 ... i_n$)в матричной форме.

Подстановки можно задавать перестановками элементов ее нижней строки.

Цикл подстановки образует группа элементов, возвращающихся при данном отображении к исходному элементу.

Цикловая структура подстановки задается вектором $\bar{\alpha}$ = (α_1, α_2,..., α_n), где α_i - число циклов размера i, $i = \overline{1, n}$; $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = k -$ число циклов подстановки, а$\sum_{i=1}^{n} i\alpha_i = n.$

Случайные подстановки можно задавать своими цикловыми группами в круглых скобках с перечислением номеров в каждой в порядке отображений внутри цикловой группы, начиная с минимального номера

в ней, а группы перечисляются в порядке роста их размеров, причем группы одного размера - в порядке роста минимальных номеров элементов в них.

Полученные результаты чисел Nисходов схем и их перечисления

1. Подстановки любой цикловой структуры: $N= n!$.

Перечислительная задача всех равновероятных перестановок нижних строк подстановок решена в [1].

2. Однодикловые подстановки: $N= (n - 1)!$.

Для явного перечисления всех одноцикловых подстановок записываем их в виде всех перестановок по [1], начиная с 1 и рассматривая их как последовательные отображения в подстановке.

3. Подстановки без единичных циклов

$$N = n!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^n}{n!}\right)$$

Перечисление всех подстановок без единичных циклов производим путем перечисления по [1] всех $n!$ перестановок нижних строк подстановок с отбраковкой дающих хотя бы один ноль в разности элементов ее строк.

4. Подстановки с ровно k единичными циклами

$N = C_n^k (n-k)!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^{n-k}}{(n-k)!}\right)$.

Перечисление подстановок с ровно $к$ единичными циклами производят путем выполнения следующих шагов: по алгоритму [2] перечисляем все сочетания C_n^k выборов k элементов, составляющих единичные циклы; по алгоритму п.3 перечисляем все подстановки из $(n - k)$ различимых элементов без единичных циклов; сочетая все результаты первых двух шагов, получаем перечень всех подстановок с ровно k единичными циклами.

5. Подстановки с ровно k единичными циклами и одним циклом, размером $(n- k)$

$N = C_n^k (n-k-1)!$.

Для перечисления всех подстановок данного вида совершаем следующие шаги: по алгоритму [2] перечисляем все сочетания C_n^k выборов $к$ элементов, составляющих единичные циклы; по алгоритму [1] перечисляем все перестановки из остальных после выполнения п.1 $(n - k)$ различимых элементов в нижних строках подстановок; сочетая все результаты первых двух шагов, получаем полный перечень всех подстановок заданного вида.

Подстановки с заданной цикловой структурой

$\bar{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_n)$ - вектор заданной цикловой структуры подстановки размера n.

$N = \frac{n!}{\prod_{i=1}^n (i\alpha_i)!} \frac{(i\alpha_i)!((i-1)!)^{\alpha_i}}{(i!)^{\alpha_i}(\alpha_i)!} = \frac{n!}{\prod_{i=1}^n i^{\alpha_i}(\alpha_i)!}$.

Перечисление всех подстановок данного вида совершаем в несколько этапов: 1) производим перечисление перестановок с повторением по алгоритму из [3]; 2) упорядочиваем группы по их размерам в возрастающем порядке, группы одного размера в алфавитном порядке входящих в них элементов, считая алфавитом номера n элементов подстановки , а элементы в каждой группе перечисляем в полученном взаимном порядке, начиная с элемента с минимальным номером в группе путем циклического сдвига элементов группы; 3) сравнивая результаты п. 2), отбрасываем повторяющиеся, оставляя только разные, учитывающие только размеры циклов, составы элементов циклов и взаимные порядки отображений элементов циклов - в результате получаем перечень всех подстановок заданной цикловой структуры.

При моделировании случайных подстановок по заданной информации об их цикловых структурах опираемся на процедуру моделирования базовых схем из [1] - [3].

Литература

1. Колчин А.В., Энатская Н.Ю. Комбинаторный анализ схемы перестановок. *Труды КНЦ РАН. Сер. Математическое моделирование и информационные технологии,* вып.4. Петрозаводск, 2014, с.80-86.

2. Энатская Н.Ю. Комбинаторный анализ схемы сочетаний. *Промышленные АСУ и контроллеры,* вып.8, 2015, с.35-40.

3.Энатская Н.Ю., Хакимуллин Е.Р. Стохастическое моделирование., М., МИЭМ, 2012

ПОДСИСТЕМА КОМПЛЕКСИРОВАНИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ И ХАРАКТЕРИСТИК КОРПОРАТИВНЫХ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ

Сафонова И.Е., Желенков Б.В., Голдовский Я.М., Цыганова Н.А.

Москва, МГУПС (МИИТ)