

О НАУЧНЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ ДМИТРИЯ АНДРЕЕВИЧА ГУДКОВА

Г.М. Полотовский

*Математик, решивший одну из проблем
Гильберта, занимал тем самым почётное
место в математическом сообществе.*

Герман Вейль

Дмитрий Андреевич Гудков родился 18 мая 1918 года в Вологде. Его отец, Андрей Фёдорович, землемер по профессии, в начале Первой мировой войны был мобилизован, затем был офицером Красной Армии и пропал без вести в 1919 году. Мать Дмитрия Андреевича, Нина Павловна (в девичестве Чекалова), работала врачом. Она была широко образованным человеком, знала немецкий и французский языки, хорошо играла на фортепиано.

В 1926 году Нина Павловна и Дима переехали в Нижний Новгород, а затем стали жить в посёлке «Память Парижской коммуны» на берегу Волги недалеко от города. Здесь Нина Павловна вторично вышла замуж и в 1931 году родила второго сына, Костю. Второе замужество оказалось несчастливым и недолгим, и Дима заменил своему младшему брату отца и наставника.

В 1935 году семья вернулась в Горький (так стал называться Нижний Новгород), чтобы Дима закончил 10-й класс в городской школе – планировалось поступление в университет. В 1936 году Дима поступил на физико-математический факультет Горьковского университета, 2 июля 1941 года он получил диплом о его окончании, а 7 июля был мобилизован. После обучения на ускоренных (три месяца) артиллерийских курсах в Москве Дмитрий Андреевич с октября 1941 года и до окончания войны был на фронте, принимал участие во взятии Берлина. Награждён боевыми медалями и орденом. Во время войны Дмитрий Андреевич подал заявление о вступлении в Коммунистическую партию¹, однако был принят лишь в 1948 году. В феврале 1946

¹Много лет спустя Дмитрий Андреевич вспоминал: «Когда я пытался восстановить справедливость, я всегда слышал в ответ: “Ты, Гудков, не член партии, поэтому ты должен молчать.” Я понял, что не вступив в партию, я ничего не добьюсь».

Немного осовремененный вариант текста, впервые опубликованного на английском языке в посвящённой памяти Д.А. Гудкова книге «Topology of real algebraic Varieties and Related Topics», AMS Translations, Ser. 2, Vol. 173, 1996. P. 1–9.

года Дмитрий Андреевич вернулся в университет, где работал потом всю жизнь. Вот список его университетских «позиций»:

- 1946 – ассистент кафедры алгебры и геометрии;
- 1948 – аспирант, затем ассистент (с 1952 года) и доцент (с 1954 года) кафедры математического анализа;
- 1961 – заведующий кафедрой математики радиофизического факультета (с 1971 года – профессор);
- 1978 – 1988 – заведующий кафедрой геометрии и высшей алгебры механико-математического факультета;
- 1988 – 1992 – профессор этой кафедры.

В 1953 году Дмитрий Андреевич женился. Его жена Наталья Васильевна окончила физический факультет Горьковского университета, она училась в студенческой группе, в которой Дмитрий Андреевич вёл практические занятия. Позже их дети, Юрий и Александра, окончили этот же факультет.

13 марта 1992 года, через несколько дней после случившегося у него инфаркта, Дмитрий Андреевич скончался.

Дмитрий Андреевич Гудков в своих воспоминаниях² о годах войны писал: «Ещё в шестом классе под влиянием замечательного учителя – Петра Михайловича Безелева – я полюбил математику»³. И далее: «Я сначала мечтал стать инженером. В десятом классе уже твёрдо решил стать математиком и даже говорил друзьям, что буду профессором. Почему полюбил математику? Видимо, сказался мой характер. Математика даёт человеку больше независимости, чем какие-либо другие науки».

Дмитрий Андреевич учился в школе очень хорошо, а университет окончил с отличием. Однако его математические исследования начались много позже: помешала война.

Когда Дмитрий Андреевич вернулся из армии в университет, в Горьком активно работала большая группа физиков и математиков, называемая школой Андронова. Академик Александр Александрович Андронов, физик по специальности, имел очень широкий научный кругозор. В частности, он интересовался некоторыми чисто математическими проблемами. Андронов обратил внимание на аналогию между

² Д.А. Гудков. Артиллерийский техник. В книге «Защитившие Родину». Вып. 3. Н.Новгород. 1991. С. 142–147.

³ В то же самое время Дмитрий Андреевич заинтересовался шахматами. Этот интерес он сохранил на всю жизнь, следил за матчами на первенство мира, разбирал партии. Как любитель он играл очень хорошо.

изучением топологической структуры динамических систем и топологии алгебраических кривых. В 1948 году он высказал предположение, что разработка теории бифуркаций алгебраических кривых, основанной на понятиях грубости и степеней негрубости, первоначально определённых для динамических систем⁴, будет весьма полезна для классификации алгебраических кривых. Тогда же А.А. Андронов и его сотрудник профессор А.Г. Майер предложили эту задачу Д.А. Гудкову. Узнав об этом несколько позже, весной 1950 года академик И.Г. Петровский, автор замечательной работы «О топологии вещественных плоских алгебраических кривых»⁵, предложил параллельно с построением теории сконцентрировать усилия на конкретной задаче классификации неособых кривых степени 6, включённой Давидом Гильбертом в 16-ю проблему его знаменитого списка «Математические проблемы»⁶.

Вся дальнейшая исследовательская деятельность Дмитрия Андреевича в области математики оказалась сосредоточенной вокруг упомянутых задач. Его основные результаты по общей теории бифуркаций алгебраических кривых изложены в [2, 5 – 8]⁷. Результаты Дмитрия Андреевича о кривых степени 6 оказали исключительно сильное влияние на дальнейшее развитие вещественной алгебраической геометрии, поэтому следует рассказать о них более детально.

Техника для решения задачи о кривых степени 6 в главных чертах была разработана Д.А. Гудковым уже в кандидатской диссертации [1]. Она базировалась на теории бифуркаций и состояла в изучении перестроек кривой при непрерывных и не обязательно малых изменениях её коэффициентов. Идея такого подхода к этой задаче восходит к Гильберту, ученицы которого Г. Кан и К. Лёбенштейн в своих диссертациях⁸ пытались доказать невозможность кривой степени 6 со схемой $\langle 11 \rangle$ (т. е. состоящей из одиннадцати овалов вне друг друга). Затем К. Роон⁹ теми же методами пытался доказать невозможность кривых сте-

⁴См. А. Андронов и Л. Понтрягин. Грубые системы. ДАН СССР, 14:5 (1937). С. 247–252.

⁵Ann. of Math., 39:1 (1938). P. 187–209.

⁶D. Hilbert. Mathematische Probleme. Arch. Math. Phys. 3 Reihe. Bd. 1 (1901). P. 44–63, 213–237.

⁷Номера даны по приложенному ниже списку публикаций Д.А. Гудкова.

⁸G. Kahn. Eine allgemeine Methode zur Untersuchung der Gestalten algebraischer Kurven. Inaugural Dissertation. Göttingen (1909); K. Löbenstein. Ueber den Satz, dass ebene algebraische Kurve 6 Ordnung mit 11 sich ein ander ausschliessenden Ovalen nicht existiert. Inaugural Dissertation. Göttingen (1910).

⁹Die ebene Kurve 6 Ordnung mit elf Ovalen. Berichte über die Verhandl 63 (1911). S. 540–555; Die Maximalzahl und Anordnung der Ovale bei der ebenen Kurve 6 Ordnung und bei der Fläche 4 Ordnung. Math. Ann., 73 (1913). S. 177–229.

пени 6 со схемами¹⁰ $\langle 11 \rangle$ и $\frac{10}{1}$. Однако доказательства в упомянутых работах имели существенные пробелы. Гудков писал: «Без классификации по степеням негрубости практически невозможно разобраться в большом числе логически возможных сложных ситуаций (возникающих при изменении коэффициентов кривой – Г.П.)» ([23], с. 44). Но: «К. Роон внёс важный вклад в развитие идеи Гильберта» (там же) и «Мы считаем работы Роона весьма значительными» ([16], с. 153). Исходя из сказанного, Гудков назвал в [18, 23] вышеупомянутый подход «методом Гильберта-Роона»¹¹.

Итак, метод Гильберта-Роона для кривых степени 6 был, по существу, разработан в [1], но классификация неособых кривых степени 6 в [1] и [3] содержала ошибки; в частности, в [1] неверно утверждалась¹² справедливость гипотезы Гильберта о невозможности кривой степени 6 со схемой $\frac{5}{1}$. Исправление всех ошибок и изложение доказательств потребовало многолетней интенсивной работы, результатом которой стали серия статей [11 – 17] и докторская диссертация Д.А. Гудкова [18]. Основной результат: неособыми кривыми степени 6 реализуемы только схемы, расположенные на рис.1 ниже ломаной.

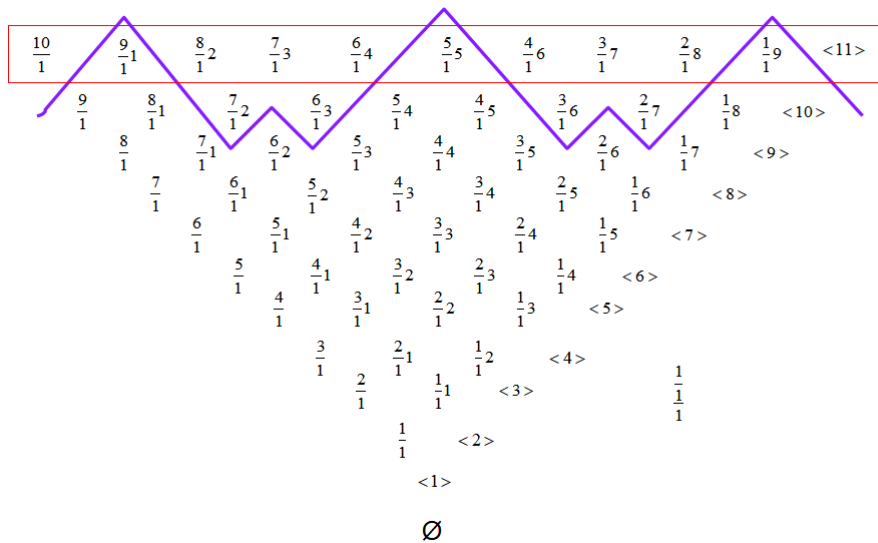


Рис. 1. Классификация Гудкова

¹⁰В обозначениях Гудкова выражение $\frac{m}{1}n$ означает схему, состоящую из $m + n$ овалов вне друг друга и ещё одного овала, охватывающего m из этих овалов.

¹¹Современное название – метод Гильберта-Роона-Гудкова.

¹²Соответствующее неверное доказательство не было опубликовано.

Основные результаты исследований Д.А. Гудкова можно подразделить следующим образом:

- (i) разработка метода Гильберта-Роона;
- (ii) изотопическая классификация вещественных неособых плоских проективных кривых степени 6;
- (iii) открытие ограничения типа сравнения¹³ для M -кривых¹⁴ степени $2k$:

$$\chi(B_+) \equiv k^2 \pmod{8};$$

здесь $\chi(B_+)$ – эйлерова характеристика ориентируемой «половины» дополнения к кривой (т. е. B_+ – объединение всех компонент связности дополнения, на которых многочлен, определяющий кривую, имеет один и тот же знак, причём B_+ ориентируемо)¹⁵;

- (iv) развитие теории деформаций вещественных алгебраических кривых;
- (v) классификация плоских вещественных кривых степени 4.

По поводу (i) уже сказано выше. Остановимся кратко на (ii) – (v).

Пункт (ii) означает, что на вопрос о кривых степени 6, включённый Гильбертом в его 16-ю проблему, был, наконец, получен ответ. При этом оказалось, что гипотеза Гильберта о невозможности кривой со схемой $\frac{5}{1}5$ неверна. Следует отметить, что первоначальное доказательство этого факта в [18] было чрезвычайно сложным. Оно занимало 28 страниц текста, представляло собой «чистое доказательство существования» и было получено как комбинация метода Гильберта-Роона и квадратичных преобразований¹⁶. Насколько мне известно, Д.А. Гудков был первым, кто применил квадратичные преобразования при изучении топологии неособых кривых¹⁷.

Открытие сравнения из пункта (iii) было толчком, который вывел топологию вещественных алгебраических многообразий из «периода застоя»: до 1970 года Дмитрий Андреевич Гудков по существу был

¹³Все известные до этого ограничения на топологию кривой имели вид неравенств.

¹⁴Определение этого термина, введённого И.Г. Петровским, см. ниже.

¹⁵В первоначальной формулировке Гудкова применялись другие термины, см. ниже.

¹⁶Позднее Д.А. Гудков нашёл существенно более простые построения кривых с такой схемой – см.[19, 21, 23].

¹⁷После этого квадратичные преобразования эффективно применяются в исследованиях по 16-й проблеме Гильберта. В частности, О.Я. Виро предложил применять квадратичные преобразования другого вида («гиперболизмы»), с помощью которых он, А.Б. Корчагин, Е.И. Шустин и другие получили много интересных результатов.

единственным, кто вёл исследования в этой области¹⁸, хотя И.Г. Петровский, Е.А. Леонтович-Андропова и (с шестидесятых годов) О.А. Олейник и В.В. Морозов интересовались его работой.

Ситуация кардинально изменилась после открытия сравнения из пункта (iii). Гудков нашёл это сравнение, заметив периодичность в верхней строке полученной им таблицы реализуемых схем неособых кривых степени 6 (см. рис.1). Затем он проверил, что это сравнение выполняется для всех кривых чётной степени, которые удавалось построить с помощью всех известных в то время методов. Дмитрий Андреевич отчётливо понимал важность открытого им сравнения, но через некоторое время пришёл к заключению, что он не обладает знаниями в области топологии, достаточными для его доказательства. Поэтому он решил высказать это сравнение в качестве гипотезы – сначала в частном порядке, затем в докладах на различных семинарах, затем – в печати [19].

Реакция была очень быстрой: в 1971 году В.И. Арнольд опубликовал статью¹⁹, в которой доказал это сравнение «наполовину» (т. е. по модулю 4). Эта статья открыла новый период в изучении топологии вещественных алгебраических многообразий. Отвечая в интервью французской «Газете математиков»²⁰ на вопрос: «Какой из Ваших результатов Вы считаете наиболее важным?», В.И. Арнольд, в частности, сказал:

«Я вспоминаю, что И.Г. Петровский, ректор Московского университета и основатель теории вещественных алгебраических кривых, попросил меня прочитать диссертацию Д.А. Гудкова ([18] – Г.П.). Гудков нашёл ответ на вопрос из 16-й проблемы Гильберта о взаимных расположениях овалов вещественных алгебраических кривых степени 6 в проективной плоскости. В этой очень трудной работе, которую я до того не читал, я был поражён сравнением по модулю 8, высказанным Гудковым в качестве гипотезы:

$$p - t \equiv k^2 \pmod{8},$$

где p – количество овалов гладкой кривой степени $2k$, «содержащихся внутри» чётного числа овалов, а t – количество овалов, содержащихся внутри нечётного числа овалов, в предположении, что общее

¹⁸С одной стороны это можно объяснить трудностью задачи, а с другой стороны – ошибочным (как это очевидно сейчас) мнением, что эта задача является слишком экзотической и удалённой от основной линии развития математики.

¹⁹О расположении овалов вещественных плоских алгебраических кривых, инволюциях четырёхмерных гладких многообразий и арифметике целочисленных квадратичных форм. Функц. анализ и его приложения, 5:3 (1971). С. 1–9.

²⁰«Gazette des Mathématiciens», no.52. Avril 1992.

количество овалов достигает максимального значения. Как показал Харнак, это максимальное значение равно $g+1$, где $g = (n-1)(n-2)/2$ – род кривой. Кривые степени n с $(g+1)$ овалами существуют для любого n . Петровский назвал их M -кривыми (M от максимум). Гудков нашёл все конфигурации 11 овалов M -кривой степени 6 (см. рис.2).

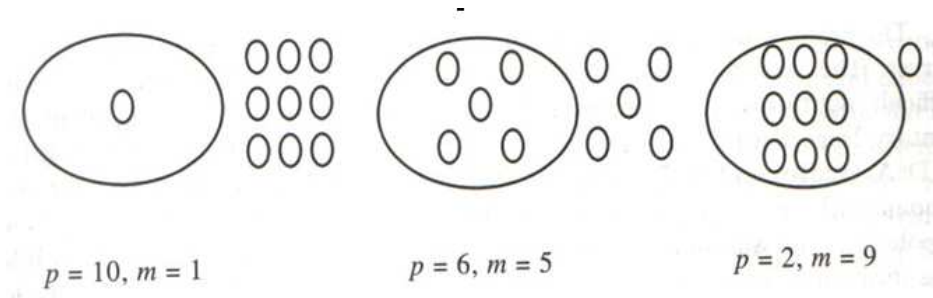


Рис. 2. Одиннадцать овалов M -кривых

Сравнение Гудкова подтверждалось всеми M -кривыми, известными к тому времени. Однако не видно было связи между расположениями овалов в проективной плоскости и арифметикой²¹.

В.И. Арнольд открыл эту связь, после чего «исследования по топологии вещественных алгебраических многообразий влились в русло дифференциальной топологии» ([23], с. 5).

Чуть позже В.А. Рохлин доказал²² сравнение Гудкова в полном объёме и получил его широкие обобщения. С этого времени поток работ по топологии вещественных алгебраических многообразий не прерывался.

В.А. Рохлин привлёк к этой тематике группу своих студентов (О.Я. Виро, В.М. Харламова, Т. Фидлера, В.И. Звонилова, Н.М. Мишачёва и других), начали заниматься этой областью новые ученики Дмитрия Андреевича (Г.М. Полотовский, Е.И. Шустин, А.Б. Корчагин, Г.Ф. Небукина). Интерес к этой проблематике возродился на Западе (G. Wilson, A. Maren, B. Chevallier, J.-J. Risler и другие). Важную роль в развитии интереса к задачам топологии вещественных алгебраических многообразий сыграл опубликованный Д.А. Гудковым в 1974 году первый современный обзор [23] по этому предмету. В последующие годы в связи с интенсивным развитием и расширением этой тематики

²¹В качестве комментария к этой длинной цитате следует заметить, что в действительности в диссертации Гудкова нет ни гипотезы, ни этого сравнения в явном виде – как уже отмечалось выше, впервые оно было опубликовано в [19] – Г.П.

²²Сравнения по модулю 16 в шестнадцатой проблеме Гильберта. Функциональный анализ и его приложения, 6:4 (1972). С. 58–64.

новые обзоры появлялись довольно регулярно²³. Ниже мы будем говорить только о работах Дмитрия Андреевича и их непосредственном развитии.

В пункте (iv) отметим полученное Д.А. Гудковым обобщение теоремы Брюзотти²⁴ о независимости возмущений особенностей плоской кривой, все особенности которой – невырожденные двойные точки. Первоначально это было сделано для кривых, имеющих точки возврата [5, 23]²⁵, затем – для кривых на поверхностях степени 2 [27]. Заметим, что эти результаты были затем переоткрыты другими авторами²⁶.

В пункте (v) речь идёт о детальном изучении кривых степени 4. Как известно, изотопическая классификация неособых кривых степени ≤ 5 не доставляет трудностей. Совсем не так обстоит дело для кривых с особенностями – эта задача нетривиальна начиная со степени 3. В конце 17-го века²⁷ И. Ньютон нашёл классификацию плоских аффинных кубик. Можно сказать, что благодаря исследованиям Д.А. Гудкова и его учеников мы имеем теперь примерно такой же уровень знаний о плоских кватриках. Именно, в [10, 55, 63] была получена алгебро-топологическая²⁸ классификация таких кривых, в [38,

²³ G. Wilson. Hilbert's sixteenth problem. *Topology* 17:1 (1978). P.53–73; *N.A'Campo*. Sur la 1ère partie du 16e problème de Hilbert. *Seminare Bourbaki*. 31è année. 1978–1979. no.537; В.А. Розлин. Комплексные топологические характеристики вещественных алгебраических кривых. *УМН* 33:5. 1978. С.77–89; В.И. Арнольд, О.А. Олейник. Топология вещественных алгебраических многообразий. *Вестник МГУ*. Сер.1. N 6. 1979. С.7–17; В.М. Харламов. Топология вещественных алгебраических многообразий. В книге: И.Г. Петровский. *Избранные труды. Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Алгебраическая геометрия*. М.: Наука, 1986. С.465–493; О.Я. Виро. Прогресс в топологии вещественных алгебраических многообразий за последние шесть лет. *УМН* 41:3. 1986. С.55–82; О.Я. Виро. Вещественные плоские алгебраические кривые: построения с контролируемой топологией. *Алгебра и анализ*. № 1. 1990. С.1059–1134; Г.М. Полотовский. Топология вещественных алгебраических кривых: история и результаты. *Историко-математические исследования*, Вторая серия, вып. 14(49). 2011. С.177–212.

²⁴ L. Brusotti. Sulla «piccola variazione» di una curva piana algebrica reali. *Rend. Rom. Acc. Lincei* (5) 30. 1921. P. 375–379.

²⁵ По-видимому, аналогичный результат для комплексных кривых был известен Ф. Севери (см. О. Zariski. *Algebraic surfaces*. 2nd ed. Heidelberg. Springer-Verlag. 1971.)

²⁶ A. Nobile. On families of singular plane projective curves. *Ann. mat. pure ed appl.* V. 138. 1984. P. 341–378; M. Gradolato, E. Mezzetti. Curves with nodes, cusps and ordinary triple points. *Ann. Univ. Ferrara. Sez. 7. V. 31*. 1985. P. 23–47; M. Lindner. Über Mannigfaltigkeiten ebener Kurven mit Singularitäten. *Arch. Math.* V. 28. 1977. S. 603–610.

²⁷ Опубликовано в начале 18-го века: I. Newton. *Enumeratio linearum tertii ordinis*. *Optics*. London. 1704. P. 138–162.

²⁸ Более тонкая, чем изотопическая.

39, 44 – 50, 52 – 62] найдена классификация форм таких кривых²⁹, а работы [54, 55, 63] посвящены стратификации пространства коэффициентов плоских кривых степени 4.

Коротко о некоторых других работах Д.А. Гудкова и их развитии.

(1) Г.А. Уткин, ученик Дмитрия Андреевича, занимался изучением топологии неособых алгебраических поверхностей в проективном пространстве. Этот вопрос тоже упомянут Гильбертом в его 16-й проблеме. В своих исследованиях 1967 – 1969 гг. Уткин существенно применял результаты и методы работ [11 – 18]. (Топологическая классификация неособых поверхностей степени 4 была завершена В.М. Харламовым в 1976 году. Несколько позже В.М. Харламов и В.В. Никулин получили более тонкую классификацию.)

(2) Используя метод Гильберта-Роона и квадратичные преобразования, в 1979 году Г.М. Полотовский получил классификацию кривых степени 6, распадающихся на две неособые кривые в общем положении. Этот результат нашёл разнообразные применения, в частности, в исследованиях Харламова, упомянутых в (1), и в работах Гудкова о кривых на поверхностях степени 2 (см. (4) ниже).

(3) В 1973 году Д.А. Гудков и А.Д. Крахнов [22] и одновременно и независимо В.М. Харламов доказали аналоги сравнения из (iii) для случаев $(M - 1)$ -многообразий и $(M - 1)$ -пар. Для $(M - 1)$ -кривых степени $2k$ это сравнение может быть записано в виде

$$p - m \equiv (k^2 \pm 1) \pmod{8}.$$

(4) Применяя упомянутые в (2) и в (iv) результаты, Д.А. Гудков нашёл [28, 29] классификацию неособых кривых степени 8 на гиперблоиде. Заметим, что Гильберт тоже занимался этой задачей. В настоящее время изучение кривых на поверхностях продолжают В.И. Звонилов, Г.Б. Михалкин, С. Мацуока (S. Matsuoka) и другие.

(5) В 1984 году Е.И. Шустин существенно развил метод Гильберта-Роона. В частности, он разработал новую версию этого метода для классификации сглаживаний некоторых типов особенностей и получил новые достаточные условия для независимости сглаживаний особых точек (ср. с (iv)).

(6) Какой набор особенностей допускает плоская комплексная или вещественная кривая степени n ? Этой классической задаче для $n = 5$ посвящены работы [33 – 37, 41, 42]. В частности, в [33] построена вещественная кривая степени 5 с пятью (максимально возможное количество) вещественными точками возврата. Исследования в этом направ-

²⁹Учитывающая, в частности, расположение точек перегиба на ветвях кривой.

лении продолжают Е.И. Шустин, И.В. Итенберг и другие специалисты.

В связи с развитой в последние годы С.Ю. Оревковым симплектической версией задачи классификации кривых следует упомянуть, что метод Гильберта-Роона-Гудкова вместе с методом кубической резольвенты (предложенным в применении к этой задаче С.Ю. Оревковым) и прямыми вычислениями остаётся единственным способом отличить вещественные алгебраические кривые от псевдоголоморфных.

(7) Особое место в деятельности Дмитрия Андреевича занимает исследование начального периода биографии Н.И. Лобачевского. Следует отметить, что Дмитрий Андреевич занимался историей математики профессионально: он разработал и много лет читал годовой курс лекций по истории математики (после А.Г. Майера, т. е. в течение 35 лет, в Нижегородском университете лекции по истории математики не читались). Интерес Гудкова к биографии Лобачевского имел, кроме прочего, «наследственный» характер: он стремился завершить исследования А.А. Андропова и его группы, предпринятые в 1948 – 1956 гг. В результате многолетних поисков в архивах Горького-Нижнего Новгорода, Санкт-Петербурга и других городов (в 1986 – 1991 гг.), Дмитрий Андреевич открыл ряд новых документов и пришёл к выводу, что верна старая гипотеза о том, что Н.И. Лобачевский и его братья были в действительности сыновьями С.С. Шебаршина (а не Ивана Максимова Лобачевского). Свои аргументы Д.А. Гудков подробно изложил в замечательной книге [65], опубликованной уже посмертно.

Список научных работ Д.А.Гудкова

1952

1. Перечисление всех существующих типов неособых плоских проективных кривых 6-го порядка с вещественными коэффициентами // Дисс. ... канд. ф.-м. наук. Горький. С. 1–172.

1954

2. О пространстве коэффициентов плоских алгебраических кривых n -го порядка // ДАН СССР. Т. 98. Вып. 3. С. 337–340.

3. Полная топологическая классификация неособых вещественных алгебраических кривых 6-го порядка в вещественной проективной плоскости // ДАН СССР. Т. 98. Вып. 4. С. 521–524.

1956

4. О топологии плоских вещественных кривых 6-го порядка // Труды III Всесоюзного математического конгресса (Москва, 1956). Т. 1. М.: Изд-во АН СССР. С. 149.

1962

5. Бифуркации простых двойных точек и точек возврата вещественных плоских алгебраических кривых // ДАН СССР. Т. 142. Вып. 5. С. 990–993.

6. Варьируемость простых двойных точек вещественных плоских кривых // ДАН СССР. Т. 142. Вып. 6. С. 1233–1235.

7. О некоторых вопросах топологии плоских алгебраических кривых // Матем. сборник. Т. 58(100). Вып. 1. С. 95–127.

1965

8. О понятиях грубости и степеней негрубости для плоских алгебраических кривых // Матем. сборник. Т. 67(109). Вып. 4. С. 481–527.

1966

9. О качественных методах в топологии плоских алгебраических кривых // Тезисы кратких научных сообщений Международного математического конгресса. Секция 10. Москва. С. 12.

10. Полная классификация нераспадающихся кривых 4-го порядка // Матем. сборник. Т. 69(111). Вып. 2. С. 222–256 (соавторы М.Л. Тай, Г.А. Уткин).

1969

11. Некоторые теоремы о кривых порядка m // Учёные зап. Горьковского университета. Вып. 87. С. 5–13.

12. Об овалах кривых шестого порядка // Там же, С. 14–20.

13. Системы « k » точек в общем положении и алгебраические кривые различных порядков // Там же, С. 21–58.

14. Свойства грубых пространств кривых шестого порядка с « k » особыми точками // Там же, С. 59–85.

15. Изменение топологии кривой 6-го порядка при непрерывном изменении ее коэффициентов // Там же, С. 86–117.

16. Полная топологическая классификация расположения овалов кривой 6-го порядка в проективной плоскости // Там же, С. 118–153.

17. О расположении овалов кривой шестого порядка // ДАН СССР. Т. 185. Вып. 2. С. 260–63.

18. О топологии плоских алгебраических кривых // Дисс. ... докт. физ.-мат. наук. Горький. С. 1–351.

1971

19. Построение новой серии M -кривых // ДАН СССР. Т. 200. Вып. 62. С. 1269–1272.

1972

20. О топологии вещественных алгебраических многообразий // Тезисы VI Всесоюзной топологической конференции (Тбилиси, 1972). С. 43–44.

1973

21. Построение кривой 6-го порядка типа $\frac{5}{1}5$ // Известия вузов. Математика. Т. 3(130). С. 28–36.

22. О периодичности эйлеровой характеристики вещественных алгебраических $(M - 1)$ -многообразий // Функци. анализ и его прилож. Т. 7. Вып. 2. С. 15–19 (соавтор А.Д. Крахнов).

1974

23. Топология вещественных проективных алгебраических многообразий // УМН. Т. 29. Вып. 4(178). С. 3–79.

1975

24. Письмо в редакцию // УМН. Т. 30. Вып. 4(184). С.300.

1978

25. Nine Papers on Hilbert 16th Problem. – AMS Translations. Series 2. Vol. 112. – 172 p. (Книга содержит перевод на английский язык шести статей Д.А. Гудкова, указанных под номерами 11 – 16 выше, и трёх статей Г.А. Уткина.)

1979

26. Вещественные алгебраические многообразия // В кн. Математическая энциклопедия. Т. 2. М.: Советская энциклопедия. С. 70–73.

27. Теорема Брюзотти для кривых на поверхностях второго порядка // УМН. Т. 33. Вып. 4(208). С. 159–160.

28. О топологии алгебраических кривых на гиперboloиде // Тезисы докладов Международной топологической конференции (Москва, 1979). С. 36.

29. О топологии алгебраических кривых на гиперboloиде // УМН. Т. 33. Вып. 6(210). С. 26–32.

1980

30. Обобщение теоремы Брюзотти для кривых на поверхности второго порядка // Функц. анализ и его прилож. Т. 14. Вып. 1. С. 20–24.
31. Неособые кривые низших порядков на гиперboloиде // Межвуз. сб. Методы качественной теории дифференциальных уравнений. Горький: Изд-во ГГУ. С. 96–103 (соавтор А.Е. Усачев).
32. Классификация неособых кривых восьмого порядка на эллипсоиде // Межвуз. сб. Методы качественной теории дифференциальных уравнений. Горький: Изд-во ГГУ. С. 104–107 (соавтор Е.И. Шустин).

1982

33. О кривой пятого порядка с пятью точками возврата // Функц. анализ и его прилож. Т. 16. Вып. 3. С. 54–55.
34. Инварианты особых точек кривых 5-го порядка // УМН. Т. 37. Вып. 4(226). С. 94–95 (соавтор Е.И. Шустин).
35. Полная классификация двуточечных наборов особых точек уникурсальных кривых пятого порядка / Деп. в ВИНТИ. № 2819-82. С. 1–11 (соавтор Л.В. Голубина).
36. О классификации наборов особых точек уникурсальных плоских кривых пятого порядка // Межвуз. сб. Дифференциальные и интегральные уравнения. Горький: Изд-во ГГУ. С. 126–132 (соавтор Л.В. Голубина).
37. Классификация трёхточечных наборов особых точек уникурсальных кривых 5-го порядка // Межвуз. сб. Методы качественной теории дифференциальных уравнений. Горький. Изд-во ГГУ. С. 123–134 (соавторы Л.В. Голубина, Л.Г. Кубрина, А.В. Зародова). Перевод: Classification of triplets of singular points of unicursal curves of 5-th order // Selecta Math. Sovietica. Vol. 7. N. 2. P. 183–189.
38. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. I. / Деп. в ВИНТИ. № 4207-82. С. 1–9 (соавторы Н.А. Кирсанова, Г.Ф. Небукина).
39. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. II. / Деп. в ВИНТИ. № 17-83. С. 1–14 (соавторы Н.А. Кирсанова, Г.Ф. Небукина).
40. О пересечении близких алгебраических кривых // Тезисы докладов Ленинградской топологической конференции. Л. С. 58 (соавтор Е.И. Шустин).

1983

41. Классификация четырёхточечных наборов особых точек уникурсальных кривых 5-го порядка / Деп. в ВИНТИ. № 4558-83. С. 1–9 (соавтор Л.В. Голубина).

42. Классификация пяти- и шеститочечных наборов особых точек unicursalных кривых 5-го порядка / Деп. в ВИНТИ. № 5437-83. С. 1–10 (соавторы А.М. Киселев и Н.К. Комлева).

1984

43. On the intersection of the close algebraic curves // Lect. Notes in Math. Vol. 1060 (Springer-Verlag, Berlin, 1984). P. 278–289 (соавтор Е.И. Шустин).

44. Двойные касательные и точки перегиба кривых 4-го порядка // УМН. Т. 39. Вып. 4(238). С. 112–113 (соавтор Г.Ф. Небукина).

45. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. III. / Деп. в ВИНТИ. № 704-84. С. 1–18 (соавтор Г.Ф. Небукина).

1985

46. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. IV. / Деп. в ВИНТИ. № 6708-В85. С. 1–23 (соавтор Г.Ф. Небукина).

47. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. V. / Деп. в ВИНТИ. № 6709-В85. С. 1–17 (соавтор Г.Ф. Небукина).

48. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. VI. / Деп. в ВИНТИ. № 6710-В85. С. 1–26 (соавтор Г.Ф. Небукина).

49. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. VII. / Деп. в ВИНТИ. № 6711-В85. С. 1–15 (соавтор Г.Ф. Небукина).

50. Типы и формы кривых 4-го порядка с мнимыми особыми точками // УМН. Т. 40. Вып. 5. С. 212 (соавтор Г.Ф. Небукина).

51. О вычислении инвариантов особых точек алгебраических кривых // Межвуз. сб. Дифференциальные и интегральные уравнения. Горький: Изд-во ГГУ. С. 84–86 (соавтор Н.К. Комлева).

1986

52. Вещественные кривые 4-го порядка с мнимыми особыми точками / Деп. в ВИНТИ. № 1108-В86. С. 1–22 (соавтор Г.Ф. Небукина).

1987

53. Вещественные кривые 4-го порядка: обзор результатов // Тезисы Бакинской международной топологической конференции. Часть II. Баку. С. 90.

54. Стратификация пространства кривых 4-го порядка. Примыкания стратов // УМН. Т. 42. Вып. 4. С. 152 (соавтор Г.М. Полотовский).

55. Стратификация пространства кривых 4-го порядка по алгебро-топологическим типам. I / Деп. в ВИНТИ. № 5600-В87. С. 1–55 (соавтор Г.М. Полотовский).

1988

56. Специальные формы кривых 4-го порядка с мнимыми особыми точками / Деп. в ВИНТИ. № 4374-B88. С. 1–18 (соавторы Г.Ф. Небукина, Т.И. Тетнева).
57. Plane real projective quartic curves // Lect. Notes in Math. Vol.1346 (Springer-Verlag, Berlin). P. 341–347.
58. Специальные формы кривых 4-го порядка. Часть 1 / Деп. в ВИНТИ. № 9208-B88. С. 1–36.
59. Специальные формы кривых 4-го порядка. Часть 2 / Деп. в ВИНТИ. № 9207-B88. С. 1–57.

1989

60. Специальные формы кривых 4-го порядка. Часть 3 / Деп. в ВИНТИ. № 6435-B89. С. 1–67.

1990

61. Специальные формы кривых 4-го порядка. Часть 4 / Деп. в ВИНТИ. № 1239-B90. С. 1–55.
62. Специальные формы кривых 4-го порядка. Часть 5 / Деп. в ВИНТИ. № 3847-B90. С. 1–30.
3. Стратификация пространства кривых 4-го порядка по алгебро-топологическим типам. II / Деп. в ВИНТИ. № 6331-B90. С.1–33 (соавтор Г.М. Полотовский).

1992

64. Real algebraic variety / in the book «Encyclopaedia of Mathematics» (ed. M. Hazewinkel), Vol. 8 (Rea–Sti), Kluwer, 1992.
65. Н.И. Лобачевский. Загадки биографии. – Нижний Новгород, изд-во ННГУ. – 240 с.

Список публикаций о Д.А. Гудкове

I. В.И. Арнольд, О.Я. Виро, Е.А. Леонтович-Андропова, В.В. Никулин, С.П. Новиков, О.А. Олейник, Г.М. Полотовский, В.М. Харламов. Дмитрий Андреевич Гудков (к семидесятилетию со дня рождения) // УМН. Т. 44. Вып. 1 (1989), С. 223–225.

II. В.И. Арнольд, А.М. Вершик, О.Я. Виро, А.Б. Корчагин, Е.А. Леонтович-Андропова, С.П. Новиков, О.А. Олейник, Г.М. Полотовский, Г.А. Уткин, Е.И. Шустин. Дмитрий Андреевич Гудков (некролог) // УМН. Т. 47. Вып. 6 (1992), С. 195–198.

III. Е.И. Гордон, Г.М. Полотовский. Об авторе этой книги // В книге: Д.А.Гудков. «Н.И.Лобачевский. Загадки биографии». Н.Новгород. Из-во ННГУ, 1992. С. 237–239.

IV. E.I. Gordon. Recollection of D.A. Gudkov // AMS Translations. Series 2. Vol. 173 (1996). P. 11–16.

V. G.M. Polotovskii. Dmitrii Andreevich Gudkov // AMS Translations. Series 2. Vol. 173 (1996), P. 1–9.

VI. Г.М. Полотовский. Дмитрий Андреевич Гудков // Вестник Нижегородского университета «Математическое моделирование и оптимальное управление», вып. 1(23), 2001. С. 5–16.

VII. М.А. Миллер. Воспоминания о Д.А. Гудкове. Педагогические тесты и исторические изыскания. – С. 275–284 в книге: М.А. Миллер. Всякая и не всякая всячина, посвящённая собственному 80-летию. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2005. – 480 с.

VIII. Г.М. Полотовский. Вспоминая Дмитрия Андреевича // Газета «Нижегородский университет», №5(2064), 2008, с. 23.

IX. Г.М. Полотовский. В.В. Морозов, Д.А. Гудков и первая часть 16-й проблемы Гильберта // Учён. Зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. Т. 154, кн. 2, 2012. С. 31–43.