МЕТОД ПРИРАЩЕНИЙ ТРЕБОВАНИЙ К КАПИТАЛУ, РЕАЛИЗОВАННЫЙ ДЛЯ РИСКОВ КРЕДИТНОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ (ЧАСТЬ 2)

В статье предложен критерий значимости рисков, а также подход к их учету в требованиях к достаточности капитала банков в рамках второго компонента соглашения «Базель II». Применение этого подхода в отношении рисков кредитной концентрации не требует данных, выходящих за рамки стандартной отчетности. Результаты работы можно использовать как для целей регулирования при обеспечении адекватных требований к достаточности капитала, так и для предупреждения банков о его возможной недостаточности.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: риски кредитной концентрации, диверсификация, ВПОДК, кредитный портфель, требования к капиталу, значимость рисков, портфель Марковица, группы связанных заемщиков, буферный капитал, добавочный капитал, Базельский комитет

Помазанов Михаил Вячеславович — к. ф.-м. н., начальник управления показателей кредитных рисков департамента рисков ОАО «Банк ЗЕНИТ», доцент департамента финансов НИУ ВШЭ. Автор более 25 научных работ, в том числе двух монографий (г. Москва)

ПОСТРОЕНИЕ ОПОРНЫХ ТОЧЕК И ЗАВИСИМОСТЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ РИСКА КОНЦЕНТРАЦИИ АСЗ

Оценка непредвиденных потерь, обусловленных ненулевой концентрацией АСЗ или, что эквивалентно, ограниченной диверсификацией АСЗ, является дополнением к оценке непредвиденных потерь, связанных с неожиданным ухудшением макроэкономической среды. Последний фактор сопровождается случайным ростом вероятностей дефолтов всех заемщиков, он учтен в требовании к капиталу как в стандартизованном, так и в продвинутом подходе, основанном на внутренних рейтингах (ПВР) [5]. При этом в регуляторных документах присутствует требование учета риска концентрации АСЗ, но не предлагается конкретный механизм его осуществления.

Подход к учету концентрации кредитных АСЗ

Непредвиденные потери, обусловленные ненулевой концентрацией АСЗ, ограниченной объемами активов A_i, $i = 1, \ldots, n$, моделенезависимо (см. подраздел «Агрегирование рисков и оценка разницы требований к капиталу подотчетного банка и банка-шаблона» первой части статьи) измеряются с помощью стандартного отклонения случайных потерь L.

Приведем упрощающие допущения.

1. Вероятности дефолта для всех заемщиков одинаковы (гомогенное приближение) и являются случайными величинами в соответствии со стандартными допущениями однофакторной модели[1] [27].

2. Активы под риском A_i случайными величинами не являются (т.е. представляют собой константы), полагается, что потери после дефолта равны 1.

Обозначим индекс дефолта i-го заемщика как x_i, т.е. $x_i = 1$ с вероятностью π и $x_i = 0$ с вероятностью $1 - \pi$. Значение вероятности дефолта π любого заемщика i — величина случайная и подчиняющаяся распределению произвольного вида, для которого заданы моменты первого и второго порядка, определяемые параметрами p, ρ:

$$\mathrm{E}[\pi] = p,$$
$$\mathrm{E}[\pi^2] = p^2 + \rho^2,$$

где p — математическое ожидание E от π;
ρ — параметр непредвиденных потерь в стандартной модели продвинутого подхода соглашения «Базель II», отвечающий за нестабильность вероятности дефолта заемщика;
E — математическое ожидание.

Предполагается, что для каждого случайного значения π дефолты заемщиков независимы, т.к. они считаются самостоятельными. Тогда:

$$\begin{gathered}\mathrm{E}[x_i] = \mathrm{E}[\pi] = p,\\ \mathrm{E}[x_i^2] = \mathrm{E}[\pi] = p,\\ \mathrm{E}[x_i \times x_j] = \mathrm{E}[\pi^2] = p^2 + \rho^2,\ (i \neq j).\end{gathered} \tag{7}$$

Стандартное отклонение случайных потерь $L = \sum_{i=1}^{n} A_i x_i$ является квадратным корнем из дисперсии DL, которую с учетом формул (7) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} DL &= \mathrm{E}\left[\left(\sum_{i=1}^{n} A_i x_i\right)^2\right] - \left(\mathrm{E}\left[\sum_{i=1}^{n} A_i x_i\right]\right)^2 = \\ &= \sum_i A_i^2 \mathrm{E}\left[x_i^2\right] + \sum_{i\neq j} A_i A_j \mathrm{E}\left[x_i \times x_j\right] - \\ &- \sum_i A_i^2 \left(\mathrm{E}\left[x_i\right]\right)^2 - \sum_{i\neq j} A_i A_j \mathrm{E}\left[x_i\right] \times \mathrm{E}\left[x_j\right] = \\ &= \sum_i A_i^2 \times (p - p^2) + \sum_{i\neq j} A_i A_j \times \rho^2. \end{aligned}$$

Обозначив $\sum_{i=1}^{n} A_i = A$, $\sum_{i=1}^{n} A_i^2 = A^2 \times HHI$, где HHI — индекс Херфиндаля — Хиршмана (Herfindahl — Hirschman index), а также учитывая очевидное алгебраическое тождество $\sum_{i\neq j} A_i A_j = \left(\sum_i A_i\right)^2 - \sum_i A_i^2 = A^2 \times (1 - HHI)$, получаем конечное выражение для DL:

$$DL = A^2 \rho^2 \left(1 + \frac{p - p^2 - \rho^2}{\rho^2} \times HHI\right).$$

Стандартное отклонение потерь $\sigma L = \sqrt{DL}$ в первом приближении по HHI примет вид:

$$\sigma L = A \times \rho \left(1 + \frac{p - p^2 - \rho^2}{2\rho^2} \times HHI\right) + o(HHI). \tag{8}$$

Первое слагаемое в формуле (8) (оно же множитель $A \times \rho$) отражает непредвиденные потери для бесконечно диверсифицированного портфеля, обусловленные случайным ухудшением макроэкономической среды, одинаковым для всех. Это слагаемое можно оценить с помощью общепризнанной модели Васичека, рекомендованной Базельским комитетом по банковскому надзору. Второе слагаемое — это то, что мы ищем, а именно вклад риска концентрации в капитал.

Окончательно добавочные непредвиденные потери, связанные с ограниченной диверсификацией АСЗ, для гомогенного допущения будут оцениваться следующим образом:

[1] Стандартная однофакторная модель требований к капиталу в рамках продвинутого подхода, основанного на внутренних рейтингах соглашения «Базель II», дает алгоритм расчета капитала, требуемого на покрытие непредвиденных потерь. — *Здесь и далее прим. авт.*

$$\sigma_N = \Omega \times HHI \times A, \quad (9)$$

где A — совокупные кредитные активы (кредитный портфель банка);
Ω — константа, отвечающая за уровень относительного вклада риска концентрации в капитал;
$HHI = \sum_{n=1}^{N} \left(\frac{A_n}{A} \right)^2$ — индекс Херфиндаля — Хиршмана для портфеля из N активов.

В соответствии со вторым принципом выбора опорной точки (см. подраздел «Принципы выбора опорной точки» первой части статьи) предполагается существование приемлемой (шаблонной) концентрации $HHI_{БШ}$, характеризующей распределение по самостоятельным заемщикам активов, для которых риск концентрации уже учтен в минимальных требованиях к капиталу, достаточных для БШ. Дополнительные требования можно представить в следующем виде:

$$\Delta\sigma^N = КАСЗ_{БШ} \times \left(\max\left(1, \frac{HHI}{HHI_{БШ}}\right) - 1 \right) \times A, \quad (10)$$

где $КАСЗ_{БШ}$ — минимальные стандартные требования к капиталу под риск КК самостоятельных заемщиков.

Если $HHI \le HHI_{БШ}$, то диверсификация считается обеспеченной в рамках $КАСЗ_{БШ}$, аллоцированных на допустимую концентрацию АСЗ для БШ, при этом дополнительные требования к капиталу нулевые. Если $HHI > HHI_{БШ}$, то дополнительные требования положительны.

Оценка опорного индекса Херфиндаля — Хиршмана и требований к капиталу, аллоцированных на допустимую концентрацию

С помощью методики расчета опорных (шаблонных) точек для оценки дополнительных требований к капиталу, связанных с концентрацией АСЗ, мы должны получить значения параметров формулы (10), а именно величины:

- нормативного требования к HHI для БШ;
- минимальных требований к капиталу $КАСЗ_{БШ}$, обеспечивающих вклад риска концентрации для БШ.

Для этого в первую очередь необходимо определиться с наиболее приемлемой моделью распределения в портфеле банка активов A_n, упорядоченных по убыванию. Не ограничивая общности, можно считать, что число активов бесконечно и A_n, очевидно, убывает до нуля при $n \to \infty$, A_1 — актив максимального объема.

Простая и вполне приемлемая модель убывания A_n — геометрическая прогрессия.

Упрощающее допущение для оценки опорного HHI: объемы АСЗ после упорядочения по убыванию располагаются в геометрической прогрессии с множителем $1 / Q$, $Q > 1$ и имеют идентичный риск-вес.

Тогда n-й актив экспоненциально убывает с увеличением n по формуле:

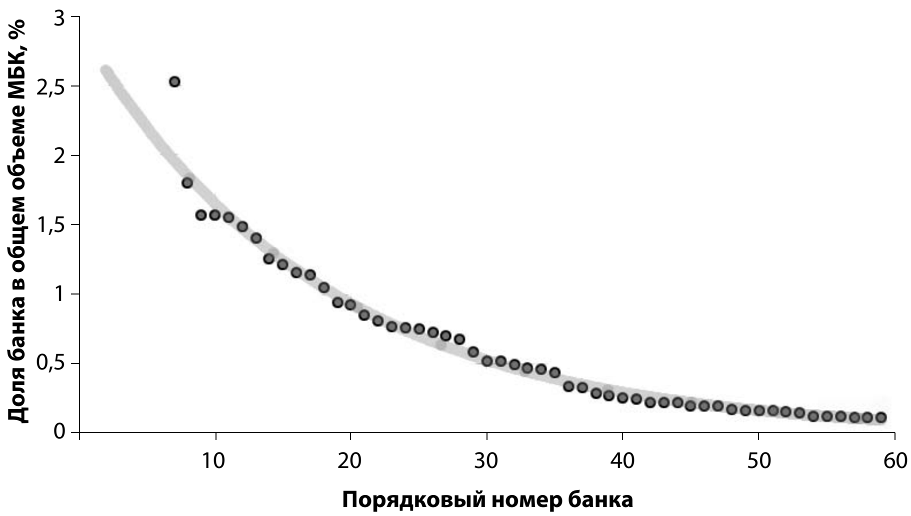
$$A_n = \frac{A_1}{Q^{n-1}},\ A = \sum_{n=1}^{\infty} A_n = \frac{A_1 \times Q}{Q-1}. \quad (11)$$

Почему геометрическая прогрессия убывания объема активов является типичной? Это можно проиллюстрировать на простом примере, доступном для проверки в открытых источниках (например, в разделе «Рейтинги банков» портала banki.ru [12]). Рассмотрим поведение упорядоченных объемов привлеченных средств (допустим, в рублях) на рынке межбанковского кредитования (МБК) за декабрь 2016 г. для топ-60 банков (рис. 6).

Несколько самых крупных межбанковских кредитов (привлечение средств «ВТБ Банком Москвы», «Национальным клиринговым центром», ФК «Открытие», Сбербанком России) намеренно исключены из расчета как статистические аномалии, подобные которым не наблюдаются в кредитном портфеле подотчетного банка, поскольку они будут нарушать нормативы (типа максимального размера риска заемщика Н6 [1], не позволяющего АСЗ превышать уровень 2–4% от совокупного объема кредитного портфеля).

Из рис. 6 видно, что регрессионная кривая экспоненциального убывания (соответствующая геометрической прогрессии для последовательности точек) согласуется с наблюдениями, демонстрируя

Рис. 6. Привлеченные средства на рынке МБК для топ-60 банков за декабрь 2016 г.



Примечание: по расчетам автора, $y = 0{,}0292e^{-0{,}057x}$, $R^2 = 0{,}9911$.
Источник: составлено автором по данным портала банковского аналитика «Анализ банков» [14].

коэффициент детерминации R^2 на уровне, превышающем 99%. Аналогичное исследование автором других публичных показателей банковского сектора (активы, кредитный портфель, межбанковские кредиты, привлеченные в Банке России, и пр.) на основе данных из того же источника показывает аналогичную картину: R^2 на уровне, превышающем 90%. Собственные измерения автора, сделанные на основе доступной ему информации о кредитных активах банков из закрытых источников, также подтверждают типичность предложенной выше модели распределения объемов.

В Приложении 1 представлена оценка индекса Херфиндаля — Хиршмана для банка с геометрической конфигурацией кредитных активов. При оценке учитываются:

- заданный максимальный размер крупных кредитных рисков, определяемый показателем Н7 [1];
- заданное отношение капитала к кредитному портфелю $KA = K / A$;
- справедливость предположения о геометрическом характере распределения объемов кредитов в портфеле по убыванию.

Доказывается, что индекс Херфиндаля — Хиршмана кредитной концентрации АСЗ для такого банка будет определяться следующим образом:

$$HHI = \frac{1}{N},\quad \text{где } N = 40 \times \left(\frac{1}{KA} - H7 \right). \tag{12}$$

Поскольку БШ должен обладать минимальным *HHI*, но таким, чтобы существовало ограниченное множество реально существующих банков, у которых диверсификация выше таковой БШ, требуется провести просмотр значений *HHI* (12) для максимальной выборки параметров банков РФ и определить приемлемое граничное значение параметра HHI, которое и считать шаблонным $HHI_{БШ}$ для оценки дополнительных требований, определяемых по формуле (10).

Исследование оценки эффективного количества N АСЗ (формула (12)) по показателям банков РФ проводилось на отчетную дату 1 декабря 2016 г. Мы опирались на следующие значения:

- объем кредитного портфеля A;
- капитал K;
- норматив Н7.

Расчет дает среднюю величину $EN = 70$, стандартное отклонение $dN = 60$ (рис. 7).

Разумно предложить уровень концентрации БШ, соответствующий количеству эффективных АСЗ: $N_{БШ} = EN + dN = 130$. Он будет соответствовать $HHI_{БШ} = 0{,}0076$ (0,76%).

Для оценки вклада в капитал риска КК АСЗ для БШ, т.е. параметра $КАСЗ_{БШ}$ (выражение (9)) и обоснования рекомендаций для этого параметра разумно обратиться к формуле (8), с помощью которой вклад в капитал определяется в явном виде (ограниченном метрикой, основанной на стандартном отклонении). Из формулы (8) следует, что множитель Ω в выражении (9) оценивается следующим образом:

$$\Omega = \frac{p - p^2 - \rho^2}{2\rho}.$$

В рамках однофакторной модели, рекомендованной Базельским комитетом по банковскому надзору для оценки требований к капиталу при бесконечной гранулированности портфеля, компонента ρ вычисляется в явном виде следующим образом [27]:

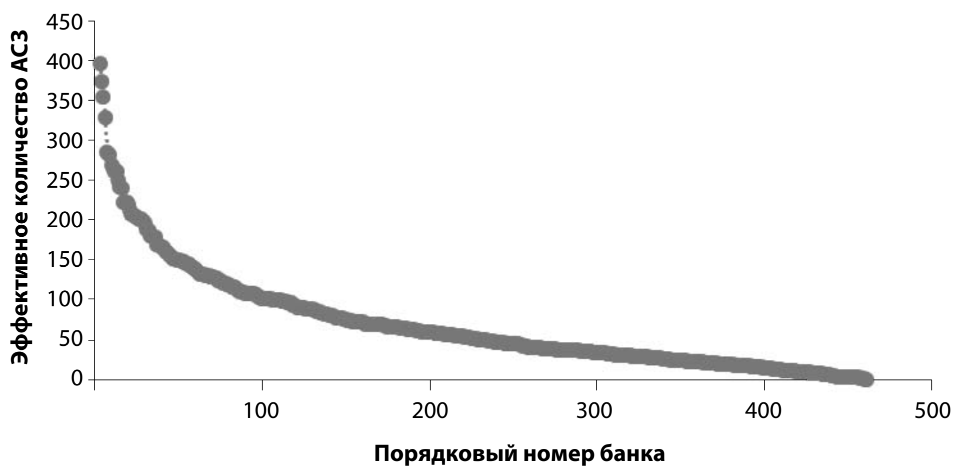
$$\rho^2 = N_2(N^{-1}(p), N^{-1}(p), R) - p^2,$$

где R — корреляция с общим фактором однофакторной модели, которая оценивается в диапазоне 0,12–0,24 [2];

$N_2(x, y, R)$ — интегральное нормальное двухмерное распределение $N_2(a, b, \rho) = \int_{-\infty}^{a}\int_{-\infty}^{b} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \times$
$\times \exp\left(-\frac{x^2 - 2\rho xy + y^2}{2(1-\rho^2)}\right) dxdy.$

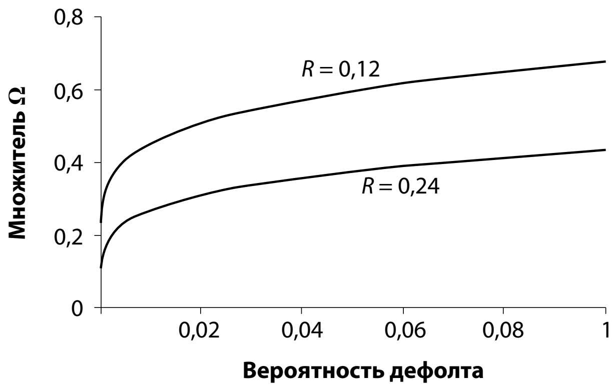
По результатам расчетов для различных уровней вероятности дефолта в портфеле строится график $\Omega(p)$ в диапазоне R 0,12–0,24 (рис. 8).

Рис. 7. Оценка эффективного количества АСЗ по банкам РФ, упорядоченная по убыванию



Источник: расчеты автора.

Рис. 8. Зависимость множителя Ω от вероятности дефолта



Из рис. 8 видно, что верхняя оценка параметра Ω не превышает 0,6–0,8. Однако следует иметь в виду ограниченность подхода, основанного на стандартных отклонениях, поскольку оценка непредвиденных потерь будет превышать стандартное отклонение в два-три раза[2] в зависимости от уровня доверия и модели оценки непредвиденных потерь, поэтому оценка параметра Ω может быть несколько увеличена. Например, для *HHI* = 0,01 вклад концентрации АСЗ в капитал находится на уровне 0,4–0,6% от активов при *PD* = 6% (см. рис. 8). При более строгом подходе он получается примерно в два раза больше. В работе М. Горди и Е. Люткебомерт [19] была представлена расширенная формула оценки вклада концентрации в капитал, полученная с помощью метрики VaR, которая учитывала кредитные риски отдельных АСЗ. В табл. 3 показана оценка вклада риска концентрации в капитал, рассчитанная для широкого спектра конфигураций банковских портфелей Германии.

Из табл. 3 видно, что оценка параметра Ω вполне согласуется с оценкой зарубежных авторов, если учесть возможное его удвоение из-за более строгих требований к капиталу, чем «одна сигма». Окончательное значение опорных требований к капиталу $КАСЗ_{БШ} = \Omega \times HHI_{БШ}$ может быть получено после согласованной с регулятором оценки $HHI_{БШ}$. Текущая рекомендация $HHI_{БШ} = 0{,}0076$, обоснованная выше, и предполагаемое (удвоенное) значение Ω на уровне 1,4 позволяют предложить $КАСЗ_{БШ} = 1\%$. Это значение соответствует верхней границе оценки вклада в капитал (в процентах от активов), которую дали для класса средних портфелей зарубежные коллеги.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В предложенной работе представлен подход, заключающийся в реализации метода приращений требований к капиталу, связанных с учетом реальных отклонений величины рисков от объема капитала, покрываемого минимальными требованиями. На этом подходе основан критерий значимости рисков и способ их учета в требованиях

[2] В технике это называют «правило трех сигм». Оно означает, что при нормальном распределении технического параметра допускается его выход за этот диапазон с вероятностью 1 – 0,9973 = 0,27%.

Таблица 3. Диапазоны вкладов риска концентрации в капитал

Портфель	Абсолютное число АСЗ	Индекс *HHI*	Вклад риска концентрации в капитал, % от активов
Многочисленный	Более 4000	Менее 0,0012	0,12–0,13
Средний	1000–4000	0,001–0,011	0,14–0,96
Малый	500–999	0,004–0,011	0,36–1,14
Малочисленный	250–499	0,005–0,031	0,48–3,81

Источник: [19].

к капиталу. Приращения рассматриваются в первом (линейном) приближении, более высокие приближения не учитываются, т.к. поглощаются естественными методическими ошибками, обусловленными моделезависимостью первоначальной оценки рисков и их параметров. Для рисков кредитной концентрации (активов по признакам (отрасль, регион) и активов, распределенных по самостоятельным заемщикам) подход доведен до практического применения, даны обоснованные рекомендации опорных параметров и формулы их оценки. Все данные, на которых основан расчет, доступны как для аналитиков банка, так и для регулятора. Для предлагаемого способа расчета риска концентраций используются стандартные формы и открытая информация Банка России:

- формы ЦБ РФ, касающиеся данных о риске концентраций (в том числе о крупных ссудах, рисках концентраций по признакам), регламентированные в Указании Банка России от 24 ноября 2016 г. №4212-У [16];
- отчет об уровне достаточности капитала для покрытия рисков (форма №808) [3];
- сведения о размещенных и привлеченных средствах, представленные на сайте Банка России [13].

Кратко резюмируем методику расчета дополнительных требований к капиталу с учетом рекомендованных значений параметров (табл. 4).

Совокупные дополнительные требования к капиталу, покрывающие риск концентраций, будут определяться с помощью простого суммирования результатов расчета требований к капиталу для рисков концентрации по признакам и концентрации кредитных активов, распределенных по самостоятельным заемщикам. Полученные совокупные требования для риска

Таблица 4. Методика расчета дополнительного капитала для рисков концентраций

Риск концентрации	Опорное требование к капиталу	Опорные параметры	Базовые кредитные активы, взвешенные по риску, подлежащие учету по видам риска	Формулы расчета приращений к требованиям и источники данных
Концентрация по признакам (отрасль / регион)	$КП_{БШ} = 1\%$	Текущее распределение размещенных средств в разрезе отрасль / регион РФ	■ Взвешенные по риску кредитные активы, распределенные по видам экономической деятельности ■ Взвешенные по риску кредитные активы, распределенные по географическим зонам	Применяется формула (6), при этом расчет осуществляется на основании данных из форм о рисках концентрации [16] с учетом сведений о размещенных и привлеченных средствах Банка России [13]

Таблица 4. Методика расчета дополнительного капитала для рисков концентраций (продолжение)

Риск концентрации	Опорное требование к капиталу	Опорные параметры	Базовые кредитные активы, взвешенные по риску, подлежащие учету по видам риска	Формулы расчета приращений к требованиям и источники данных
Концентрация кредитных активов, распределенных по самостоятельным заемщикам	$КАСЗ_{БШ} = 1\%$	$HHI_{БШ} = 0{,}0076$	Взвешенные по риску кредитные активы, подлежащие учету при определении риска концентраций [16]	■ Расчет представлен в Приложении 2, используются данные из форм о крупных ссудах [16] ■ Предварительная оценка *HHI* осуществляется по формуле (12) на основе данных консолидированных значений и нормативов банка

концентрации сравниваются со значением буферной надбавки к капиталу, и если они его превышают, то риск концентрации объявляется значимым и формула требований достаточности капитала корректируется в соответствии с выражением (4).

Другие виды рисков, которые требуют расчета дополнительных требований к капиталу (рыночный, операционный, процентный риски и риск ликвидности), должны быть изучены отдельно, необходима практичная методика их учета в общих рамках предложенного подхода.

ИСТОЧНИКИ

1. Инструкция Банка России от 28 июня 2017 г. №180-И «Об обязательных нормативах банков». — http://www.cbr.ru/publ/Vestnik/ves170804_065-66.pdf.
2. Международная конвергенция измерения капитала и стандартов капитала: уточненные рамочные подходы. — http://safbd.ru/sites/default/files/basel.pdf.
3. Отчет об уровне достаточности капитала для покрытия рисков (публикуемая форма) (ОКУД 0409808). — http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_32453/6db2d12bb272f1beb484aebc33f375cfa866477a.
4. Письмо Банка России от 23 июня 2004 г. №70-Т «О типичных банковских рисках». — http://legalacts.ru/doc/pismo-banka-rossii-ot-23062004-n-70-t/.
5. Положение Банка России от 6 августа 2015 г. №483-П «О порядке расчета величины кредитного риска на основе внутренних рейтингов». — http://www.cbr.ru/publ/Vestnik/ves150929081.pdf.
6. Положение Банка России от 3 декабря 2015 г. №511-П «О порядке расчета кредитными организациями величины рыночного риска». — http://www.cbr.ru/analytics/standart_acts/bank_supervision/151130/07.pdf.
7. Положение Банка России от 28 июня 2017 г. №590-П «О порядке формирования кредитными организациями резервов на возможные потери по ссудам, ссудной и приравненной к ней задолженности». — http://docs.cntd.ru/document/456079148.
8. Положение Банка России от 23 октября 2017 г. №611-П «О порядке формирования кредитными организациями резервов на возможные потери». — http://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/71801656.
9. Положение ЦБР от 3 ноября 2009 г. №346-П «О порядке расчета размера операционного риска». — http://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/490063.
10. Помазанов М.В. Управление кредитным риском в банке: подход внутренних рейтингов (ПВР). — М.: Юрайт, 2016. — 265 с.
11. Поморина М.А., Шевченко Е.С. Проблемы агрегации рисков и управления экономическим капиталом банка // Банковское дело. — 2013. — №7. — С. 48–57; №9. — С. 40–52.
12. Рейтинги банков. — http://www.banki.ru/banks/ratings.
13. Сведения о размещенных и привлеченных средствах. — http://www.cbr.ru/statistics/?PrtId=sors.

14. Система анализа финансового состояния банков России. — http://analizbankov.ru.
15. Указание Банка России от 15 апреля 2015 г. №3624-У «О требованиях к системе управления рисками и капиталом кредитной организации и банковской группы». — http://docs.cntd.ru/document/420277295.
16. Указание Банка России от 24 ноября 2016 г. №4212-У «О перечне, формах и порядке составления и представления форм отчетности кредитных организаций в Центральный банк Российской Федерации». — http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_207698.
17. Энциклопедия финансового риск-менеджмента / Под ред. А.А. Лобанова, А.В. Чугунова. — М.: Альпина Бизнес Букс, 2009.
18. *2016 Annual Sovereign Default Study and Rating Transitions*. — http://media.spglobal.com/documents/SPGlobal_Ratings_Article_3+April+2017_201+Annual+Sovereign+Default+Study+and+Rating+Transitions.pdf.
19. Gordy M., Lutkebohmert E. (2013). *Granularity Adjustment for Regulatory Capital Assessment. International Journal of Central Banking*. — http://www.ijcb.org/journal/ijcb13q3a2.pdf.
20. Haldane A.G. (2009). *Banking on the State*. — https://www.bis.org/review/r091111e.pdf.
21. Haubenstock M., Morisano M. (2000). «A framework for attributing economic capital and enhancing shareholder value». In: Lore M., Borodovsky L. (Eds.). *The Professional's Handbook of Financial Risk Management*. Oxford: Butterworth-Heinemann.
22. Hull J.C. (2007). *Risk Management and Financial Institutions*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
23. Kuritzkes A., Schuermann T., Weiner S.M. (2003). «Risk measurement, risk management and capital adequacy of financial conglomerates». In: Herring R., Litan R. (Eds.). *Brookings-Wharton Papers in Financial Services*. Washington: Brookings Institution Press.
24. *Range of Practices and Issues in Economic Capital Frameworks*. — https://www.bis.org/publ/bcbs152.pdf.
25. Reinhart C.M., Rogoff K.S. (2009). *This Time is Different: Eight Centuries of Financial Folly*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
26. Rosenberg J.V., Schuermann T. (2004). *A General Approach to Integrated Risk Management with Skewed, Fat-Tailed Risks*. — https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=880422.
27. Vasicek O. (2002). «The distribution of loan portfolio value». *Risk Magazine*, Vol. 15, No. 12, pp. 160–162.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

Оценка индекса Херфиндаля — Хиршмана для банка с геометрической конфигурацией кредитных активов

Индекс Херфиндаля — Хиршмана для модели убывания кредитных активов $A_n = \frac{A_1}{Q^{n-1}}$, $A = \sum_{n=1}^{\infty} A_n = \frac{A_1 \times Q}{Q-1}$ определяется формулой:

$$HHI = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{A_n}{A}\right)^2 = \frac{Q-1}{Q+1}. \qquad (1)$$

Для нахождения связи параметра прогрессии Q с параметрами реального кредитного портфеля используются два показателя: KA и $H7$, в результате получаем два уравнения:

$$KA = \frac{K}{\sum_{n=1}^{\infty} A_n},\ H7 = \frac{\sum_{n=1}^{A_n \geq 5\% \times K} A_n}{K}.$$

Из данных уравнений после исключения K получаем следующее соотношение:

$$A \times H7 \times KA = \sum_{n=1}^{A_n \geq 5\% \times A \times KA} A_n.$$

Далее получаем выражения:

$$5\% \times KA = \frac{Q-1}{Q^M},$$

$$H7 \times KA = 1 - \frac{1}{Q^M},$$

где M — количество кредитов, попавших в норматив $H7$.

Из приведенных выражений следует, что:

$$Q = 1 + \frac{5\% \times KA}{1 - H7 \times KA}.$$

Значит, в соответствии с формулой (1) зависимость для индекса Херфиндаля — Хиршмана будет следующей:

$$HHI = \frac{5\% \times KA}{1 - H7 \times KA} \times \frac{1}{2 + \frac{5\% \times KA}{1 - H7 \times KA}}.$$

Очевидно, что первый множитель полученной формулы должен быть мал для разумных значений нормативов. Если это не так, то, очевидно, концентрация «зашкаливает», чего в случае с БШ не может быть по определению. Следовательно, можно дать следующую вполне оправданную оценку HHI:

$$HHI = \frac{5\% \times KA}{2(1 - H7 \times KA)} = \left(40 \times \left(\frac{1}{KA} - H7\right)\right)^{-1}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2.

Оптимальная формула оценки индекса Херфиндаля — Хиршмана по ограниченной выборке

Точная оценка *HHI* может быть произведена исходя из следующего определения данного индекса:

$$HHI = \sum_{i=1}^{n} s_i^{\,2};\ s_i = \frac{A_i}{\sum_{i=1}^{n} Ap_i},\ \text{т.е.}\ \sum_{i=1}^{n} s_i = 1,$$

где n — полное количество кредитов (т.е. АСЗ) в портфеле объемом A_i.

Не ограничивая общности, предполагаем, что s_i упорядочено по убыванию ($s_1 \geq s_2 \geq s_3$ и т.д.).

Понятно, что *HHI* должен учесть все, даже самые маленькие ссуды (например, выдачу кредитных карт отдельным физлицам). На практике это невыполнимо, да и не нужно, т.к. точность учета риска КК в капитале практически удовлетворительна. Достаточно построить оценку *HHI* для m наиболее крупных АСЗ. Такая оценка будет приближаться к точному результату по мере роста числа учтенных АСЗ, т.е. m. Не ограничивая общности, будем считать, что $n = \infty$ (полагая, что ссуды с номером $i > n$ равны нулю). Тогда:

$$HHI = HHI_m + hhi_m,$$

$$HHI_m = \sum_{i=1}^{m} s_i^2,\ hhi_m = \sum_{i=m+1}^{\infty} s_i^2, \qquad (1)$$

где hhi_m — остаток.

Для определения остатка hhi_m общепринято использовать оценку сверху:

$$h\hat{h}i_m = s_m \times (1 - S_m),$$

где $S_m = \sum_{i=1}^{m} s_i$, при этом по определению $\sum_{i=1}^{\infty} s_i = 1$.

HHI оценивается по разработанной автором формуле:

$$HHI \approx H\hat{H}I_m \text{, где}$$

$$H\hat{H}I_m = \sum_{i=1}^{m} s_i^{\,2} + s_m \times \frac{1 - S_m}{2 + \frac{s_m}{1 - S_m}}. \qquad (2)$$

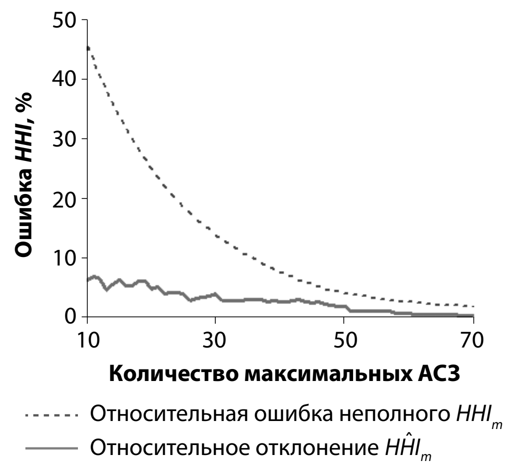
Протестируем точность оценки по формуле (1) на активах, которые расположены в геометрической прогрессии $s_k = a \times q^{k-1}$. Пусть индекс Херфиндаля — Хиршмана этой последовательности равен *HHI*, т.е. $HHI = \sum_{i=1}^{\infty} s_i^2,\ \sum_{i=1}^{\infty} s_i = 1.$

Тогда нетрудно получить значения $q = \frac{1 - HHI}{1 + HHI}$, $a = \frac{2HHI}{1 + HHI}$, на основе которых вычисляется ошибка *HHI* для геометрической последовательности активов для любого количества m крупнейших активов:

$$\varepsilon = \frac{H\hat{H}I_m - HHI}{HHI} = 0.$$

Формула (2), таким образом, обладает оптимальным свойством в том смысле, что дает абсолютно точную оценку *HHI* в случае геометрического распределения АСЗ.

Практическое тестирование формулы (2) на выборке объемов кредитных портфелей банков (без банков, входящих в топ-10) (всего в выборке 603 актива, точный $HHI = 0{,}014$) представлено ниже.



Зависимость строится от числа крупнейших активов, вошедших в выборку.

Расчет на представленной выборке показывает, что ошибка оценки *HHI* по 30 крупнейшим активам не превосходит 5%, что более чем приемлемо для применения формулы (2) на практике.