реклама
www.minskexpo.com
МЕЖДУНАРОДНЫЕ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЕ ВЫСТАВКИ
28 февраля 2 марта 2018
SEMIEXPO RUSSIA
semiexpo.ru
electrontech
16-я Международная выставка
EXPO ELECTRONICA

Промышленные АСУ и контроллеры

Промышленные Контроллеры АСУ

Указатель статей, опубликованных в журнале "Промышленные АСУ и контроллеры" в №11 2017 года.

<< Назад

ПРОМ ТЕХ ЭКСПО

MiningWorld Russia

14-Й МОСКОВСКИЙ МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИННОВАЦИОННЫЙ ФОРУМ

В.Н. Калинин Решения компании Schneider Electric на службе театра

Подробнее »

НОВОСТИ СИСТЕМОСТРОЕНИЯ

- -

Подробнее »

Музыковедение

Бюллетень Главного ботанического сада

Всеобщая история

Справочник инженера

Прикладная физика и математика

Известия академии инженерных наук им. А.М. Прохорова

Последние новости:

В Екатеринбурге начинают работу выставки «Передовые Технологии Автоматизации. ПТА-Урал 2017» и «Электроника-Урал 2017»

Сформирована деловая программа выставок «Передовые Технологии Автоматизации. ПТА-Урал 2017» и «Электроника-Урал 2017»

Итоги V Международного Съезда TELECOMTREND

ADVANTECH для промышленной автоматизации на выставке «ПТА-Урал 2017»: руководство к действию

«Автоматизация. Электроника-2018» 21-я международная специализированная выставка «Электротех. Свет-2018» 18-я международная специализированная выставка

УЧАСТНИК Rambler's TOP 100 SpyLoG mail.ru 417 1956640 81

© Издательство "НАУЧТЕХЛИТИЗДАТ", 2005-2017

Система управления разработана в: ananskikh.ru

реклама
www.minskexpo.com
МЕЖДУНАРОДНЫЕ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЕ ВЫСТАВКИ
28 февраля 2 марта 2018
SEMIEXPO RUSSIA
semiexpo.ru
electrontech
16-я Международная выставка
E·X·P·O ELECTRONICA

Промышленные АСУ и контроллеры

Промышленные Контроллеры АСУ

Аннотация к статье

<< Назад

Комбинаторный анализ случайных подстановок заданных цикловых структур

Н.Ю. Энатская

Изучаются вопросы нахождения численностей подстановок с заданной информацией об их цикловых структурах, прямого перечисления и моделирования их исходов.

Ключевые слова: случайные подстановки; цикловая структура; перечисление исходов; моделирование.

Контактная информация: E-mail: nat1943@mail.ru

Стр. 29-34.

Н.Ю. Энатская
канд. физ.-мат. наук, доцент
E-mail: nat1943@mail.ru
(Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»)
Москва, Российская Федерация

Комбинаторный анализ случайных подстановок заданных цикловых структур

Изучаются вопросы нахождения численностей подстановок с заданной информацией об их цикловых структурах, прямого перечисления и моделирования их исходов.

Ключевые слова: *случайные подстановки; цикловая структура; перечисление исходов; моделирование.*

N.Yu. Enatskaya
Cand. of Phys.-Math. Sciences, Associate Professor
E-mail: nat1943@mail.ru
(Higher School of Economics – National Research University)
Moscow, Russian Federation

Combinatorial Analysis of Random Permutations of a Given Structures of Cycle

We stady the questions of finding the number of permutations with a given information of the structures of cycles, the direct enumeration and modelling of their outcomes.

Keywords: *random permutations; structure of cycles; enumeration of outcomes; modelling.*

Введение

Подстановка размера n задает последовательность взаимно-однозначных отображений всех n элементов множества $\{1, 2,\dots, n\}$ на себя и записывается в виде двустрочного соответствия элементов вида

$(1, 2,\dots, n)$ и $(i_1, i_2,\dots, i_n)$ в матричной форме.

Здесь в верхней строке элементы упорядочены от 1 до n, а нижняя строка задает последовательные отображения элементов верхней строки в элементы, стоящие под ними в нижней строке, т. е. отображения:

1 в i_1 $(1\rightarrow i_1)$, 2 в i_2 и т. д.,

где $\{i_1, i_2,\dots, i_n\}\in\{1, 2,\dots, n\}$, $i_k\neq i_m$ при $k\neq m$.

Таким образом, подстановки можно задавать перестановками элементов ее нижней строки. Цикл подстановки образует группа элементов, возвращающихся при данном отображении к исходному элементу.

Число участвующих в цикле элементов называется его размером, принимающим значения от 1 до n. (Сумма размеров всех циклов подстановки равна ее размеру n).

Если размер цикла n, т. е. он единственный, то подстановку называют «одноцикловой».

Цикловая структура подстановки задается вектором $\bar{\alpha}=(\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_n)$,

где α_i – число циклов размера i, $i=\overline{1,n}$; $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i=k$ – число циклов подстановки, а $\sum_{i=1}^{n}i\alpha_i=n$.

Цикловой группой будем называть номера элементов одного цикла в порядке их отображений, начиная с наименьшего номера элемента в цикле. Иногда бывает удобно представлять подстановку не в традиционной двустрочной форме, а в виде перечисления ее цикловых групп в порядке их роста.

§1. Вспомогательные сведения

Для удобства восприятия основного материала статьи будет приведена информация, касающаяся процедур явного перечисления и моделирования некоторых используемых здесь при исследовании случайных подстановок простейших комбинаторных схем. В работе [1] эти вопросы представлены подробно с большим числом примеров. Более подробная информация о схемах перестановок и сочетаний дана в работах [2] и [3]. Здесь ограничимся лишь небольшими по объему примерами.

1. Перечисление и моделирование исходов схемы сочетаний

Схема сочетаний, как известно, возникает при размещении неразличимых частиц по различимым ячейкам с ограничением: в каждую ячейку помещается одна частица.

www.dpr.ru

Общее число исходов схемы есть C_n^r – число сочетаний из n по r, где n – число ячеек, r – число частиц.

Перечисление всех исходов схемы сочетаний

Для явного перечисления всех C_n^r различимых исходов схемы будем строить случайный процесс равновероятного размещения частиц с поединичным пошаговым их добавлением от 0 до r по всем свободным ячейкам, правее последней, занятой на предыдущем шаге.

Все C_n^r исходов схемы сочетаний отличаются друг от друга (в интерпретации размещений) набором непустых, т. е. содержащих по одной частице ячеек. Поэтому состояние процесса $E_j^{(i)}$ (j-е состояние на i-м шаге) будем описывать или вектором $\overline{\eta} = (\eta_1, ..., \eta_n)$, где $\eta_k = 0$, если k-я ячейка пуста, или $\eta = 1$ в противном случае на i-м шаге, $k = \overline{1, n}$ или вектором $\overline{n} = (n_1, ..., n_i)$, где n_k – номер непустой ячейки, т. е. содержащей одну частицу на i-м шаге, $k = \overline{1, i}$.

Договоримся нумеровать исходы на i-м шаге процесса размещения последней добавленной частицы в порядке роста номеров ячеек правее последней занятой до i-го шага.

Моделирование исходов схемы сочетаний C_n^r производится, например, по следующему алгоритму.

Шаги моделирования:

1) получаем из датчика случайных чисел последовательность $\overline{R} = (R_1, ..., R_n)$;

2) строим их вариационный ряд $\overline{R}_{(\cdot)} = (R_{(1)}, ..., R_{(n)})$;

3) находим номера элементов $\overline{R}_r = (R_1, ..., R_r)$ в векторе $\overline{R}_{(\cdot)}$ в порядке его просмотра – получаем реализацию схемы сочетаний.

Пример 1. Пусть $n = 10$, $r = 3$,

$\overline{R}$ = (0,45; 0,31; 0,84; 0,15; 0,22; 0,40; 0,72; 0,51; 0,93; 0,48),

отсюда получаем:

$\overline{R}_{(\cdot)}$ = (0,15; 0,22; 0,31; 0,40; 0,45; 0,48; 0,51; 0,72; 0,84; 0,93);

$\overline{R}_3$ = (0,45; 0,31; 0,84).

Тогда имеем реализацию схемы сочетаний:

(3, 5, 9) – номеров элементов $\overline{R}_3$ в $\overline{R}_{(\cdot)}$ в порядке просмотра $\overline{R}_{(\cdot)}$.

2. Перечисление и моделирование исходов схемы перестановок

Схема перестановок возникает при упорядочивании между собой n различимых элементов или при размещении n различимых частиц по n различимым ячейкам, так что каждая ячейка вмещает ровно одну частицу.

Общее число исходов схемы есть $n!$.

Перечисление всех исходов схемы перестановок

Для явного перечисления всех этих исходов строим граф случайного процесса упорядочивания i различимых элементов между собой на i-м шаге ($i = \overline{1, n}$) с добавлением по одной частице на каждом шаге.

Для получения перечня всех состояний на (i + 1)-м шаге из данного состояния на i-м шаге будем варьировать место добавленного элемента относительно имеющихся в порядке данного состояния на i-м шаге от положения левее первого до положения правее i-го с промежуточными положениями между каждыми в данном состоянии на i-м шаге, получаем: (i + 1) состояние на (i + 1)-м шаге. Причем из разных состояний i-го шага могут получаться только разные на (i + 1)-м шаге, т. к. на i-м шаге исходы отличаются разными относительными порядками первых i элементов, а переход к следующему (i + 1)-му шагу не меняет их относительный порядок.

Нумерацию состояний на (i + 1)-м шаге производим в порядке их формирования подряд общей нумерацией для всех элементов i-го шага. При этом, если рассматривать исходы на каждом шаге как составленные из упорядоченных номеров элементов числа, то в установленном выше порядке нумерации состояний таким образом получаются из данного состояния убывающие числа.

Итак, при каждом фиксированном числе элементов r (на r-м шаге) получаем перечень нумерованных состояний процесса, общее число которых (по построению процесса) равно $r!$, т. к. из каждого j-го состояния предыдущего шага получаем (j + 1) состояний следующего шага, что по индукции и дает общее число исходов, равное $1 \cdot 2 \cdot ... \cdot r = r!$, а при $r = n$ это $n!$ исходов, причем, очевидно, все они равновероятны.

Моделирование исходов схемы перестановок размера n производим по следующему алгоритму.

Шаги моделирования:

1) получаем из датчика случайных чисел последовательность $\overline{R} = (R_1, ..., R_n)$;

2) строим их вариационный ряд $\overline{R}_{(\cdot)} = (R_{(1)}, ..., R_{(n)})$;

3) находим номера элементов вектора $\overline{R}_n = (R_1, ..., R_n)$ в векторе $\overline{R}_{(\cdot)}$ в порядке просмотра первого вектора – получаем реализацию схемы перестановок.

Пример 2. Пусть $n = 10$.

$\overline{R}$ = (0,45; 0,31; 0,84; 0,15; 0,22; 0,40; 0,72; 0,51; 0,93; 0,48),

отсюда получаем:

$\overline{R}_{(\cdot)}$ = (0,15; 0,22; 0,31; 0,40; 0,45; 0,48; 0,51; 0,72; 0,84; 0,93).

Тогда имеем реализацию схемы перестановок:

www.tgizd.ru

(5, 3, 9 ,1 , 2, 4, 8, 7, 10, 6) – номеров элементов $\overline{R}$ в $\overline{R}_{(\cdot)}$ в порядке просмотра $\overline{R}$.

3. Перечисление и моделирование исходов схемы перестановок с повторением

Эта схема возникает при делении n различимых элементов на r групп численностями $m_1,\dots,m_r$, $\left(\sum_{i=1}^{r} m_i = n\right)$ с учетом порядка групп.

Общее число исходов схемы есть

$n!/\prod_{i=1}^{r}(m_i!)$.

Перечисление исходов схемы перестановок с повторением

Явный перебор всех исходов схемы использует результат перебора схемы перестановок п.2 и состоит из следующих алгоритмических операций:

1) по схеме перестановок получаем перечисление $n!$ исходов;

2) каждый результат пункта 1 делим подряд на группы элементов данных численностей $m_1,\dots,m_r$;

3) в каждой группе результата пункта 2 упорядочиваем элементы по возрастанию;

4) среди результатов пункта 3 оставляем только разные, отбраковывая одинаковые, получаем требуемое явное перечисление исходов схемы.

Под одинаковыми исходами в пункте 4 понимаем поэлементно совпадающие (на тех же местах) из n результаты.

Моделирование исходов схемы перестановок с повторением производим по следующему алгоритму.

Шаги моделирования:

1) последовательно, как в п.1, моделируем $(k-1)$ схемы сочетаний

$C_n^{m_1}, C_{n-m_1}^{m_2}, C_{n-m_1-m_2}^{m_3}, \dots, C_{n-\sum_{i=1}^{r-1} m_i}^{m_{r-1}}$,

фиксируем номера невыбранных элементов из исходных n после моделирования каждой из перечисленных схем сочетаний для выбора из них в следующей схеме сочетаний;

2) совокупность полученных по каждой схеме сочетаний $(r-1)$ строго возрастающих последовательностей выбранных номеров элементов с добавлением к ним последовательности невыбранных m_r номеров в возрастающем порядке и есть результат моделирования данной схемы.

§ 2. Численности и перечисление подстановок по заданной информации об их цикловых структурах

1. Подстановки любой цикловой структуры

Общее число N таких подстановок совпадает с общим числом перестановок из n различимых элементов в нижней строке подстановки и есть: $N = n!$.

Перечислительная задача всех таких равновероятных перестановок, а значит и подстановок решена в §1.

2. Одноцикловые подстановки

Теорема. Число одноцикловых подстановок размера n равно $(n-1)!$.

Доказательство. Одноцикловые подстановки из n элементов можно представить, как перестановки из n ее элементов, где каждый предыдущий элемент отображается в последующий, а последний – в первый, т. е. с замыканием n элементов в круг. Тогда очевидно, что все исходные перестановки, отвечающие одинаковым взаимным порядкам элементов в круге, т. е. с разными начальными элементами в этом круге, соответствуют одной и той же одноцикловой подстановке, а число таких перестановок (без замыкания) есть n, так как могут начинаться с любого из n элементов. Поэтому число одноцикловых подстановок в n раз меньше, чем число перестановок, им соответствующих, число которых $n!$, откуда и следует утверждение теоремы.

Для явного перечисления всех подстановок одноцикловых совершаем следующие действия:

1) используем перечисление всех перестановок, т. е. их нижних строк по алгоритму §1;

2) замыкаем результаты пункта 1 в круг и выписываем их строчно (без замыкания), начиная с «1»;

3) сравниваем результаты пункта 2, оставляя разные, отбрасывая повторяющиеся;

4) считая результаты пункта 3 последовательностями отображений, выписываем все одноцикловые подстановки.

Пример 3. Пусть $n = 3$. Всего имеем $3! = 6$ перестановок, а значит и подстановок без ограничений на их структуру, которые по алгоритму §1 дают следующие нижние строки подстановок:

(3,1,2),(1,3,2),(1,2,3), (3,2,1),(2,3,1),(2,1,3).

Мысленно замыкаем каждую в круг и выписываем строчно, начиная с «1», получаем:

(1,2,3),(1,3,2),(1,2,3),(1,3,2),(1,2,3),(1,3,2),

из которых отбрасываем повторяющиеся – остаются исходы (1,2,3) и (1,3,2), как последовательности отображений в подстановках, т. е. соответствует всем одноцикловым подстановкам размера 3 с нижними строками полученных исходов, число которых

$2 = (n-1)! = (3-1)! = 2$,

что совпадает с их числом по теореме.

3. Подстановки без единичных циклов

Это означает, что рассматриваются подстановки без тождественных отображений вида $i \to i$,

где $i \in \{1, 2, ..., n\}$ или подстановки, в нижних строках которых номера всех элементов не совпадают с их номерами в перестановках их нижних строк. Вероятность P такого несовпадения известна из классической задачи о совпадениях:

$$P = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + ... + \frac{(-1)^n}{n!}.$$

С другой стороны, по классическому определению вероятности

$$P = \frac{N}{N^*},$$

где $N^* = n!$ – общее число всех подстановок, а N – число подстановок без единичных циклов, откуда получаем

$$N = n!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + ... + \frac{(-1)^n}{n!}\right).$$

Перечисление всех подстановок без единичных циклов производим путем выполнения следующих этапов:

1) по алгоритму §1 совершаем перечисление $n!$ всех перестановок нижних строк подстановок;

2) из результатов пункта 1 вычитаем поэлементно элементы верхней строки подстановок и записываем разности в нижние строки подстановок;

3) из всех $n!$ результатов пункта 1 отбраковывам подстановки, имеющие хотя бы один ноль в нижней строке пункта 2 – остается совокупность всех подстановок или перестановок их нижних строк, соответствующих подстановкам без единичных циклов.

4. Подстановки с ровно k единичными циклами

Общее число N таких подстановок определяется всеми вариантами выбора k элементов единичных циклов по схеме сочетаний и всех вариантов взаимных перестановок остальных $(n - k)$ элементов нижних строк подстановок, не образующих тождественных отображений, число которых считается по аналогии с приведенными в пункте 3. Таким образом, для числа N получаем формулу:

$$N = C_n^k (n-k)!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + ... + \frac{(-1)^{n-k}}{(n-k)!}\right).$$

Перечисление подстановок с ровно k единичными циклами производят путем выполнения следующих этапов:

1) по алгоритму §1 перечисляем все сочетания C_n^k выборов k элементов, составляющих единичные циклы;

2) по алгоритму пункта 3 перечисляем все подстановки из $(n - k)$ различимых элементов без единичных циклов;

3) сочетая все результаты пунктов 1 и 2, получаем перечень всех подстановок с ровно k единичными циклами.

5. Подстановки с ровно k единичными циклами и одним циклом, размером $(n - k)$

Общее число N таких подстановок определяется числом выборов k элементов по схеме сочетаний, образующих тождественные отображения, и числом подстановок из остальных элементов без циклов, которое вычисляется по теореме пункта 2. Поэтому для числа N получаем формулу:

$$N = C_n^k (n-k-1)!.$$

Для перечисления всех подстановок данного вида совершаем следующие этапы:

1) по алгоритму §1 перечисляем все сочетания C_n^k выборов k элементов, составляющих единичные циклы;

2) по алгоритму §1 перечисляем все перестановки из остальных после выполнения пункта 1 $(n - k)$ различимых элементов в нижних строках подстановок;

3) сочетая все результаты пунктов 1 и 2, получаем полный перечень всех подстановок заданного вида.

6. Подстановки с заданной цикловой структурой

Пусть $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ – вектор заданной цикловой структуры подстановки размера n, описанный во введении. Общее число N исходов таких подстановок определяется способами деления n различимых элементов на число групп, равное числу разных цикловых размеров подстановки с учетом их порядка, числом делений элементов группы каждого из присутствующих в $\bar{\alpha}$ цикловых размеров на равные подгруппы элементов размерами циклов в группе без учета их порядка и (по теореме пункта 2) для каждой цикловой подгруппы размера i перестановками ее элементов в количестве $(i - 1)!$. Отсюда, используя формулу числа исходов в схеме перестановки с повторениями, для числа N получаем выражение:

$$N = \frac{n!}{\prod_{i=1}^{n} (i\alpha_i)!} \prod_{i=1}^{n} \frac{(i\alpha_i)!((i-1)!)^{\alpha_i}}{(i!)^{\alpha_i} (\alpha_i)!} = \frac{n! \prod_{i=1}^{n} ((i-1)!)^{\alpha_i}}{\prod_{i=1}^{n} (i!)^{\alpha_i} (\alpha_i)!}. \quad (1)$$

Перечисление всех подстановок данного вида совершаем в несколько этапов:

1) производим перечисление перестановок с повторением по алгоритму §1;

2) интерпретируя результаты пункта 1, как деление n различимых элементов на k различимых групп заданных размеров (с учетом их порядка), упорядочиваем группы по их размерам в возрастающем порядке, группы одного размера в алфавитном порядке входящих в них элементов, считая алфавитом номера n элементов подстановки (таким упорядочиванием групп элементов устраняется первоначальная различимость порядков групп в схеме перестановок с повторением), а элементы

www.tgizd.ru

в каждой группе перечисляем в полученном взаимном порядке, начиная с элемента с минимальным номером в группе путем циклического сдвига элементов группы, считая алфавитом номера n элементов подстановки;

3) сравнивая результаты пункта 2, отбрасываем повторяющиеся, оставляя только разные, учитывающие только размеры циклов, составы элементов циклов и взаимные порядки отображений элементов циклов, интерпретируемые как взаимные порядки перестановки элементов каждой группы – в результате получаем перечень всех подстановок заданной цикловой структуры.

Для иллюстрации алгоритма приведем числовой пример.

Пример 4. Пусть $n = 5$, $\bar{\alpha} = (2,0,1,0,0)$. Требуется перечислить все подстановки заданной цикловой структуры. Действуем и нумеруем результаты действий по алгоритму с предъявлением нижних строк подстановок или перечислением их цикловых групп:

1) перечисляем все подстановки из 5-ти элементов – их число есть 5! = 120. Имея целью демонстрацию работы алгоритма, а не проверку числа исходов при визуальном переборе, и избегая объемности вычислений, продемонстрируем работу алгоритма на части подстановок, например, по первым 5-ти (из 120-ти), перечисленных по алгоритму §1:

(54312),(45312),(43512),(43152),(43125);

2) по результату пункта 1 получаем:

((4)(5)(123)),((4)(5)(123)),((3)(4)(125)),((3)(4)(125)), ((3)(4)(125)),

где во внутренних скобках в порядке роста их размеров перечислены цикловые группы;

3) по результату пункта 2 получаем два исхода:

((4)(5)(123)) и ((3)(4)(125)).

При $n = 5$ нетрудно визуально перебрать все возможные подстановки с заданной цикловой структурой, для простоты представления записывая их снова в виде перечисления цикловых групп:

((1)(2)(345)),((1)(3)(245)),((1)(4)(235)),((1)(5)(234)), ((2)(3)(145)),((2)(4)(135)), ((2)(5)(134)),((3)(4)(125)), ((3)(5)(124)),((4)(5)(123)),

среди которых 8-я и 10-я найдены по алгоритму, а число $N = 10$ получается и по (1).

Замечание. В данном примере не проявился смысл порядка элементов внутри цикловой группы, т. к. это происходит при размере цикловой группы больше 3-х. Тогда элементы в цикловых группах перечисляются, начиная с минимального номера входящих в нее элементов в порядке их отображений.

§ 3. Моделирование случайных подстановок по заданной информации об их цикловых структурах

(В работе [1] даны алгоритмы моделирования исходов основных комбинаторных схем.)

1. Моделирование подстановки любой цикловой структуры

Как говорилось выше, моделирование любой подстановки сводится к моделированию любой равновероятной перестановки ее нижней строки, алгоритм которого приведен в §1.

2. Моделирование одноцикловой подстановки

Моделируем любую перестановку размером n по алгоритму пункта 1 и, считая ее последовательностью отображений по кругу (последний элемент отображается в первый) и выписывая ее, начиная с элемента «1», получаем требуемую подстановку.

3. Моделирование подстановки без единичных циклов

Моделируем любую подстановку размером n, как в пункте 1. Поэлементно вычитаем из нижней строки подстановки верхнюю. Если в результате получаем хотя бы один ноль, то исходную подстановку отбрасываем и переходим к следующей до тех пор, пока в результате описанного вычитания не окажется ни одного нуля. Тогда исходную подстановку будем считать требуемой смоделированной.

4. Моделирование подстановки с ровно k единичными циклами

Моделирования таких подстановок требует выполнения следующих алгоритмических процедур:

1) по схеме сочетаний C_n^k моделируем выбор k элементов подстановки, образующих единичные циклы (см. §1);

2) для остальных $(n - k)$ элементов моделируем одноцикловую подстановку по алгоритму пункта 2;

3) соединяя результаты пунктов 1 и 2 в виде подстановки, получаем ее в требуемом виде.

5. Моделирование подстановки с ровно k единичными циклами и с одним циклом, размером $(n - k)$

Моделирование таких подстановок требует выполнения следующих алгоритмических процедур.

1) по схеме сочетаний C_n^k моделируем выбор k элементов подстановки, образующих единичные циклы (см. §1);

2) для остальных $(n - k)$ элементов моделируем подстановку без циклов по алгоритму пункта 2;

3) соединяя результаты пунктов 1 и 2 в виде подстановки, получаем ее в требуемом виде.

6. Моделирование подстановки с заданной цикловой структурой

Пусть цикловая структура задана вектором $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$, описанным во введении.

www.tpzb.ru

Для моделирования данной подстановки производим следующие шаги:

1) моделируем любую перестановку размером n, как в пункте 1;

2) делим n элементов перестановки подряд на α_1 групп размерами по 1, α_2 размерами по 2 и т. д.;

3) из элементов каждой группы пункта 2 строим нижние строки одноцикловых подстановок по алгоритму пункта 2, получаем подстановку требуемой структуры.

Список литературы

1. Энатская Н.Ю., Хакимуллин Е.Р. *Стохастическое моделирование*. М.: МИЭМ, 2012. 185 с.
2. Колчин А.В., Энатская Н.Ю. Комбинаторный анализ схемы перестановок // *Труды КНЦ РАН. Серия: Математическое моделирование и информационные технологии*, Петрозаводск. 2014, выпуск 4. С. 80–86.
3. Энатская Н.Ю. Комбинаторный анализ схемы сочетаний // *Промышленные АСУ и контроллеры*. 2015, № 8. С. 35–40.

References

1. Enatskaya N.Yu., Khakimullin Ye.R. *Stokhasticheskoe modelirovanie* [Stochastic modeling]. M.: MIEM [Moscow: Moscow Institute of Electronics and Mathematics]. 2012. 185 p.
2. Kolchin A.V., Enatskaya N.Yu. Kombinatornyy analiz skhemy perestanovok [Combinatorial analysis of the permutation scheme]. *Trudy KNTs RAN. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie i informatsionnye tekhnologii*. Petrozavodsk [Proceedings of the Kola Science Center of the Russian Academy of Sciences. Series: Mathematical modeling and information technology, Petrozavodsk]. 2014, iss. 4, pp. 80–86.
3. Enatskaya N.Yu. Kombinatornyy analiz skhemy sochetaniy [Combinatorial analysis of the combination scheme]. *Promyshlennye ASU i kontrollery* [Industrial Automatic Control Systems and Controllers]. 2015, no. 8, pp. 35–40.

Информация об авторе

Энатская Наталия Юрьевна, кандидат физико-математических наук, доцент
E-mail: nat1943@mail.ru
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
101000, Российская Федерация, Москва, ул. Мясницкая, д. 20

Information about the author

Enatskaya Nataliya Yurevna, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
E-mail: nat1943@mail.ru
Higher School of Economics – National Research University
101000, Russian Federation, Moscow, Str. Myasnitskaya, 20

НОВОСТИ

Специально для горячей среды Инфракрасный датчик температуры с IO-Link от Balluff

Специализирующаяся на выпуске датчиков компания Balluff разработала новый пирометр BTS с интерфейсом IO-Link и двумя выходами с переключающими контактами. Он способен контролировать температуру от 250 до 1250 °С даже в недоступных местах или взрывоопасных зонах, обнаруживать движущиеся горячие объекты и регистрировать значения температуры – и все это бесконтактным образом.

Пирометр имеет прочный корпус М30 из нержавеющей стали, имеет степень защиты IP67 и первым в этом форм-факторе предлагает многофункциональный текстовый дисплей с автоматической ориентацией как у смартфона.

В дополнение к двум выходам с переключающими контактами, у пирометра есть интерфейс IO-Link для удаленной настройки параметров и прямого обмена данными с контроллером или панелью управления. Аналоговый выход 4...20 мА доступен в качестве опции.

Различные функции и способы настройки открывают широкий круг областей применения, к которым относятся, например, литье стали и других металлов, горячая металлообработка, производство стекла и керамики.

МЕРАХ
E-mail: info@mepax.com

www.tgizd.ru