УДК 551.466.3

ДИНАМИКА ПАКЕТА ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ НЕОДНОРОДНО ЗАВИХРЕННОЙ ЖИДКОСТИ (ЛАГРАНЖЕВО ОПИСАНИЕ)

А.А. Абрашкин[1], **Е.Н. Пелиновский**[2,3]

[1] Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, 603155, Нижний Новгород, ул. Большая Печерская 25/12

[2] Институт прикладной физики РАН, 603950, Нижний Новгород, ул. Ульянова 46

[3] Нижегородский государственный технический университет, 603950, Нижний Новгород, ул. Минина 24

Выведено нелинейное уравнение Шредингера (НУШ), описывающее пакеты слабонелинейных волн в неоднородно завихренной жидкости бесконечной глубины. Завихренность предполагается произвольной функцией лагранжевых координат и квадратичной по малому параметру, пропорциональному крутизне волны. Показано, что критерии модуляционной неустойчивости рассмотренных слабозавихренных волн и потенциальных волн Стокса на глубокой воде совпадают. Влияние завихренности проявляется в сдвиге волнового числа высокочастотного заполнения. Отмечается особый случай волн Герстнера, для которых коэффициент при нелинейном члене в НУШ равен нулю.

Ключевые слова: нелинейное уравнение Шредингера, завихренность, волна Герстнера

Нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) является эффективной моделью для изучения распространения волновых пакетов на поверхности жидкости. Для волн на глубокой воде НУШ впервые было выведено Захаровым с помощью гамильтоновского формализма [1]. Хасимото и Оно [2] и Дэви [3] получили независимо тот же результат методом многомасштабных разложений в эйлеровых координатах. В свою очередь, Юэн и Лэйк осуществили вывод НУШ на базе метода усредненного лагранжиана [4]. Во всех этих работах волновое движение предполагалось потенциальным.

Вместе с тем распространение волн в океане достаточно часто происходит на фоне течений, обладающих завихренностью. Используя метод многомасштабных разложений, Джонсон [5] изучил медленную модуляцию гармонической волны, бегущей вдоль сдвигового потока с произвольным профилем $U(y)$, где y - вертикальная координата. Он получил НУШ с коэффициентами, зависящими сложным образом от сдвигового потока. Баумстейн [6] изучал модуляционную неустойчивость цуга волн Стокса на течении с однородным сдвигом скорости, когда $dU/dy = const$. Томас и др. [7] обобщили их результаты на случай конечной глубины жидкости и подтвердили, что сдвиговое течение с линейным профилем скорости может существенно влиять на устойчивость слабонелинейных волн Стокса. В частности, для волн, распространяющихся в направлении потока, неустойчивость Бенджамина-Фейра отсутствует в случае положительной завихренности для любой глубины.

При традиционном рассмотрении распространения слабонелинейных волн на течении сдвиговый поток определяет завихренность нулевого приближения [5]. В зависимости от вида профиля течения она может быть в достаточной степени произвольной. В то же время завихренность в первом и последующих приближениях по параметру крутизны волны уже зависит от его вида и является вполне определенной. Вид возмущений завихренности при таком подходе, в общем случае, предугадать очень сложно. Они уже не являются функциями только y и зависят от переменных x и t. С этой точки зрения открывается возможность для развития несколько иного подхода, когда невозмущенный сдвиговый поток отсутствует, а завихренности волновых возмущений задаются как некоторые произвольные функции. Вид НУШ в этом случае зависит уже от вида этих функций. Так, Хильервик и Тралсен [8] получили НУШ для распределения завихренности следующего вида: $\Omega_y/\omega = O(\varepsilon^2)$; $(\Omega_x, \Omega_z)/\omega = O(\varepsilon^3)$, где x, z - горизонтальные координаты ω - частота волны Вертикальная компонента завихренности на порядок превышает горизонтальные. Данное распределение завихренности соответствует слабому (порядка ε) горизонтально неоднородному сдвиговому течению.

В отличие от работы [8], ниже изучаются двумерные течения в плоскости (x, y), когда отлична от нуля только z - компонента завихренности. Анализ проводится в лагранжевых переменных a, b (первая из них горизонтальная, а вторая - вертикальная координата). В отсутствии невозмущенного сдвигового потока общее выражение для завихренности плоского течения записывается так:

$$\Omega_z = \Omega(a,b) = \sum_{n\geq 1} \varepsilon^n \Omega_n(a,b).$$

Ранее одним из авторов статьи была решена задача о распространении пакета волн в случае $\Omega_1 = \Omega_1(b); \Omega_2 = \Omega_2(b)$ [9]. Для комплексной амплитуды огибающей волнового пакета было построено эволюционное уравнение, которое простой заменой удалось свести к НУШ. В настоящей работе предполагается, что завихренность волн зависит уже от обеих лагранжевых переменных. Распределение завихренности задается в таком виде: $\Omega_1 = 0;$ $\Omega_2 = \Omega_2(a,b)$, где Ω_2 - произвольная функция. Уравнения гидродинамики в форме Лагранжа решаются методом многомасштабных разложений. Для амплитуды огибающей получено нелинейное уравнение Шредингера с дополнительным слагаемым. Рассматриваются различные возможности сведения его к интегрируемым уравнениям. Выделен случай слабонелинейной волны Герстнера, для которой, как показано, коэффициент при нелинейном члене НУШ обращается в нуль.

1. Постановка задачи

Рассмотрим распространение пакета поверхностных волн в завихренной жидкости неограниченной глубины. Уравнения двумерной гидродинамики идеальной несжимаемой жидкости записываются в следующем виде [10, 11]:

$$\frac{D(X,Y)}{D(a,b)} = [X,Y] = 1, \tag{1}$$

$$X_{tt}X_a+\left(Y_{tt}+g\right)Y_a=-\frac{1}{\rho}p_a, \qquad (2)$$

$$X_{tt}X_b+\left(Y_{tt}+g\right)Y_b=-\frac{1}{\rho}p_b, \qquad (3)$$

где X, Y - горизонтальная и вертикальная координаты траектории жидкой частицы, t - время, ρ - плотность, p - давление, g - ускорение свободного падения, нижние индексы обозначают дифференцирование по соответствующей переменной. Квадратные скобки обозначают якобиан. Ось b направлена вверх, и $b=0$ соответствует свободной поверхности. Уравнение (1) – это уравнение непрерывности, а уравнения (2), (3) – уравнения движения. Области течения отвечает условие $b\le 0$ (Рис. 1).

Используя перекрестное дифференцирование, можно исключить из системы (2), (3) давление и получить условие сохранения завихренности вдоль траектории [10]:

$$X_{ta}X_b+Y_{ta}Y_b-X_{tb}X_a-Y_{tb}Y_a=\Omega(a,b). \qquad (4)$$

Это уравнение эквивалентно уравнениям движения жидкости (2), (3), но оно включает в явном виде завихренность жидких частиц Ω, которая в случае двумерных течений является функцией только лагранжевых координат.

Введем комплексную координату траектории жидкой частицы $W = X + iY \quad (\overline{W} = X - iY)$, черта – знак комплексного сопряжения. В новых переменных уравнения (1) и (4) примут следующий вид:

$$\left[W, \overline{W}\right] = -2i, \tag{5}$$

$$\operatorname{Re}\left[W_t, \overline{W}\right] = \Omega(a, b), \tag{6}$$

а система уравнений (2), (3) после несложных алгебраических преобразований сведется к одному уравнению

$$W_{tt} = -ig + i\rho^{-1}[p, W]. \tag{7}$$

В дальнейшем уравнения (5), (6) будут использоваться для нахождения комплексной координаты траекторий жидких частиц, а уравнение (7) для определения давления в жидкости. Граничными условиями выступают условие непротекания на дне ($Y_t \to 0$ при $b \to -\infty$) и постоянства давления на свободной поверхности (при $b = 0$).

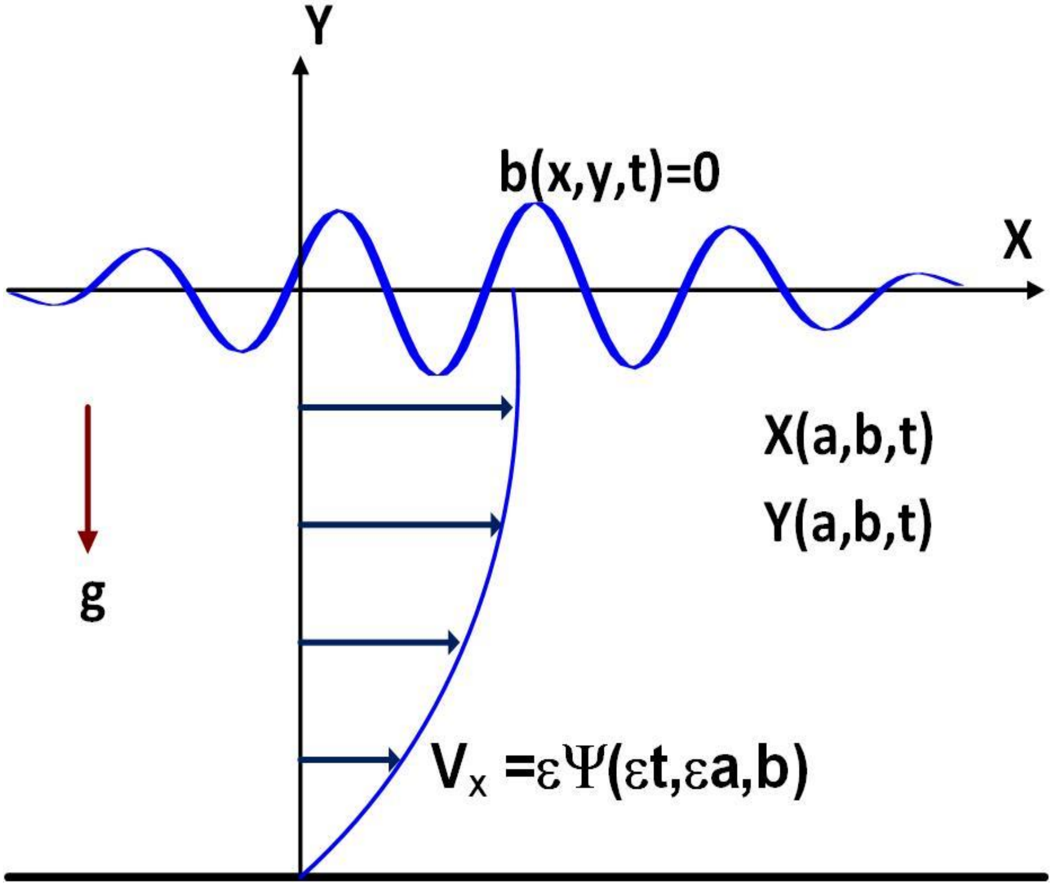

Рис. 1. Геометрия задачи: V_X **- среднее горизонтальное течение.**

2. Метод решения

Воспользуемся методом многих масштабов. Функцию W представим так:

$$W = a_0 + ib + w(a_l, b, t_l), \quad a_l = \varepsilon^l a, \quad t_l = \varepsilon^l t; \quad l = 0,1,2\,, \tag{8}$$

где ε - малый параметр крутизны волны. Представим неизвестные функции p и w в виде ряда по этому параметру

$$w = \sum_{n=1} \varepsilon^n w_n; \quad p = p_0 - \rho g b + \sum_{n=1} \varepsilon^n p_n. \tag{9}$$

В выражении для давления выделен отдельно член с гидростатическим давлением, p_0- постоянное атмосферное давление на поверхности жидкости, которое можно сразу положить равным нулю. Подставим представления (8), (9) в уравнения (5)-(7). В первом приближении решение имеет следующий вид:

$$w_1 = A(a_1, a_2, t_1, t_2)\exp\left[i(ka_0 + \omega t_0) + kb\right] + \psi_1(a_1, a_2, b, t_1, t_2) \tag{10}$$

здесь и далее A - комплексная амплитуда волны, бегущей влево (чтобы записать выражения для волны бегущей вправо, следует изменить в них знак частоты). Функция ψ_1 - действительная, и ее вид определяется при рассмотрении следующего приближения. Выражение (10) описывает волновое движение в лабораторной системе отсчета. Оно состоит из колебательного движения жидких частиц по окружности и среднего течения.

Мы не будем приводить подробно выкладки, а ограничимся указанием основных результатов в высших приближениях. Из решений второго приближения следует пара уравнений:

$$A_{t_1} - c_g A_{a_1} = 0, \tag{11}$$

$$\psi_{1t_{1b}} = -2k^2 \omega |A|^2 e^{2kb} - \Omega_2 (a_1, a_2, b), \tag{12}$$

здесь $c_g = g/(2\omega)$ - групповая скорость линейных волн на воде. Используя уравнения (11), (12), в третьем приближении приходим к следующему эволюционному уравнению:

$$i \frac{\partial A}{\partial t_2} + \frac{\omega}{8k^2} \frac{\partial^2 A}{\partial a_1^2} - 2k^2 A \int_{-\infty}^{0} \psi_{1t_1} e^{2kb} \, db = 0 \,. \tag{13}$$

Это уравнение записано в системе отсчета, движущейся с групповой скоростью влево. В нем присутствует неоднородное слагаемое, в которое входит функция ψ_{1t_1}. Она получается интегрированием уравнения (12) по b:

$$\psi_{1t_1} = -k\omega |A|^2 e^{2kb} - \int_{-\infty}^{b} \Omega_2 (a, b') db' - U(a, t_1), \tag{14}$$

здесь и далее переменная a будет обозначать “медленную” координату a_1 или a_2 (выбор осуществляется из соображений удобства решения уравнения (13)). Функция $U(a, t_1)$ описывает неоднородное по горизонтали и однородное по вертикали (не зависит от координаты b) нестационарное потенциальное течение. Подставляя соотношение (14) в уравнение (13), придем к окончательному виду уравнения для амплитуды огибающей волнового пакета

$$i\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\omega}{8k^2}\frac{\partial^2 A}{\partial a^2}++k\left[\frac{\omega k^2}{2}|A|^2+2k\int_{-\infty}^{0}e^{2kb}\left(\int_{-\infty}^{b}\Omega_2(a,b')db'\right)db+U(a,t)\right]A=0. \quad (15)$$

При записи этого уравнения мы воспользовались заменами $A\to\frac{A}{\varepsilon},\ \ t_2\to\varepsilon^2 t,\ a_1\to\varepsilon a$. Это модифицированное НУШ для слабозавихренных волн. Ниже рассматриваются различные варианты возможных его аналитических решений.

3. ПРИМЕРЫ ВОЛН

а) Потенциальные волны Стокса. В случае $\Omega_2=0,\ \ U=0$ уравнение (15) переходит в классическое нелинейное уравнение Шредингера для волн на глубокой воде

$$i\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\omega}{8k^2}\frac{\partial^2 A}{\partial a^2}+\frac{1}{2}\omega k^2|A|^2A=0. \quad (16)$$

Применительно к волнам в океане наиболее часто обсуждаются три аналитических вида решений НУШ – бризер Перегрина, локализованный и в пространстве, и во времени [12], так называемый бризер Ахмедиева (периодическое в пространстве и локализованное во времени решение [13]) и бризер Кузнецова (периодическое по времени и локализованное в пространстве решение [14]). Проблема образования и распространения огромных океанских волн (волн-убийц) в рамках классического НУШ неоднократно обсуждалась ранее (см. обзор [15], статьи [16, 17] и приведенную в них литературу), и мы не будем на ней останавливаться.

б) Волны Герстнера: $\Omega_2 = -2k^2\omega|A|^2 e^{2kb}, U = 0$**.** Точное решение Герстнера для волн на поверхности жидкости в комплексной форме записывается так [10]:

$$W = a_0 + ib + iA\exp\left[i\left(ka_0 + \omega t_0\right) + kb\right] \tag{17}$$

Оно описывает стационарные бегущие вихревые волны с трохоидальным профилем. Их дисперсионная характеристика совпадает с законом дисперсии линейных волн на глубокой воде $\omega^2 = gk$. Жидкие частицы движутся по окружностям, и дрейфовое течение отсутствует. В представлении (9) волна Герстнера имеет следующий вид:

$$w = \sum_{n \ge 1} \varepsilon^n \cdot iA\exp\left[i\left(ka_0 + \omega t_0\right) + kb\right].$$

Подставляя его в выражение для завихренности (6), получим, что в линейном приближении волны Герстнера незавихренные ($\Omega_1 = 0$), но в квадратичном приближении имеют завихренность $\Omega_2 = -2k^2\omega|A|^2 e^{2kb}$. Для этого распределения завихренности два первых слагаемых в квадратных скобках уравнения (15) взаимно уничтожают друг друга. С физической точки зрения это связано с тем, что течение, индуцируемое завихренностью, в точности компенсирует стоксов дрейф. Таким образом, в этом приближении пакет слабонелинейных волн Герстнера не испытывает действия нелинейности, и эффект модуляционной неустойчивости для волны Герстнера отсутствует.

в) Волны с неоднородным распределением завихренности: $\Omega = \varepsilon^2 \Omega_2(a_2, b)$, $U = 0$. В общем случае функцию завихренности Ω_2 можно полагать зависящей от трех координат - a_1, a_2, b. При этом уравнение (13) является НУШ с неоднородным коэффициентом при дополнительном линейном члене. Рассмотрим для простоты случай, когда функция Ω_2 зависит только от координат a_2, b. Тогда в уравнении (13) удобно перейти к координатам t_1, a_2, и после замен $A \to \frac{A}{\varepsilon}$, $t_1 \to \varepsilon t$, $a_2 \to \varepsilon^2 a$ оно примет вид

$$\begin{gathered} i\frac{\partial A}{\partial a} - \frac{k}{\omega^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - k\left(k^2|A|^2 + 2\beta(a)\right)A = 0; \\ \beta(a) = 2k^2\omega^{-1}\int\limits_{-\infty}^{0} e^{2kb}\left(\int\limits_{-\infty}^{b}\Omega_2(a, b')db'\right)db. \end{gathered} \tag{18}$$

С помощью замены $A = A' \exp\left(-2ik\int\limits_{-\infty}^{a}\beta(a)da\right)$ оно сводится к НУШ:

$$i\frac{\partial A'}{\partial a} - \frac{k}{\omega^2}\frac{\partial^2 A'}{\partial t^2} - k^3|A'|^2 A' = 0\,. \tag{19}$$

Это уравнение имеет те же самые коэффициенты, что и НУШ для потенциальных волн на глубокой воде. Из этого следует, что условия модуляционной неустойчивости для рассматриваемых волн с неоднородным распределением завихренности будут точно такими же, как и для потенциальных волн, и все известные аналитические и численные расчеты образования волн-убийц для потенциальных волн могут быть перенесены и на них.

Приведем здесь модификацию решения в виде бризера Перегрина, являющегося аналитической моделью волн-убийц [12, 15]:

$$A(t,a) = A_0\left[-1+4\frac{1+2ik^3A_0^2a}{1+2k^2\omega^2A_0^2t^2+4k^6A_0^4a^2}\right]\exp\left[ik\left(k^2A_0^2a-2\int_{-\infty}^{a}\beta(a)da\right)\right]$$

где A_0 – амплитуда невозмущенной монохроматической волны. Как видим, завихренность влияет только на сдвиг пространственного волнового числа, уменьшая его по сравнению с волной Стокса. По сравнению с бризером Перегрина в идеальной жидкости завихренность приводит к изменению длины волны несущей, что влияет на число индивидуальных волн в волновом пакете.

г) Волны в слабозавихренной жидкости при наличии дополнительного потенциального течения: $\Omega=\varepsilon^2\Omega_2(a_2,b), U\neq 0$. В этом случае уравнение (13) можно переписать так:

$$i\frac{\partial A}{\partial a}-\frac{k}{\omega^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}-k\left(k^2|A|^2+2\beta(a)+\frac{2k}{\omega}U(a,t)\right)A=0 \qquad (20)$$

Уравнение (20) представляет один из вариантов нелинейного уравнения Шредингера с переменными коэффициентами (ПКНУШ), которые сейчас активно изучаются в оптике и гидродинамике. При определенных условиях оно имеет решения в виде бризеров, демонстрируя возможность образования волн-убийц в неоднородном нелинейном уравнении Шредингера. Применительно к оптическим задачам обзор случаев, когда ПКНУШ удается свести к НУШ с постоянными коэффициентами приведен в статье [18], правда, там учитывается еще линейное затухание волнового пакета. Понятно, что генерация волн большой амплитуды возможна и в более общих случаях, когда нельзя получить бризерное решение. Отметим, например, один важный случай, когда функция U является лишь линейной функцией времени. Вводя безразмерные переменные

$$E=\frac{1}{\sqrt{2}}k\overline{A}\exp\left(-2ik\int_{-\infty}^{a}\beta(a)da\right), \quad \tau=\omega t,$$

$$q=ka, \quad U(t)=-\alpha\frac{\omega}{k}\tau$$

где черта – знак комплексного сопряжения, а α - постоянная, сведем уравнение (20) к следующему уравнению

$$i\frac{\partial E}{\partial q}+\frac{\partial^2 E}{\partial \tau^2}+\left(-2\alpha\tau+2|E|^2\right)E=0,$$

которое имеет точное односолитонное решение [19]:

$$E = E_0(q,\tau)\exp i\varphi(q,\tau); \quad E_0 = 2\eta\ \mathrm{sech}\, 2\eta\left(\tau + 2\alpha q^2 - 4\xi q - \tau_0\right);$$
$$\varphi = 2(\xi - \alpha q)\tau - 4\left[\frac{1}{3}\alpha^2 q^3 - \alpha\xi q^2 + \left(\xi^2 - \eta^2\right)q\right]$$

где ξ, η- постоянные, τ_0 - начальный момент времени. Оно описывает неравномерно движущийся солитон огибающей с амплитудой 2η. Параметр ξ задает точку, где скорость солитона $dq/d\tau$ меняет знак (точку блокировки). Существование солитона постоянной амплитуды обусловлено конкуренцией двух эффектов: дисперсионным сжатием волнового импульса в силу частотной модуляции и расплыванием в неоднородной среде. Существование солитона огибающей характерно для фокусирующего нелинейного уравнения Шредингера, что указывает на возможность проявления модуляционной неустойчивости и волн-убийц.

4. О СВЯЗИ ЛАГРАНЖЕВОГО И ЭЙЛЕРОВОГО ОПИСАНИЙ

Все решения приведенных в работе уравнений получены в лагранжевых координатах. В связи с этим возникает естественный вопрос: будут ли они отличаться от решений НУШ в эйлеровых переменных? Рассмотрим его на примере вычисления смещения свободной границы.

В нашем описании оно определяется формулой

$$Y_L = \operatorname{Im} A(a,t) \exp i(ka_0 + \omega\, t_0),$$

здесь $A(a,t)$ - решение любого из уравнений (15), (17), (18) или (20). Это выражение определяет волновой профиль в лагранжевых координатах (индекс "L" у величины Y). Чтобы записать его в эйлеровых координатах необходимо выразить лагранжевую координаты через эйлеровые переменные. Из соотношений (8), (9) следует, что

$$X = a + \varepsilon \operatorname{Re}\left(w_1 + \sum_{n=2} \varepsilon^{n-1} w_n \right) = a + O(\varepsilon),$$

и, следовательно, смещение свободной поверхности в эйлеровых координатах будет

$$Y_E = \operatorname{Im} A(X,t) \exp i\left(kX_0 + \omega\, t_0\right) + O\left(\varepsilon^2\right).$$

Координата a, таким образом, играет роль X. Этот результат можно назвать принципом соответствия между лагранжевым и эйлеровым описанием.

5. Заключение

В данной работе исследовалась динамика волновых пакетов, распространяющихся по поверхности неоднородно завихренной жидкости. Использовался метод многомасштабных разложений в лагранжевых переменных. Завихренность жидкости Ω задавалась в виде произвольной функции, квадратичной по малому параметру крутизны волны функции лагранжевых координат. Вычисления проводились с помощью введения комплексной координаты траектории жидкой частицы.

Для волновых пакетов получено эволюционное уравнение для огибающей. С математической точки зрения новизна уравнения связана с появлением нового слагаемого, пропорционального амплитуде огибающей, с множителем, зависящим от пространственной координаты. Он определяет среднее течение, связанное с наличием в жидкости завихренности. Указаны случаи, когда оно простой заменой сводится к НУШ с теми же коэффициентами, что и для потенциальных волн на глубокой воде. Показано, что влияние завихренности связано со сдвигом волнового числа высокочастотного заполнения. Критерии модуляционной неустойчивости рассмотренных слабозавихренных волн и потенциальных волн на глубокой воде совпадают. Все известные аналитические и численные решения НУШ приложимы и для данных слабозавихренных волн. Выделен особый случай волн Герстнера, для которой коэффициент при нелинейном члене НУШ обращается в нуль.

Вывод нелинейного уравнения Шредингера с помощью метода многомасштабных разложений выполнен при поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ

РФ НШ-6637.2016.5, а анализ модуляционной неустойчивости волн Гуйона и Герстнера – в рамках гранта РНФ 16-17-00041

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Захаров В.Е. Устойчивость периодических волн конечной амплитуды на поверхности глубокой жидкости // Журн. ПМТФ. 1968. № 2. С. 86-94.

[2] Hasimoto H., Ono H. Nonlinear modulation of gravity waves // J. Phys. Soc. Jpn. 1972. V. 33. P. 805-811.

[3] Davey A. The propagation of a weak nonlinear wave // J. Fluid Mech. 1972. V. 53. P. 769-781.

[4] Yuen H.C., Lake B.M. Nonlinear deep water waves: Theory and experiment // Phys. Fluids. 1975. V. 18. P. 956-960.

[5] Johnson R.S. On the modulation of water waves on shear flows // Proc. R. Soc. Lond. A. 1976. V. 347. P. 537-546.

[6] Baumstein A.I. Modulation of gravity waves with shear in water // Stud. Appl. Math. 1998. V. 100. P. 365-390.

[7] Thomas R., Kharif C., Manna M. A nonlinear Shrödinger equation for water waves on finite depth with constant vorticity // Phys. Fluids. 2012. V. 24. P. 127102.

[8] Hjelmervik K.B., Trulsen K. Freak wave statistics on collinear currents // J. Fluid Mech. 2009. V. 637. P. 267-284.

[9] Абрашкин А.А. Гравитационные поверхностные волны огибающей в завихренной жидкости // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1991. Т. 27. № 6. С. 633-637.

[10] А.А. Абрашкин, Е.И. Якубович. Вихревая динамика в лагранжевых переменных. М.: Физматлит, 2006. 176 с.

[11] Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 816 с.

[12] Peregrine D.H. Water waves, nonlinear Shrödinger equations and their solutions // J. Australian Math. Soc., Ser. B. 1983. V. 25. P. 16-43.

[13] Ахмедиев Н.Н., Елеонский В.М., Кулагин Н.Е. Генерация периодических пакетов пикосекундных импульсов в оптическом фибере: точные решения // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 1542-1551.

[14] Кузнецов Е.А. Солитоны в параметрически неустойчивой плазме // ДАН. 1977. Т. 236 (1-3). С. 575-577.

[15] Slunyaev A., Didenkulova I., Pelinovsky E. Rogue waves // Contemp. Phys. 2011. V. 52. P. 571-590.

[16] Gelash A.A., Zakharov V.E. Superregular solitonic solutions: a novel scenario for the nonlinear stage of modulation instability // Nonlinearity. 2014. V. 27. P. R1-R39.

[17] Рубан В.П. О нелинейном уравнении Шредингера для волн на неоднородном течении // Письма ЖЭТФ. 2012. Т. 95. Вып. 9. С. 550-556.

[18] He J., Li Y. Designable integrability of the variable coefficient nonlinear Schrödinger quations // Stud. Appl. Math. 2010. V. 126. P. 1-15.

[19] Chen H.-H., Liu C.-S., Solitons in nonuniform media // Phys. Rev. Lett. 1976. V. 37. P. 693-697.

Абрашкин Анатолий Александрович
Место работы: Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики, ул. Большая Печерская 25/12, Нижний Новгород, 603155, Российская Федерация
Контактный тел.: 89202946361
E-mail: aabrashkin@hse.ru

Пелиновский Ефим Наумович
Место работы: Институт прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950, Российская Федерация; Нижегородский государственный технический университет, ул. Минина 24, Нижний Новгород, 603093, Российская Федерация
Контактный тел.: 89103984194
E-mail: pelinovsky@hydro.appl.sci-nnov.ru

Аннотация к статье А.А. Абрашкина, Е.Н. Пелиновского “**ДИНАМИКА ПАКЕТА ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ НЕОДНОРОДНО ЗАВИХРЕННОЙ ЖИДКОСТИ (ЛАГРАНЖЕВО ОПИСАНИЕ)**”

Выведено нелинейное уравнение Шредингера (НУШ), описывающее пакеты слабонелинейных волн в неоднородно завихренной жидкости бесконечной глубины. Завихренность предполагается произвольной функцией лагранжевых координат и квадратичной по малому параметру, пропорциональному крутизне волны. Показано, что критерии модуляционной неустойчивости рассмотренных слабозавихренных волн и потенциальных волн Стокса на глубокой воде совпадают. Влияние завихренности проявляется в сдвиге волнового числа высокочастотного заполнения. Отмечается особый случай волн Герстнера, для которых коэффициент при нелинейном члене в НУШ равен нулю.

Ключевые слова: нелинейное уравнение Шредингера, завихренность, волна Герстнера

Подпись к рисунку 1 статьи А.А. Абрашкина, Е.Н. Пелиновского "**ДИНАМИКА ПАКЕТА ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ НЕОДНОРОДНО ЗАВИХРЕННОЙ ЖИДКОСТИ (ЛАГРАНЖЕВО ОПИСАНИЕ)**"

Рис. 1. Геометрия задачи: V_χ **- среднее горизонтальное течение.**

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Абрашкин Анатолий Александрович
Место работы: Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики, ул. Большая Печерская 25/12, Нижний Новгород, 603155, Российская Федерация
Контактный тел.: 89202946361
E-mail: aabrashkin@hse.ru
Домашний адрес: 603162, Нижний Новгород, ул. Маршала Рокоссовского, д. 6, кв. 258
Паспорт: серия 46 06 №332166, выдан 27.01.2005 Нахабинским ОМ Красногорского района Московской области

Пелиновский Ефим Наумович
Место работы: Институт прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950, Российская Федерация; Нижегородский государственный технический университет, ул. Минина 24, Нижний Новгород, Российская Федерация
Контактный тел.: 89103984194
E-mail: pelinovsky@hydro.appl.sci-nnov.ru
Домашний адрес: Нижний Новгород, ул. Родионова, д. 17, кв. 26
Паспорт: серия 22 02 №972489, выдан 22.11.2002 УВД Нижегородского района г. Нижний Новгород