Программа учебной дисциплины
«Математический анализ»
(подготовка бакалавра)

Утверждена
Академическим советом ОП
Протокол № от __.__.2023

Разработчик	Романов Александр Владимирович, доцент департамента прикладной математики МИЭМ НИУ ВШЭ
Число кредитов	1 год 11, 2 год 4
Контактная работа (час.)	1 год 280, 2 год 60
Самостоятельная работа (час.)	1 год 174, 2 год 94
Курс, Образовательная программа	Первый – второй, Прикладная математика
Формат изучения дисциплины	Без использования онлайн курса

Основой настоящей программы является программа учебной дисциплины «Математический анализ» для направления 01.03.04.62 «Прикладная математика» подготовки бакалавра, 2014 год, разработанная В.В. Лебедевым и А.В. Романовым.

1. Цель, результаты освоения дисциплины и пререквизиты

Целями освоения дисциплины Математический анализ являются:

- ознакомление студентов с основными понятиями и методами теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких действительных переменных;
- формирование естественнонаучного мировоззрения и развитие системного мышления, содействие фундаментализации образования.

В результате освоения дисциплины студент должен:

- **Знать:** основные положения теории пределов и непрерывных функций, теории числовых и функциональных рядов, теории интегралов, зависящих от параметра, теории неявных функций и её приложений к задачам на условный экстремум, теории поля; основные теоремы и методы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных.
- **Уметь:** определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач; решать основные задачи на вычисление пределов функций, их дифференцирование и интегрирование, на вычисление интегралов, на разложение функций в ряды.

- **Иметь навыки** использования стандартных методов и моделей математического анализа и их применения к решению прикладных задач.

Изучение данной дисциплины базируется на знаниях и умениях приобретённых в рамках школьной программы по математике с использованием ряда элементарных сведений из параллельного курса «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- «Дифференциальные уравнения»; «Теория функций комплексного переменного»; «Теоретическая механика»; «Функциональный анализ»; «Теория вероятностей и математическая статистика»; «Асимптотические методы»; «Математические модели нелинейных процессов»; «Введение в нелинейную динамику»; «Статистический анализ и моделирование сложных систем».

Место дисциплины в учебном плане: базовая часть.

2. Содержание учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы		Самостоя-тельная работа
			Лекции	Семинары	
	Первый год				
1	Множества и их отображения. Вещественные числа. Элементарные свойства функций. Последовательности и их пределы.	38	12	12	14
2	Пределы и непрерывность функций	58	18	18	22
3	Производная, основные теоремы и методы дифференциального исчисления. Элементарные асимптотические формулы. Исследование функций при помощи производных.	70	24	24	22
4	Неопределённый интеграл	34	9	9	16
5	Определённый интеграл	34	9	9	16
6	Несобственные интегралы	26	8	8	10
7	Числовые ряды	38	12	12	14
8	Функции нескольких переменных. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	102	33	33	36

9	Функциональные последовательности и ряды	26	8	8	10
10	Степенные ряды. Ряды Тейлора.	28	7	7	14
	Итого:	**454**	**140**	**140**	**174**
	Второй год				
11	Ряды Фурье	34	8	6	20
12	Интегралы, зависящие от параметра	24	4	4	16
13	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля.	96	18	20	58
	Итого:	**154**	**30**	**30**	**94**

3. Оценивание

Блокирующие элементы контроля отсутствуют.

Промежуточная аттестация студентов проводится в конце модулей 2, 4 первого года обучения, а окончательная аттестация – в конце модуля 2 второго года обучения. В модулях 1–2 проводятся две контрольные работы, один коллоквиум и промежуточный экзамен. Накопленная оценка $O_{нак}$ и оценка промежуточной аттестации $O_{па1-2}$ выводятся по правилам:

$$O_{нак} = \frac{1}{4}(O_{кр1} + O_{кр2} + O_{кол1} + O_{ас}), \quad O_{па1-2} = 0.5 \cdot O_{нак} + 0.5 \cdot O_{экз}.$$

Здесь и далее, $O_{ас}$ – оценка за аудиторную активность и выполнение текущих домашних заданий.

В модулях 3–4 проводится одна контрольная работа, один коллоквиум, даётся одно (модульное) домашнее задание, и проводится промежуточный экзамен. Накопленная оценка $O_{нак}$ и оценка промежуточной аттестации $O_{па3-4}$ выводятся по правилам:

$$O_{нак} = \frac{1}{4}(O_{кр3} + O_{кол2} + O_{дз1} + O_{ас}), \quad O_{па3-4} = 0.5 \cdot O_{нак} + 0.5 \cdot O_{экз}.$$

В модулях 1–2 второго года проводится одна контрольная работа и даётся одно (модульное) домашнее задание. Накопленная оценка $O_{нак5-6}$ выводится по правилу:

$$O_{нак5-6} = 0.4 \cdot O_{кр4} + 0.5 \cdot O_{дз2} + 0.1 \cdot O_{ас}.$$

В конце второго модуля проводится итоговый экзамен (по всему курсу). Окончательная (идущая в диплом) оценка по учебной дисциплине формируется следующим образом:

$$O_{окон} = 0.5 \cdot O_{экз} + 0.2 \cdot O_{па1-2} + 0.2 \cdot O_{па3-4} + 0.1 \cdot O_{нак5-6}.$$

Оценки по всем формам текущего, промежуточного и итогового контроля выставляются по 10-ти балльной шкале. Оценки промежуточной и окончательной аттестации округляются до ближайшего целого. Полуцелые – в пользу студента.

Форма коллоквиумов – устная. На коллоквиуме даётся два вопроса, каждый оценивается от 0 до 5 баллов. На коллоквиуме проверяется: 1) умение студента формулировать основные определения курса; 2) умение формулировать основные утверждения курса без доказательств. Студент, получивший неудовлетворительную оценку (меньше 4 баллов по десятибалльной шкале) за контрольную работу или за коллоквиум может исправить свой результат, переписав (один раз) контрольную работу или пересдав (один раз) коллоквиум. Результат переписывания контрольной работы или пересдачи коллоквиума умножается на коэффициент 0.7, но первоначальная оценка не может ухудшиться. Модульное домашнее задание может приниматься преподавателем, ведущим семинары, с защитой. Форма экзаменов – устная. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и две задачи. Теоретические вопросы оцениваются от 0 до 3 баллов, задачи оцениваются от 0 до 2 баллов.

При накопленной оценке не ниже 9.5 баллов студент может быть освобождён преподавателем, ведущим семинары, от сдачи промежуточного экзамена; в этом случае оценка промежуточной аттестации – 10 баллов.

4. Примеры оценочных средств

Типовые варианты контрольных работ и домашних заданий. Примеры вопросов к коллоквиумам.

1 год обучения

Контрольная работа 1. Пределы функций. *Модуль* 1.

Найти пределы: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{a+x}-\sqrt[3]{a-x}}{x}$; $\lim\limits_{x\to \pi/4}\dfrac{\sqrt{2}\cos x-1}{1-\operatorname{tg}^2 x}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos x}{3^{x^2}-1}$;

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+9x^2}-\sqrt[5]{x^5-4x^3}\right)$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\cos 2x+\sin 3x^2-2}{x^2}$; $\lim\limits_{x\to\pi/4}(\operatorname{tg}x)^{\operatorname{tg}2x}$.

Коллоквиум 1. Пределы функций. Непрерывность функций. *Модуль* 2.

1. Сформулируйте лемму о предельном переходе в неравенствах.
2. Сформулируйте лемму о вложенных отрезках.
3. Дайте определение функции равномерно непрерывной на промежутке.

Контрольная работа 2. Производные. *Модуль* 2.

1. Вычислите первые производные функций:

$$y=\frac{3^{x^2}}{\sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 3x}};\quad y=\frac{1}{\ln^3\cos e^{-2x}};\quad y=\frac{x^2\sin 2x-(x+1)2^{\sqrt{x}}}{\ln^3 3x};\quad y=\arcsin 2\sqrt{x}\cdot\sqrt{\sin^3 3x};$$

$$y=\operatorname{arcctg}\sqrt[3]{2x}\cdot e^{\sin^2 3x};\quad y=(\arccos 2x^3)^{2\sin x^2}.$$

2. Проведите линеаризацию функции $f(x)=\sqrt[3]{6+\sqrt{x}}$ в точке $x_0=4$. Напишите уравнения касательной и нормали к графику этой функции в точке с абсциссой x_0.

3. С помощью асимптотических формул найдите

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+4x)^{1/2}-\sin 2x-1}{x^2}.$$

4. С помощью асимптотических формул определите при малых $x\neq 0$ знак функции

$$f(x)=\frac{1}{x^4}(1-e^{-x^2/6}-x^2+\sin x^2).$$

Контрольная работа 3. Неопределённый и определённый интеграл. *Модуль* 3.

1. Вычислите неопределённые интегралы:

$$\int(2x+1)\sqrt{x^2+4x+13}\,dx,\quad \int\operatorname{arctg}\sqrt{x}\,dx,\quad \int\frac{2x+1}{x^3-1}dx,$$

$$\int\frac{\sin^2 x}{2+3\cos x}dx,\quad \int\sqrt{e^{2x}+1}\,dx.$$

2. Вычислите

$$\int_1^2\frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}.$$

3. Область S ограничена линиями $y=x^3$, $y=\sqrt[3]{x}$, $y+x=10$ и лежит в полуплоскости $x\geq 1$. Вычислите площадь этой области.

Коллоквиум 2. Числовые ряды. *Модуль* 3.

1. Дайте определение сходящегося числового ряда и его суммы. Как связаны сходимость ряда и его остатка? Исследуйте *по определению* сходимость рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty}c\,,\qquad \sum_{n=1}^{\infty}q^n\qquad (c,q=\mathrm{const}).$$

Докажите необходимый признак сходимости ряда. Покажите, что ряд Дирихле $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ расходится.

2. Сформулируйте признак сравнения и предельный признак сравнения для числовых рядов. Сходится ли ряд $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{2\ln n+n\sqrt[3]{n}+4\sqrt{n}}{n^2\ln n}$?

3. Сформулируйте признаки сходимости Даламбера и Коши. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{2^{n^2}}$?

Домашнее задание 1. Функции нескольких переменных. *Модуль* 4.

1. Дана функция $f(x,y)=1/\sqrt{4x^2-y^2}$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью. Изобразите множества $f(x,y)>0$, $f(x,y)<0$, а также линии уровня $f(x,y)=1$, $f(x,y)=2$, $f(x,y)=3$.

2. Дана функция $f(x,y)=y^2+\operatorname{arctg}(x/y)-\ln(x^2+y^2)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0,y_0)=(0,1)$.

3. Для функции $f(x,y)=e^{x\sin y}$. Запишите для этой функции формулу линеаризации в

точке $(x_0, y_0) = (0,0)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$4x^5 + x^3y^3 - 5y^2, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 2x^2y + 3xy^2 - 18xy$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x + 2y^3 - z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \le 1$.

<u>*2 год обучения*</u>

Контрольная работа 4. <u>Ряды Фурье.</u> *Модуль* 1.

1. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 0, & |x| \le \pi/2, \\ -1, & \pi/2 < x \le \pi, \\ 2x-1, & -\pi \le x < -\pi/2 \end{cases}$$

в ряд Фурье на $[-\pi, \pi]$. Для полученного разложения запишите равенство Парсеваля.

2. Разложите в ряды Фурье по синусам и по косинусам функцию $f(x) = \begin{cases} -x, & 0 \le x < 1, \\ 2, & 1 \le x \le 3 \end{cases}$.

   Для полученных разложений запишите равенство Парсеваля.

3. Разложите в комплексный ряд Фурье на $[-\pi, \pi]$ функцию $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \le x < -\pi/4, \\ 1, & -\pi/4 \le x < \pi/2, \\ 2, & \pi/2 \le x \le \pi. \end{cases}$

Домашнее задание 2. <u>Кратные интегралы и теория поля.</u> *Модуль* 2.

1. Вычислите $\iint \sqrt{x+2y}\,dxdy$ по области ограниченной прямыми

   $y = x,\ y = 2x,\ x = 2$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найдите полярный момент инерции пластины S: $x^2 + y^2 \le 1,\ x \ge 0,\ y \ge 0$ с плотностью $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$.

3. Найдите массу и центр тяжести тела $x^2 + 4y^2 + 9z^2 \le 16$ с плотностью $\rho = |z|$.

4. Покажите, что векторное поле

$$\overline{F} = \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos 3y}{x} \right) \bar{i} + \left(3\sin 3y \ln x + \frac{1}{2y+5} \right) \bar{j}$$

является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1,2)$ до $B(2,3)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции

$$z=\sqrt{x^2+y^2-8x+2y+17}$$

в области, ограниченной кривыми $y=x^2$, $y=-x$, $y=-3x$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса, найдите поток векторного поля $\overline{F}=7x\bar{i}+9\pi y\bar{j}+\bar{k}$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями

$$x+\frac{1}{3}y+z=1, \quad x=0, \quad y=0, \quad z=0.$$

Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F}=c\times\nabla u$, где $c=2\bar{i}+\bar{k}$, $u=xy+yz$.

Примерный перечень вопросов к экзаменам.

1 год обучения. Модули 1–2.

1. Расскажите о понятии множества и об операциях над множествами. Расскажите о числах: натуральных, целых, рациональных, вещественных, иррациональных. Расскажите о модуле числа и его свойствах.
2. Расскажите о понятии функции (отображения). Расскажите о числовых функциях на множествах $D\subseteq\mathbb{R}$. Что такое инъекция, сюръекция, биекция, обратное отображение, суперпозиция отображений? Приведите примеры. Расскажите о сравнении множеств, о счётных и континуальных множествах. Приведите примеры.
3. Докажите, что число $\sqrt{2}$ иррационально. Докажите, что любой интервал содержит как рациональные, так и иррациональные числа.
4. Расскажите о методе математической индукции. Докажите неравенство Бернулли. Расскажите о биноме Ньютона.
5. Расскажите об ограниченных множествах вещественных чисел. Дайте два определения верхней и нижней грани множества $D\subset\mathbb{R}$. Сформулируйте теорему о существовании и единственности верхней (нижней) грани. Приведите примеры.
6. Дайте определения числовой функции $y=f(x)$ ограниченной сверху (снизу), ограниченной функции, монотонной функции, суперпозиции функций. Расскажите об обратной функции. Дайте определение графика функции. Приведите примеры.
7. Дайте определение числовой последовательности. Что такое монотонная последовательность? Что такое ограниченная сверху (снизу) последовательность? Что такое ограниченная последовательность? Приведите примеры. Исследуйте на монотонность и ограниченность последовательность $a_n=\dfrac{n+2}{2n+1}$.
8. Дайте определение пределов $\lim_{n\to\infty}a_n=a$, $\lim_{n\to\infty}a_n=+\infty,-\infty,\infty$. Приведите примеры. Докажите теорему о единственности конечного предела последовательности. Сформулируйте (с частичным доказательством) критерий Коши сходимости последовательности.
9. Докажите, что всякая последовательность, имеющая конечный предел, ограничена.

Покажите на примере, что обратное неверно. Докажите теорему Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности.

10. Определите бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, приведите примеры. Расскажите о связях между такими последовательностями. Докажите, что $\lim_{n\to\infty} a_n = a$ тогда и только тогда, когда $a_n = a + \alpha_n$, где α_n – бесконечно малая последовательность.

11. Докажите, что сумма бесконечно малых последовательностей и произведение бесконечно малой последовательности на ограниченную есть бесконечно малая последовательность. Докажите теорему об арифметических свойствах предела последовательностей.

12. Докажите теоремы о предельном переходе в неравенствах и "о двух милиционерах" для последовательностей.

13. Докажите существование конечного предела $e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$.

14. Определите окрестности $O(\omega)$ и проколотые окрестности $\dot{O}(\omega)$ для символа $\omega = x_0, +\infty, -\infty, \infty$. Дайте общее определение предела $\lim\limits_{x\to\omega} f(x) = \omega_1$ на языке окрестностей. Приведите поясняющие графики для случаев $\omega = \{x_0, +\infty\}$, $\omega_1 = \{a, -\infty\}$.

15. Дайте определение $\lim\limits_{x\to\omega} f(x) = \omega_1$ на языке неравенств для случаев $\omega = \{x_0, -\infty\}$, $\omega_1 = \{a, +\infty\}$. Приведите (аналитически) примеры соответствующих функций. Докажите единственность предела $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = a$.

16. Определите односторонние пределы функции в точке. Покажите, что $\lim_{x\to x_0} f(x) = a$ тогда и только тогда, когда $\lim_{x\to x_0+0} f(x) = \lim_{x\to x_0-0} f(x) = a$. Приведите примеры.

17. Определите бесконечно малые и бесконечно большие функции, установите связь между ними. Покажите, что произведение финально ограниченной функции на бесконечно малую есть бесконечно малая. Покажите, что сумма и произведение двух бесконечно малых функций есть бесконечно малая. Что можно сказать про сумму и произведение бесконечно больших функций? Приведите примеры.

18. Докажите, что функция, имеющая конечный предел, финально ограничена. Верно ли обратное? Покажите, что $\lim_{x\to x_0} f(x) = a$ тогда и только тогда, когда $f(x) = a + \alpha(x)$, где $\alpha(x)$ – бесконечно малая функция при $x \to x_0$.

19. Докажите теорему об арифметических свойствах конечных пределов функций.

20. Докажите, что если $\lim_{x\to x_0} f(x) > 0$, то $f(x) > 0$ в некоторой проколотой окрестности точки x_0. Докажите теорему о предельном переходе в неравенствах и сформулируйте теорему "о двух милиционерах" для функций.

21. Сформулируйте теорему о замене переменных при вычислении пределов. Покажите, что $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e$. Запишите второй замечательный предел.

22. Дайте определение эквивалентных функций (при $x \to x_0, +\infty, -\infty$). Докажите, что если $a(x) \sim b(x)$ и $c(x) \sim d(x)$, то $a(x)c(x) \sim b(x)d(x)$ и $a(x)/c(x) \sim b(x)/d(x)$. Верно ли, что $a(x) + c(x) \sim b(x) + d(x)$?

23. Дайте определение соотношения $f(x) = o(g(x))$, $x \to \omega$. Покажите, что соотношения $f(x) \sim g(x)$, $x \to \omega$, и $f(x) = g(x) + o(g(x))$, $x \to \omega$, означают одно и то же. Дайте определение соотношения $f(x) = O(g(x))$, $x \to \omega$. Приведите примеры.

24. Дайте определение функции, непрерывной в точке и на промежутке. Изложите

классификацию точек разрыва. Приведите примеры. Дайте определение односторонней непрерывности. Приведите примеры.

25. Докажите теорему о непрерывности суперпозиции (двух) непрерывных функций. Сформулируйте теоремы об арифметических свойствах непрерывных функций и о непрерывности обратной функции.

26. Докажите непрерывность функции $y = \cos x$. Покажите, что $\sin x \sim x$ при $x \to 0$, запишите первый замечательный предел.

27. Определите элементарные функции и установите непрерывность основных элементарных функций (для $y = e^x$ – без доказательства). Выведите отсюда теорему о непрерывности элементарных функций.

28. Выведите из первого и второго замечательных пределов соотношения:

$$\mathrm{tg}\, x \sim x, \quad 1 - \cos x \sim x^2/2, \quad \ln(1+x) \sim x, \quad e^x - 1 \sim x, \quad (1+x)^\alpha - 1 \sim \alpha x,\ \alpha \in \mathbb{R},$$

при $x \to 0$.

29. Приведите полную таблицу эквивалентностей (с учётом возможной замены переменной). Запишите эти эквивалентности в виде равенств.

30. Расскажите о шкале бесконечностей при $x \to +\infty$. Объясните, как нарисовать набросок графика функции, выделяя главные части в особых точках и на бесконечности. Постройте эскиз графика функции $y = \ln|x+1| + \ln|x+2| + 1/x - 1/(x+1)^2$.

31. Докажите лемму о вложенных отрезках.

32. Докажите теорему Коши о промежуточном значении. Покажите на примере, что условие этой теоремы является существенным.

33. Изложите метод решения уравнений $f(x) = 0$ методом деления отрезка пополам. Приведите оценки точности.

34. Дайте определение подпоследовательности. Докажите лемму Больцано–Вейерштрасса (о выделении сходящейся подпоследовательности).

35. Докажите 1-ю теорему Вейерштрасса о функции непрерывной на отрезке. Покажите на примерах, что все условия этой теоремы являются существенными.

36. Дайте определение верхней (нижней) грани функции на промежутке. Докажите 2-ю теорему Вейерштрасса о максимальном (минимальном) значении непрерывной функции на отрезке. Покажите на примерах, что все условия этой теоремы являются существенными.

37. Дайте определение функции равномерно непрерывной на промежутке. Как связаны непрерывность и равномерная непрерывность? Рассмотрите функцию $1/x$ на $(0,1]$. Сформулируйте теорему Кантора.

38. Исследуйте на равномерную непрерывность функции $y = kx + b\ (x \in \mathbb{R})$ и $y = \sqrt{x}\ (x \in [0, +\infty))$.

39. Дайте определение производной и односторонней производной. Вычислите по определению производные функций: $y = c,\ y = x,\ y = \sin x,\ y = \cos x$.

40. Расскажите о физическом и геометрическом смысле производной функции. Дайте определение касательной к графику функции и выведите её уравнение. Выведите формулу для угла между кривыми. Выведите уравнение нормали.

41. Выведите асимптотическую и приближённую формулу линеаризации. Что такое дифференциал функции? Покажите, что дифференцируемость функции влечёт непрерывность. Верно ли обратное? Приведите пример.

42. Приведите таблицу производных. Выведите формулы для производных функций

$$y = x^\alpha,\ y = a^x,\ y = \log_a x.$$

43. Докажите теорему об арифметических свойствах производной. Приведите примеры. Найдите $(\mathrm{tg}\, x)'$, $(\mathrm{ctg}\, x)'$.

44. Докажите теорему о производной суперпозиции функций. Приведите примеры. Что такое логарифмическая производная?

45. Докажите теорему о производной обратной функции. Вычислите

$$(\arcsin x)', \quad (\arccos x)', \quad (\operatorname{arc\,tg} x)', \quad (\operatorname{arc\,ctg} x)'.$$

46. Расскажите о свойствах производных и дифференциалов старших порядков. Что означает инвариантность первого дифференциала? Приведите формулу Лейбница.

47. Дайте определение точки локального экстремума. Докажите теорему Ферма. Дайте определение критической точки. Приведите примеры. Как найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке? Решите эту задачу для функции $y = x^3 - 3x + 2$ на $[-2, 2]$.

48. Докажите теорему Ролля. Объясните ее геометрический смысл. Приведите примеры. Выведите формулу Лагранжа. Объясните ее геометрический смысл.

49. Получите критерий постоянства дифференцируемой функции. Докажите теорему Коши для пары функций.

50. Выведите необходимое и достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке в терминах её первой производной. Как меняются эти утверждения в случае строгой монотонности? Расскажите о функциях заданных параметрически, выведите формулы для их дифференцирования (первого и второго порядка). Приведите примеры (окружность, гипербола).

51. Выведите достаточное условие локального экстремума по первой производной. Получите достаточное условие локального экстремума по второй производной.

52. Сформулируйте правила Лопиталя, докажите это правило в случае $x \to x_0$ и неопределённости вида $0/0$. Вычислите $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x - \sin x}{x^3}$.

53. Перечислите возможные типы неопределённостей при вычислении пределов. Как они сводятся к неопределённости $0/0$? Расскажите о шкале бесконечностей при $x \to +\infty$, получите соответствующие соотношения с помощью правила Лопиталя.

54. Дайте определение многочлена Тейлора для функции $f(x)$ в точке x_0 и выведите его характеристическое свойство. Получите отсюда формулу бинома Ньютона.

55. Докажите формулу Тейлора–Лагранжа. Выведите из неё формулу Тейлора–Пеано.

56. Охарактеризуйте (с обоснованием) поведение погрешности $r_n(x; x_0)$ формулы Тейлора при $x \to x_0$ и при $n \to \infty$. Вычислите число e с точностью 10^{-3}.

57. Выведите частную формулу Тейлора–Пеано для функций:

$$y = e^x, \quad y = \sin x, \quad y = \cos x \quad (x_0 = 0).$$

58. Выведите частную формулу Тейлора–Пеано для функций:

$$y = \ln(1 + x), \quad y = (1 + x)^\alpha \quad (x_0 = 0).$$

59. Определите при малых значениях $x \neq 0$ знак функции $f(x) = \ln(1 + x + x^2) + \ln(1 - x - x^2)$.

60. Когда говорят, что функция выпукла вверх (вниз) на интервале? Выведите необходимые и достаточные условия выпуклости вверх (вниз). Приведите примеры.

61. Что такое точка перегиба графика функции? Приведите примеры. Выведите необходимое условие перегиба, покажите на примере, что оно не является достаточным. Выведите достаточное условие перегиба.

62. Дайте определения вертикальной и наклонной асимптот функции. Выведите алгоритм нахождения наклонной асимптоты. Приведите примеры.

63. Расскажите о методе Ньютона решения уравнений $f(x) = 0$.

1 год обучения. Модули 3–4.

1. Дайте определение первообразной и неопределенного интеграла, укажите их основные свойства. Докажите теорему об общем виде первообразной. Выпишите таблицу первообразных

(основную и дополнительную).

2. Расскажите о методе подстановки в неопределенном интеграле (замена переменной и внесение под знак дифференциала). Вычислите

$$\int \sqrt{a^2 - x^2}\,dx, \qquad \int \frac{\ln^2 x}{x}\,dx.$$

3. Выведите формулу интегрирования по частям для неопределенного интеграла. Вычислите $\int e^x \cos x\,dx$.

4. Что такое правильная и неправильная рациональная функция? Перечислите типы элементарных рациональных функций (ЭРФ). Запишите представление в виде суммы ЭРФ с неопределёнными коэффициентами для функции

$$R(x) = \frac{4x^3 - 2x^2 + x - 3}{x(x+1)^3(x^2 - x + 1)(x^2 + 1)^2}.$$

5. Расскажите об интегрировании элементарных рациональных функций первых трёх типов. Вычислите $\int \frac{x^3\,dx}{x^2 + 2x + 2}$.

6. Выведите рекуррентное соотношение для $I_n = \int \frac{dx}{\left(x^2 + a^2\right)^n}$, $n \in \mathbb{N}$, и вычислите

$$\int \frac{dx}{\left(x^2 + x + 1\right)^2}.$$

7. Расскажите, как сводятся к интегрированию рациональных функций интегралы

$$\int R_1(a^x)dx, \quad \int R_2\left(x, \sqrt[n]{ax+b}\right)dx,$$

где R_1, R_2 – рациональные выражения от соответствующих переменных. Вычислите

$$\int \frac{dx}{e^{2x} + e^x}, \qquad \int \frac{\sqrt{x-1}}{x+2}\,dx.$$

8. Вычислите $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^7 x}\,dx$. Расскажите о тригонометрических интегралах $\int R\left(\cos x, \sin x\right)dx$ и об их сведении к интегралам от рациональных функций при помощи двух различных замен переменной через тангенс.

9. Дайте определение функции интегрируемой на отрезке и её определённого интеграла. Поясните геометрический смысл определенного интеграла. Докажите, что функция Дирихле не интегрируема. Сформулируйте необходимое условие интегрируемости.

10. Выведите свойство линейности и сформулируйте свойство аддитивности определенного интеграла. Расскажите (с обоснованием), что происходит с интегралом при изменении функции в конечном числе точек.

11. Расскажите о критерии Лебега интегрируемости функции. Докажите интегрируемость непрерывной и кусочно непрерывной функции. Докажите теорему об интегрируемости модуля интегрируемой функции. Как связаны величины $\left|\int_a^b f\left(x\right)dx\right|$ и $\int_a^b \left|f\left(x\right)\right|dx$?

12. Сформулируйте теорему об интегрировании неравенств и выведите из неё оценку определенного интеграла. Докажите теорему о среднем значении для определённого интеграла.

13. Докажите теорему о непрерывности и сформулируйте теорему о дифференцируемости интеграла с переменным верхним пределом. Выведите формулу Ньютона–Лейбница.

14. Расскажите о методе подстановки в определённом интеграле. С его помощью вычислите

$\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2}\,dx$, $\int_1^2 \frac{x\,dx}{x^4+1}$.

15. Запишите формулу интегрирования по частям для определённого интеграла. С её помощью вычислите $\int_1^e x\ln^2 x\,dx.$

16. Дайте определение гладкой кривой на плоскости (заданной явно или параметрически) и её длины. Приведите формулы для вычисления длины кривой. Найдите длину дуги параболы $y = x^2,\ \ 0 \le x \le 1.$

17. Расскажите о полярных координатах на плоскости. Выведите формулу для длины дуги гладкой кривой и запишите формулу площади фигуры в таких координатах. Получите формулы для длины окружности и площади круга.

18. Выведите формулу для вычисления массы отрезка с заданным законом распределения плотности. Расскажите о вычислении объема тела с известным законом изменения поперечного сечения. Получите формулу для объёма шара, используя формулу для площади круга.

19. Выведите формулу для вычисления объема тела вращения вокруг оси OX . Вычислите объем тела, полученного вращением фигуры $0 \le x \le \pi,\ \ 0 \le y \le \sin^2 x$ вокруг оси OX .

20. Изложите методы прямоугольников и трапеций для приближенного вычисления определённых интегралов. Приведите оценки погрешности вычислений.

21. Дайте определение несобственных интегралов по бесконечному и конечному промежутку. Исследуйте на сходимость интегралы Дирихле

$$\int_1^\infty \frac{dx}{x^\alpha},\quad \int_a^b \frac{dx}{(x-a)^\alpha},\quad \int_a^b \frac{dx}{(b-x)^\alpha}.$$

22. Сформулируйте признак сравнения для несобственных интегралов от неотрицательных функций. Выведите из него предельный признак сравнения. Расскажите о связи между сходимостью несобственного интеграла от $f(x)$ и от $|f(x)|$. Определите абсолютную и условную сходимость несобственных интегралов.

23. Расскажите о вычислении несобственных интегралов при помощи методов интегрирования по частям и замены переменной. Вычислите интеграл $\int_0^\infty xe^{-x}dx$ и исследуйте на сходимость $\int_1^\infty \sin x^2\,dx$

24. Дайте определение сходящегося числового ряда и его суммы. Как связаны сходимость ряда и его остатка? Исследуйте *по определению* сходимость рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty} c\,,\qquad \sum_{n=1}^{\infty} q^n \qquad (c, q = \text{const}).$$

Докажите необходимый признак сходимости ряда.

25. Сформулируйте признак сравнения и выведите из него предельный признак сравнения для числовых рядов с неотрицательными членами.

26. Сформулируйте признаки сходимости Даламбера и Коши. Докажите один из них. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^\infty \frac{n!}{2^{n^2}}$?

27. Сформулируйте интегральный признак сходимости числового ряда с оценкой суммы. Исследуйте на сходимость при разных значениях $\alpha > 0$ ряды Дирихле $\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^\alpha}$.

28. Докажите критерий Коши сходимости числового ряда и установите связь между сходимостью числового ряда и ряда из модулей. Дайте определение абсолютной и условной сходимости числовых рядов, Сформулируйте теорему о перестановке членов абсолютно

сходящегося ряда и теорему о перестановке членов условно сходящегося ряда.

29. Докажите теорему Лейбница о знакочередующихся рядах. Для рядов Лейбница запишите оценку уклонения частичной суммы от суммы ряда.

30. Сформулируйте признак Дирихле и выведите из него признак Абеля сходимости числовых рядов. Исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}$ при различных $x \in \mathbb{R}$.

31. Что такое $\mathbb{R}^n$? Определите шар, окрестность и проколотую окрестность точки в $\mathbb{R}^n$, предел последовательности точек в $\mathbb{R}^n$. Дайте определения ограниченного, открытого и замкнутого множества в $\mathbb{R}^n$, границы множества, связного множества, области, замкнутой области. Приведите примеры.

32. Что такое последовательность и подпоследовательность точек в $\mathbb{R}^n$? Дайте два эквивалентных определения компактного множества в $\mathbb{R}^n$. Сформулируйте (и докажите при $n=2$) лемму Больцано–Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности из любой ограниченной последовательности.

33. Расскажите о скалярных функциях нескольких переменных, их множествах уровня. Что такое график функции двух переменных? Дайте определение пределов функции (конечного и бесконечного) в точке и на бесконечности, в случае $\lim\limits_{x \to x^0} f(x) = b$ расскажите о связи с пределом по последовательностям и по направлениям. Существует ли $\lim\limits_{(x,\,y) \to (0,\,0)} \frac{xy}{x^2+y^2}$?

34. Дайте определение непрерывности функции нескольких переменных в точке и на множестве, расскажите о непрерывности суперпозиций и об арифметических свойствах непрерывных функций. Приведите примеры непрерывной и разрывной функции в $\mathbb{R}^2$.

35. Докажите теорему Коши о промежуточном значении в многомерном случае. Изложите и обоснуйте метод "пробных точек" решения неравенств вида $f\left(x, y\right) > 0$. Найдите область определения функции $z = \ln \frac{xy-1}{x^2+y^2-1}$.

36. Сформулируйте (и докажите при $n=2$) теорему Вейерштрасса о наибольшем и наименьшем значении для функций n переменных.

37. Дайте определение частных производных. Сформулируйте теоремы Шварца о смешанных производных. Дайте определение дифференцируемости функции нескольких переменных. Как связаны понятия дифференцируемости и непрерывности? Сформулируйте достаточное условие дифференцируемости в терминах частных производных.

38. Напишите асимптотическую и приближённую формулу линеаризации для функций нескольких переменных. Что такое дифференциал функции? Дайте определение касательной плоскости к графику функции двух переменных и запишите её уравнение.

39. Выведите формулу для $\frac{d}{dt}(f(x(t), y(t), z(t)))$. Расскажите о других формулах дифференцирования суперпозиций функций двух и трёх переменных. С помощью замены $u = 2x + y,\ v = 2x + 3y$ найдите общее решение дифференциального уравнения $3\frac{\partial z}{\partial x} - 2\frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

40. Дайте определение градиента. Определите производную по направлению и выведи- те формулу для ее вычисления. Объясните геометрический смысл градиента.

41. Определите дифференциалы высших порядков. Запишите общую формулу Тейлора–Пеано для функций нескольких переменных. Запишите формулу Тейлора–Пеано второго порядка для функции $z = e^{x+y}$ с $x_0 = -1,\ y_0 = 1$.

42. Дайте определение точки локального экстремума функции нескольких переменных.

Выведите необходимое условие локального экстремума для дифференцируемых функций. Является ли это условие достаточным? Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $z = x^2 + xy$ в круге $x^2 + y^2 \le 1$.

43. Запишите достаточные условия локального экстремума и его отсутствия в случае n переменных. Как выглядят эти условия в случае двух переменных. Найдите точки локального экстремума функции $z = x^3 - 3x + y^2$ и укажите, к какому типу они относятся.

44. Определите неявные функции одного и двух переменных, сформулируйте условия их существования. Запишите формулу Тейлора–Пеано второго порядка при $x \to 0$ для функции $y = y(x)$, заданной неявно уравнением $xy^3 + y^2 - 1 = 0$, $y(0) = 1$.

45. Расскажите о неявном задании кривых и поверхностей. Выведите уравнения касательной прямой и касательной плоскости для кривых в $\mathbb{R}^2$ и поверхностей в $\mathbb{R}^3$, заданных неявно. Как выглядят уравнения нормали к кривой и поверхности?

46. Дайте определение точки локального условного экстремума функции двух переменных. Докажите необходимое и сформулируйте достаточное условие локального условного экстремума.

47. Дайте определение точки локального условного экстремума функции трёх переменных при одном условии (связи). Сформулируйте необходимое условие локального условного экстремума и поясните его геометрически. Сформулируйте необходимое условие в случае двух связей.

48. Изложите с обоснованием метод, позволяющий найти наибольшее и наименьшее значение гладкой функции в ограниченной замкнутой области $\overline{D} \subset \mathbb{R}^n, n = 2,3$. Найдите максимум и минимум функции $u = x^3 + y^3 - z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \le 1$.

49. Дайте определение поточечно сходящейся функциональной последовательности, её предельной функции и множества сходимости. Найдите множество сходимости и предел последовательности $f_n(x) = x^n$. Дайте определение поточечно сходящегося функционального ряда, его суммы и множества сходимости. Найдите множество сходимости и сумму ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$.

50. Дайте два альтернативных определения равномерно сходящейся функциональной последовательности, установите их эквивалентность и приведите геометрическую интерпретацию. Приведите пример поточечной, но не равномерной сходимости.

51. Дайте определение равномерно сходящегося функционального ряда. Докажите достаточный и необходимый признаки равномерной сходимости такого ряда.

52. Докажите достаточный признак равномерной сходимости для знакочередующихся функциональных рядов. Исследуйте на равномерную сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + x^2}$, $x \in \mathbb{R}$.

53. Докажите теорему о равномерном пределе непрерывных функций и сформулируйте её аналог для равномерно сходящегося ряда.

54. Сформулируйте утверждения об интегрировании функциональных последовательностей и рядов и соответствующие аналоги для первообразных. Сформулируйте утверждения о дифференцировании функциональных последовательностей и рядов.

55. Дайте определение степенного ряда. Сформулируйте первую теорему Абеля. Сформулируйте теорему о множестве сходимости степенного ряда и о его равномерной сходимости. Получите две формулы для радиуса сходимости.

56. Сформулируйте вторую теорему Абеля. Сформулируйте (и докажите в случае $\exists \lim\limits_{n\to\infty} \left| a_n / a_{n+1} \right|$) теорему о радиусе сходимости продифференцированного и проинтегрированного степенного ряда.

57. Расскажите (с обоснованием) о возможности почленного интегрирования и дифференцирования степенного ряда. Каким свойством обладает сумма степенного ряда?

58. Дайте определение ряда Тейлора. Докажите теорему о коэффициентах Тейлора суммы степенного ряда. Получите достаточное условие сходимости ряда Тейлора к исходной функции.

59. Разложите (с обоснованием) в ряд Тейлора по степеням x функции e^x, $\sin x$, $\cos x$ и найдите область сходимости. Приведите разложения Тейлора и интервалы сходимости для функций $\ln(1+x)$, $(1+x)^{\alpha}$, $(1-x)^{-1}$.

60. Используя разложение Тейлора, вычислите $\int_0^1 e^{-x^2}dx$ с точностью 10^{-3}.

2 год обучения. Модули 1–2.

1. Расскажите о гармонических колебаниях, их физических характеристиках и эквивалентной форме. Сформулируйте задачу о разложении 2π - периодической функции в ряд Фурье. Что такое тригонометрический многочлен?

2. Что такое метрическое пространство, линейное (вещественное) векторное пространство и евклидово пространство? Расскажите о свойствах скалярного произведения. Докажите неравенство Коши–Буняковского. Выведите свойства нормы в евклидовом пространстве X, определите сходимость последовательностей и рядов в X. Дайте определение плотного множества, а также ортогональной, ортонормированной и полной систем векторов в X.

3. Определите пространство $C_2([-\pi,\pi])$, введите в нём скалярное произведение и проверьте его свойства. Выпишите явно формулы для нормы и расстояния в $C_2([-\pi,\pi])$, найдите норму функции $f(x)=x+1$. Дайте определение среднеквадратичной сходимости в этом пространстве.

4. Объясните (с обоснованием и примерами) как связаны между собой равномерная, среднеквадратичная и поточечная сходимость в пространстве $C_2([-\pi,\pi])$.

5. Покажите, что тригонометрические функции

$$\{\frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \frac{1}{\sqrt{\pi}}\cos nx, \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sin nx;\ n=1,2,...\}$$

образуют ортонормированную систему в пространстве $C_2([-\pi,\pi])$.

6. Сформулируйте теорему Вейерштрасса о равномерном приближении тригонометрическими многочленами и объясните, как из неё следует полнота тригонометрической системы в пространстве $C_2([-\pi,\pi])$.

7. Определите обобщённый ряд Фурье по полной ортонормированной системе векторов в евклидовом пространстве. Докажите теорему Пифагора и лемму о проекции на конечномерную плоскость.

8. Докажите лемму об экстремальных свойствах коэффициентов Фурье. Выведите основную теорему о разложении Фурье в евклидовом пространстве.

9. Расскажите о разложении Фурье по тригонометрической системе в $C_2([-\pi,\pi])$, получите формулы для коэффициентов разложения. Расскажите о ряде Фурье для чётных и нечётных функций. Запишите ряд Фурье в комплексной форме.

10. Докажите равенство Парсеваля в евклидовом пространстве. Получите соответствующее равенство для случая тригонометрической системы в $C_2([-\pi,\pi])$ и дайте ему физическую интерпретацию.

11. Сформулируйте теоремы о поточечной и равномерной сходимости рядов Фурье в $C_2([-\pi,\pi])$. Расскажите о разложении Фурье для $2l$ - периодических функций (в том числе, чётных и нечётных).

12. Расскажите о собственных интегралах, зависящих от параметра, докажите теорему о

непрерывности и сформулируйте теорему о дифференцируемости таких интегралов. Приведите примеры.

13. Расскажите о несобственных интегралах, зависящих от параметра и о признаке Вейерштрасса их равномерной сходимости. Докажите теорему о непрерывности и сформулируйте теорему о дифференцируемости таких интегралов. Приведите примеры.

14. Расскажите (с частичным выводом) о свойствах эйлеровых интегралов. Объясните, почему гамма-функция и бета-функция непрерывны и дифференцируемы. Вычислите $\int_0^{\infty} e^{-x^2}dx$.

15. Определите понятие двойного интеграла по ограниченной плоской области. Перечислите свойства таких интегралов и интегрируемых функций двух переменных.

16. Сформулируйте утверждения о сведении двойного интеграла к повторному. Приведите примеры. Как вычисляется интеграл по прямоугольнику от функции с мультипликативной структурой?

17. Сформулируйте теорему о замене переменных в двойном интеграле. Расскажите о переходе к полярной системе координат. Приведите примеры.

18. Расскажите о геометрических и физических приложениях двойных интегралов.

19. Определите понятие тройного интеграла, перечислите геометрические и физические приложения таких интегралов. Расскажите о различных случаях повторного интегрирования функций трёх переменных.

20. Сформулируйте теорему о замене переменных в тройном интеграле. Расскажите о переходе к цилиндрической и сферической системам координат.

21. Определите дифференциал длины гладкой кривой и криволинейный интеграл от функции на плоскости и в пространстве. Как вычислить длину кривой и массу кривой? Приведите примеры.

22. Что такое векторное поле? Определите криволинейный интеграл от векторного поля на плоскости и в пространстве, объясните, как он вычисляется. Поясните физический смысл таких интегралов. Что такое циркуляция векторного поля?

23. Дайте определение потенциального векторного поля на плоскости и в пространстве.
Расскажите о свойствах криволинейного интеграла от такого поля и дайте физическую интерпретацию. Получите необходимые условия потенциальности, запишите их в терминах ротора векторного поля.

24. Покажите на примере, что необходимое условие потенциальности поля на плоскости не является достаточным. Расскажите о свойстве односвязности области, приведите примеры. Сформулируйте достаточные условия потенциальности векторного поля на плоскости и в пространстве.

25. Расскажите о формуле Грина и об её применении к вычислению площади области.
Найдите с помощью этой формулы площадь внутри эллипса с заданными полуосями.

26. Определите дифференциал площади гладкой поверхности заданной явно и параметрически. Что такое поверхностный интеграл от функции, как вычислить площадь поверхности и массу поверхности? Приведите примеры.

27. Дайте определение потока векторного поля через гладкую поверхность. Как вычисляется поверхностный интеграл от поля для случая гладкой поверхности заданной явно и параметрически? Запишите формулу Остроградского–Гаусса, приведите пример.

28. Расскажите о свойствах дифференциальных операций (градиент, дивергенция, ротор) и о связях между ними. Кратко поясните физический смысл этих операций. Приведите примеры. Запишите формулу Стокса. Приведите пример.

29. Расскажите о восстановлении потенциала векторного поля на плоскости.

5. Ресурсы

5.1. Рекомендуемая основная литература

[1] Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. *Курс математического анализа*, 2013.

[Доступна электронная версия]
[2] Демидович Б.П. *Сборник задач и упражнений по математическому анализу* (*учебное пособие для вузов*), 2007. [Доступна электронная версия]

5.2. Рекомендуемая дополнительная литература

[3] Зорич В.А. *Математический анализ* (*части* 1–2)*,* 2015. [Доступна электронная версия]
[4] Макаров Б.М., Голузина М.Г., Лодкин А.А., Подкорытов А.Н. *Избранные задачи по вещественному анализу*: *учеб. пособие для вузов*, 1992. [Доступна электронная версия]

5.3. Программное обеспечение не предусмотрено.

5.4. Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы) не предусмотрены.

5.5. Материально-техническое обеспечение дисциплины не предусмотрено.

6. Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида, могут предлагаться следующие варианты восприятия учебной информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных технологий:

6.1. для *лиц с нарушениями зрения:* в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

6.2. *для лиц с нарушениями слуха*: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

6.3. *для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата*: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

7. Дополнительные сведения

При подготовке к экзамену или коллоквиуму следует уделить особое внимание чётким определениям базовых понятий дисциплины: предел последовательностей и функций, сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин, непрерывность и дифференцируемость функций, неопределённый и определённый интеграл, сходимость числовых и функциональных рядов и т.п.

На экзамене проверяется умение студента: 1) формулировать и, если требуется, доказывать теоремы курса, демонстрируя при этом знание соответствующих определений; 2) решать стандартные задачи курса. При формулировке и доказательстве теорем допустимо пользоваться соображениями и понятиями, выходящими за рамки курса. При этом, однако, студент должен продемонстрировать знание соответствующих определений и методов.