

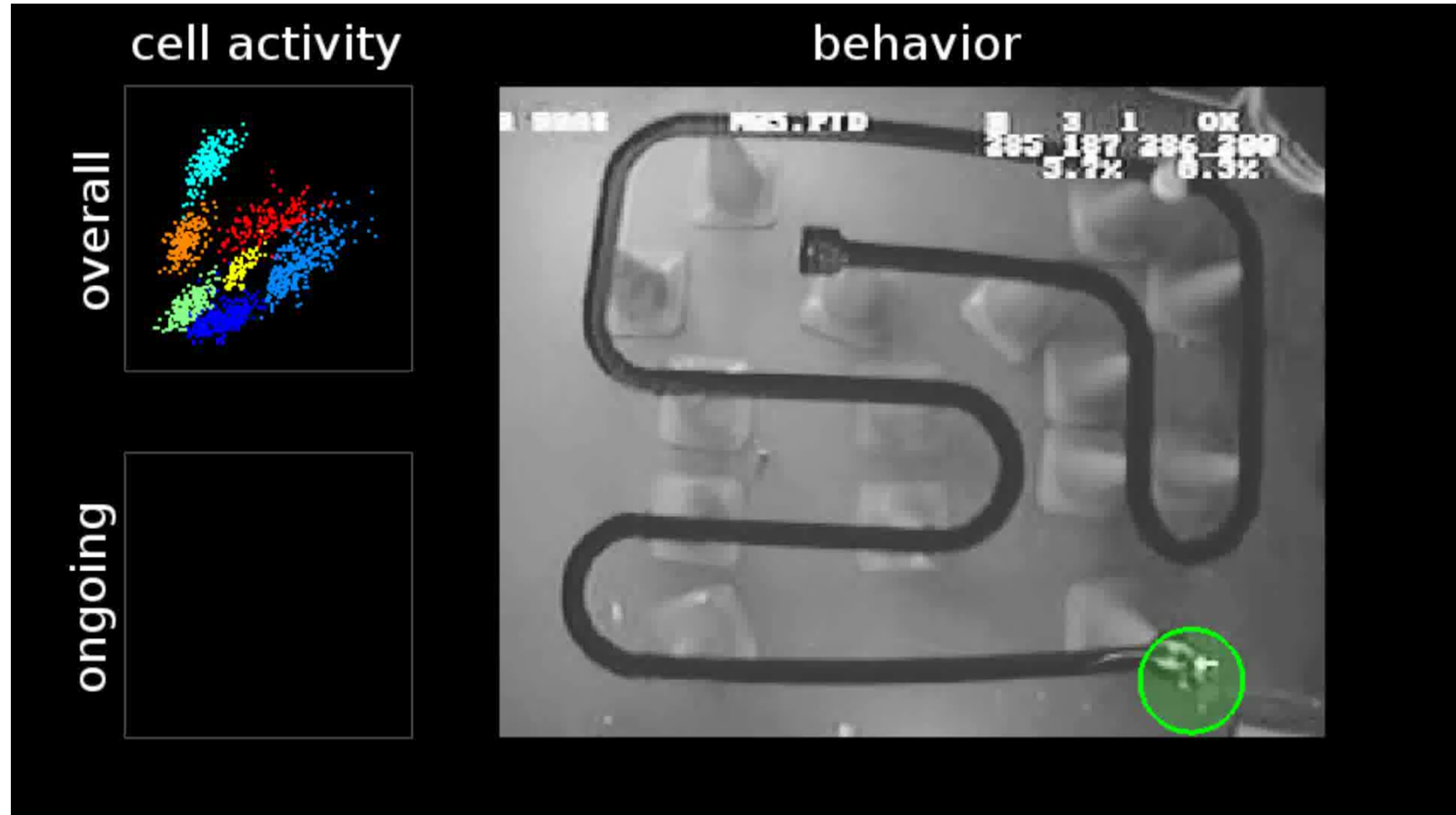
Приложения топологического анализа данных в нейробиологии

Константин Сорокин

2023



Клтеки места



Элементы системы пространственной навигации

The Nobel Prize in Physiology or Medicine 2014



The Nobel Assembly at Karolinska Institutet
has today decided to award the

2014 NOBEL PRIZE IN
PHYSIOLOGY OR MEDICINE

to:

John O'Keefe
May-Britt Moser
Edvard I. Moser

*"for their discoveries of cells that constitute a
positioning system in the brain"*

 Nobelprize.org
The Official Web Site of the Nobel Prize

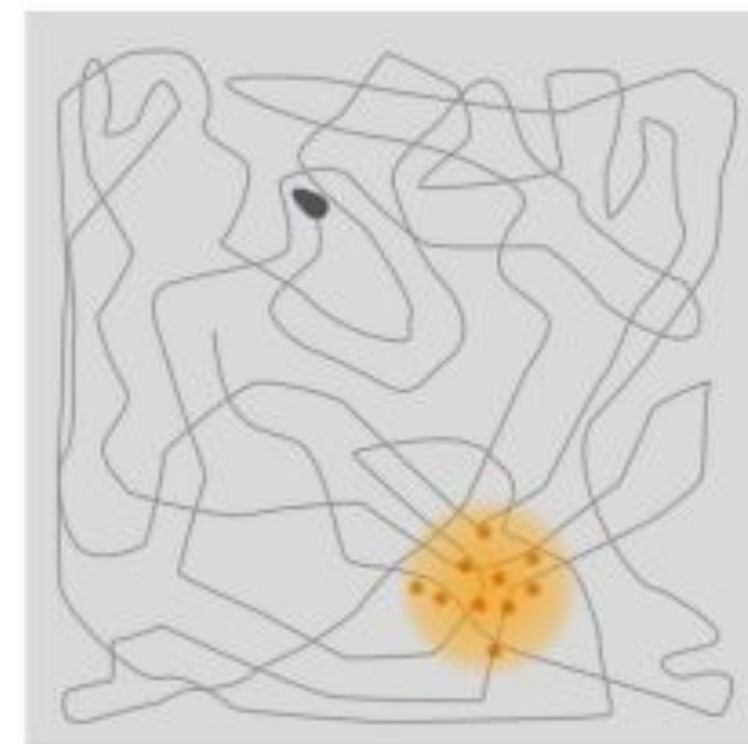


Fig. 1



John O'Keefe

John O'Keefe discovered, in 1971, that certain nerve cells in the brain were activated when a rat assumed a particular place in the environment. Other nerve cells were activated at other places. He proposed that these "place cells" build up an inner map of the environment. Place cells are located in a part of the brain called the hippocampus.

May-Britt Moser and
Edvard I. Moser



Fig. 2

May-Britt och Edvard I. Moser discovered in 2005 that other nerve cells in a nearby part of the brain, the entorhinal cortex, were activated when the rat passed certain locations. Together, these locations formed a hexagonal grid, each "grid cell" reacting in a unique spatial pattern. Collectively, these grid cells form a coordinate system that allows for spatial navigation.

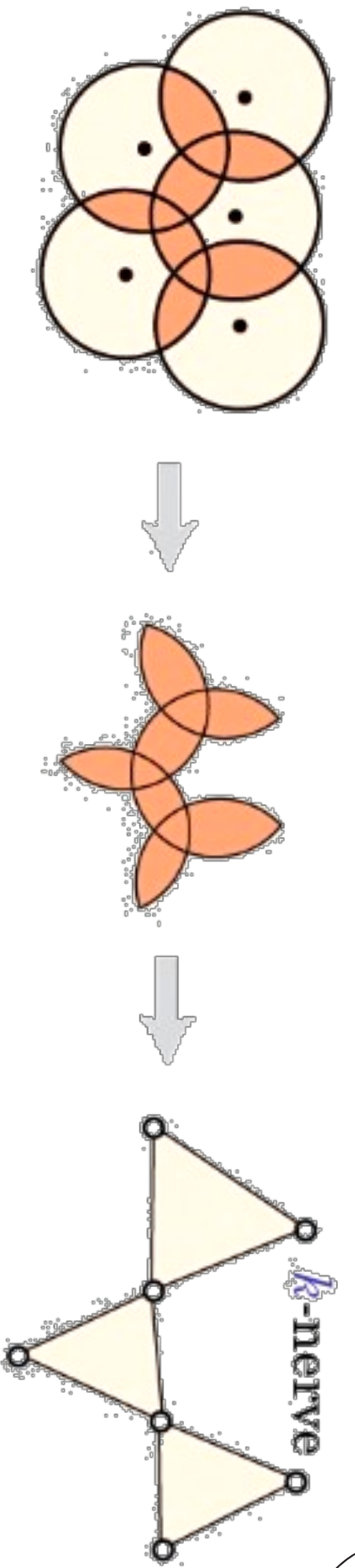


Можно ли восстановить топологию из нейронных активностей?



Нерв покрытия

- Покроем арену X , по которой ходило животное областями активации клеток места.
- Множество клеток места $[m] = \{1, \dots, m\}$
- $\forall i \in [m], \exists U_i \subset X$ - область активации i -го нейрона.
Предположительно, $X = \bigcup_{i \in [m]} U_i$
- Тогда нерв покрытия U - это симплициальный комплекс
 $K_U = \{I \subseteq [m] \mid \bigcap_{i \in I} U_i \neq \emptyset\}$ (При пересечении $U_i \cap U_j \neq \emptyset$, проводим ребро $\{v_{i_1}, v_{i_2}\}$)



Нервный код

- Другой подход, не из областей активации, а непосредственно из нейронной активности всех нейронов — построение покрытия из кодов, образуемых коактивациями клеток.
- Каждой точке $x \in X$ сопоставим строку $\epsilon_x = (\epsilon_1, \dots, \epsilon_m)$ как бинарный код активаций
 $A_x = \{i \in [m] \mid \epsilon_i = 1\}$
- Тогда нервный код - это набор подмножеств A_x и он тоже создаёт покрытие следующим образом
- $N_U = \{\epsilon_x = (x \in U_1, x \in U_2, \dots, x \in U_n) \in \{0,1\}^n \mid x \in X\}$.
- И их можно связать $K_U = \{J \mid \exists I \in N_U, \text{ таких что } J \subset I\}$
- Нервный код более информативен чем нерв покрытия, ведь последний содержит только информацию об одновременной активности нейронов, но не содержит информации о паттернах покоя.



Теорема о нерве

- Пространство стягиваемо, если гомотопически эквивалентно точке.
- Покрытие U стягиваемо, если всякое пересечение его подмножеств $U_{i_1} \cap \dots \cap U_{i_s} \neq \emptyset$
- **Теорема (о нерве).** Если покрытие U пространства X стягиваемо, то нерв покрытия K_U гомотопически эквивалентен самому пространству.
- **Предложение.** Если активность нейронов бинарная (и однозначно определена в каждой точке а каждый момент времени) и области активации $U_i \subset \mathbb{R}^2$ все выпуклые, то $X \simeq N_U$
- Условие, тем не менее, может быть ослаблено - области активации U_i вместе с пересечениями должны быть хотя бы стягиваемы.



Многомерные функции активности

- Если не бинаризовать активности, и построить соответствующие матрицы активностей нейронных групп $(a_{t,i})$, то это будут по сути координаты непрерывной функции в m -мерном пространстве.
- Действительно, активность каждого нейрона в разных точках пространства может быть представлена как непрерывная функция $\phi_i: X \rightarrow \mathbb{R}$. Тогда область активации клетки места U_i будет выступать носителем функции $\text{supp}\phi_i$
- Тогда все функции активностей нейронов $\Phi: X \rightarrow \mathbb{R}^m$, $\Phi(x) = (\phi_1(x), \dots, \phi_m(x))$
- Если предположить, что для всякой пары различных точек пространства $x_1 \neq x_2$ хотя бы на одном из множества нейронов активность отличается $\phi_i(x_1) \neq \phi_i(x_2)$, то поскольку всё X компактно, а \mathbb{R}^m Хаусдорфово, то и образ $\Phi(X) \subset \mathbb{R}^m$ гомеоморфен X



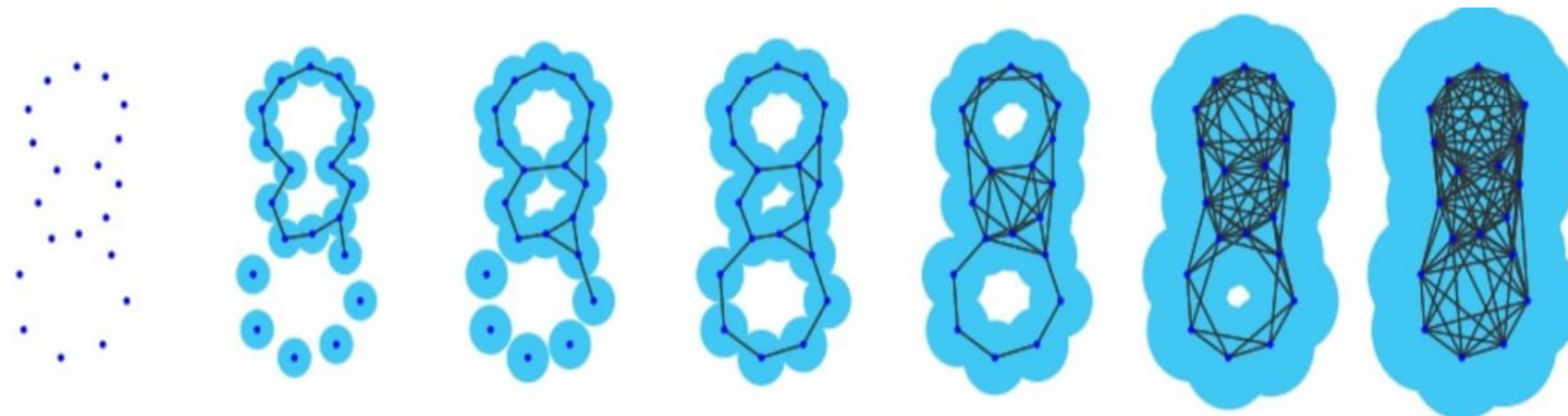
Многомерные облака точек

- Активности нейронов измерены на дискретном множестве моментов времени $1, \dots, T$, а каждое измерение активности клеток места — это $y_t \in \Phi(X)$, а в целом мы из наших измерений получаем многомерное облако точек $Y = \{y_t \mid 1 \leq t \leq T\}$
- Если m достаточно велико, то стандартные идеи вроде построения комплекса Вьеториса-Рипса уже не сработают и нужно понижать размерность данных и анализировать уже это вложение.
- Облака точек хороши по нескольким причинам;
 - То, что активность представляется как функция - это естественная мысль.
 - Нервные коды очень ограничены требованием стягиваемость
 - Можно разрабатывать много подходов к их анализу, отражающих разные свойства данных

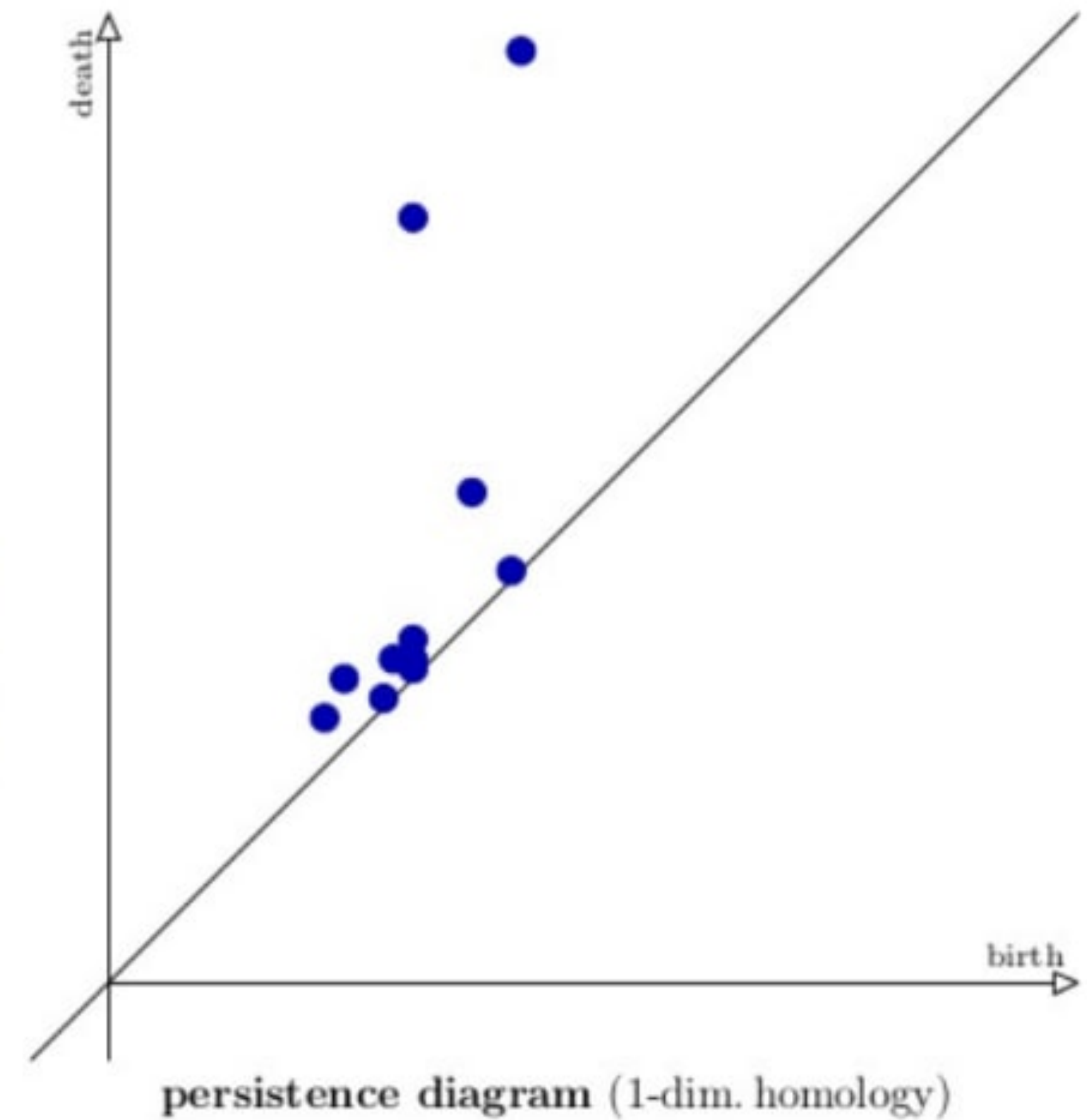
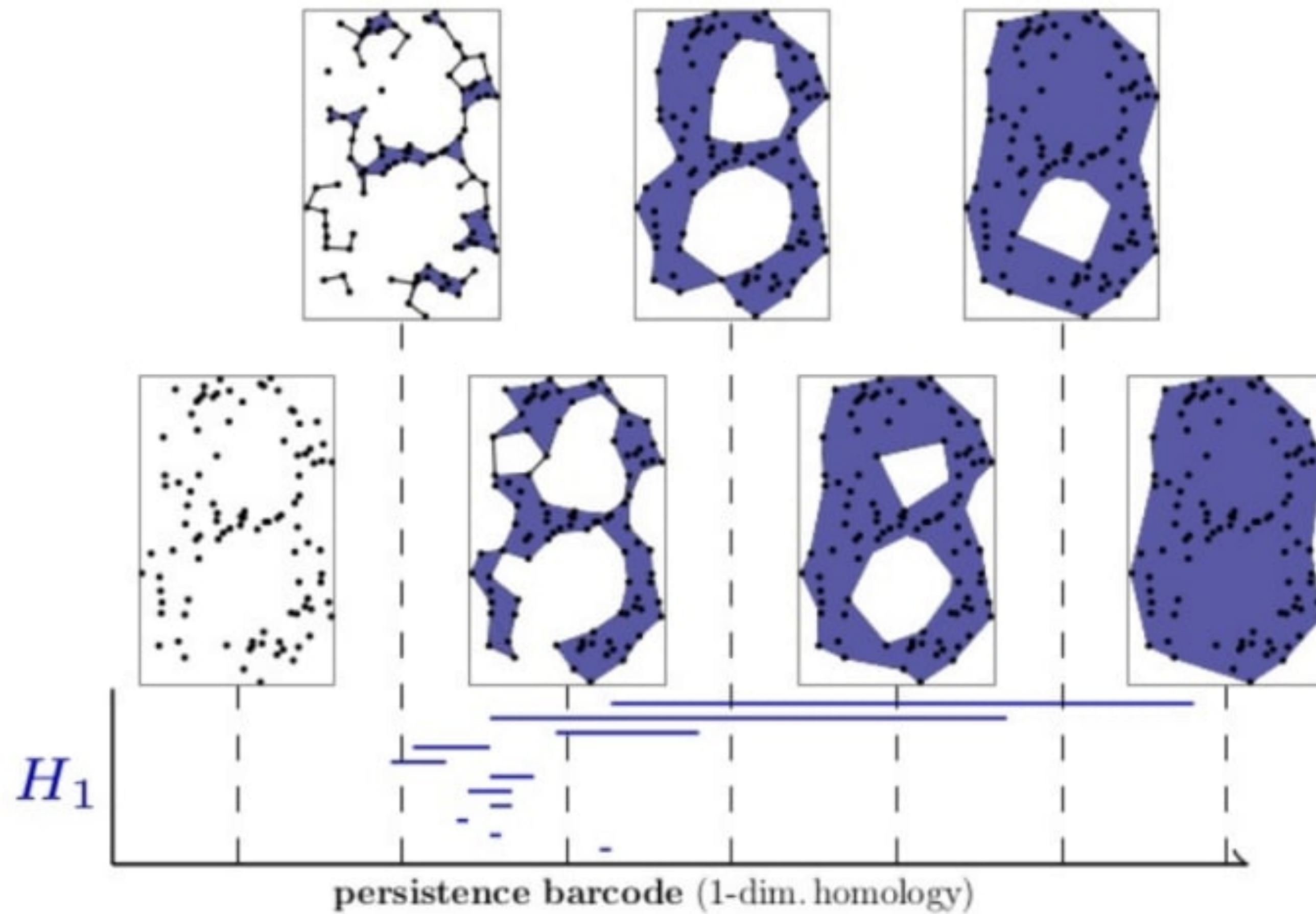


Фильтрация Вьеториса-Рипса

- $\{K_\theta^{VR}\}$ строятся очень просто: для облаков точек строятся открытые окрестности, комплекс для каждого радиуса окрестности строится по аналогии с описанным выше для нерва покрытия.
- Далее анализируется “стабильность” конкретных циклов в зависимости от радиуса.

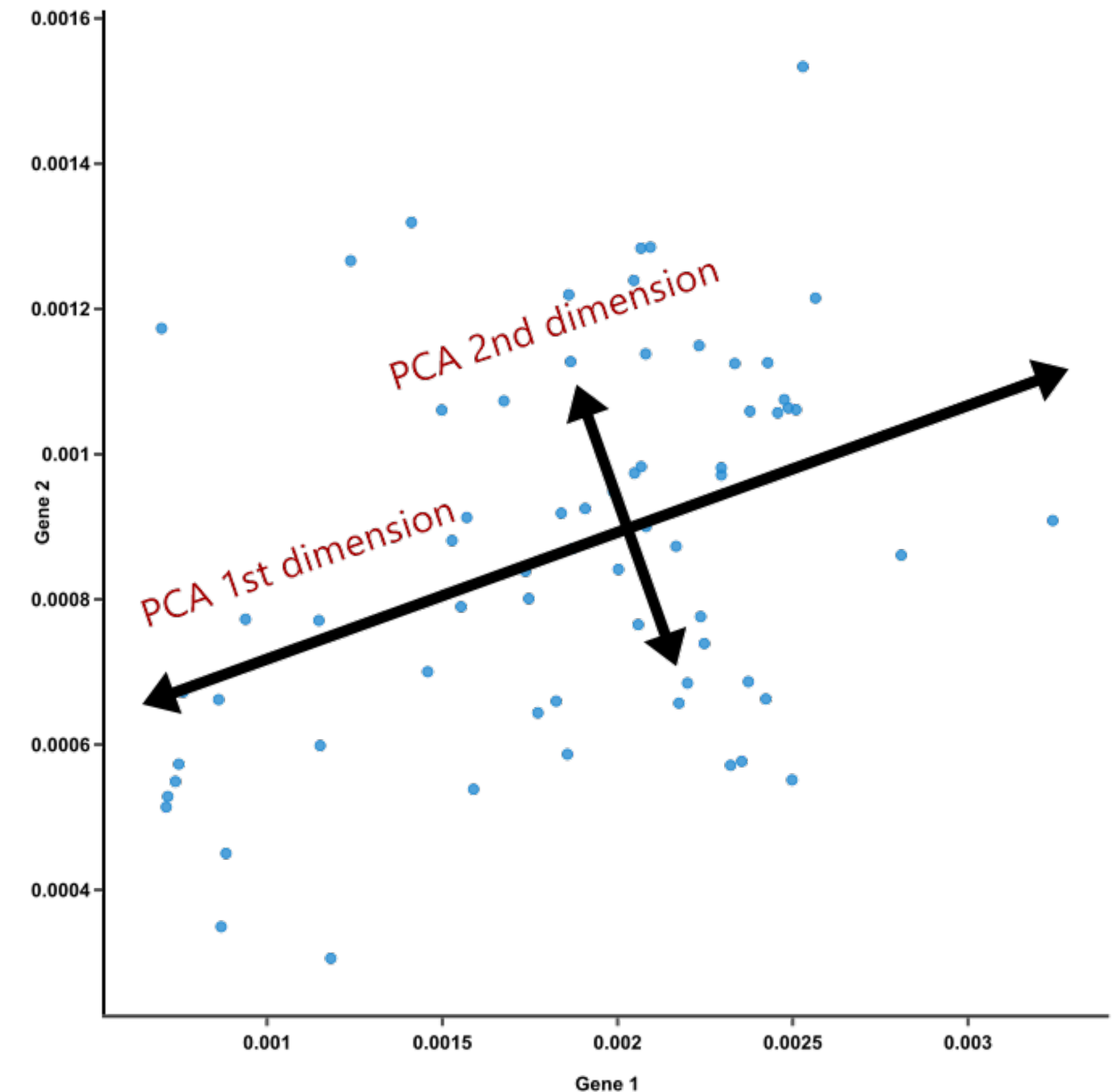


Персистентные диаграммы



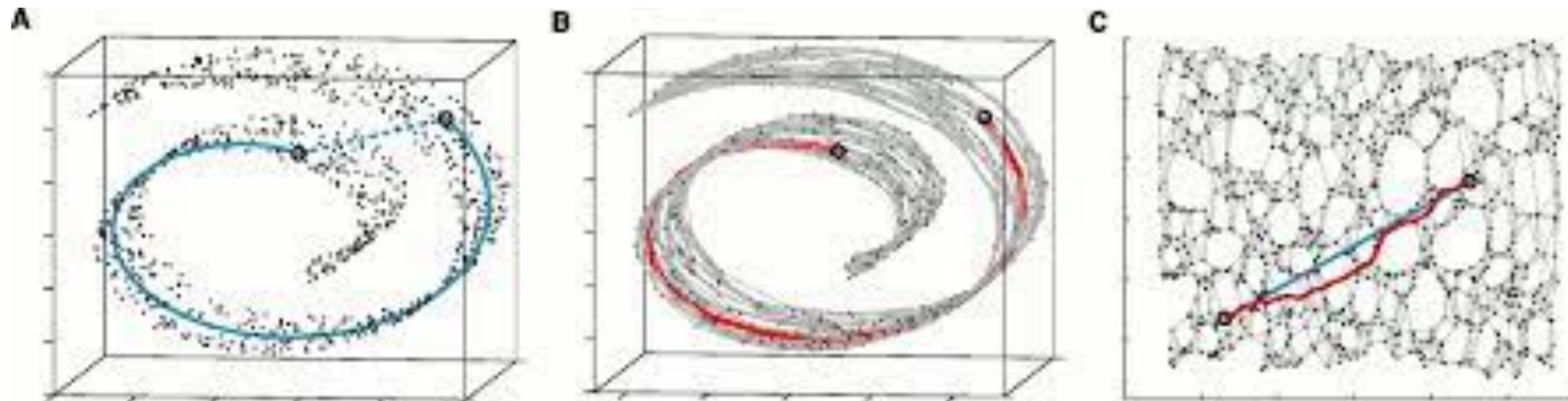
Метод главных компонент

- Самый простой и стандартный метод.
- Идея: Направление максимальной дисперсии у проекции всегда совпадает с собственным вектором, имеющим максимальное собственное значение, равное величине этой дисперсии.
- И это справедливо также для проекций на большее количество измерений – дисперсия (ковариационная матрица) проекции на m -мерное пространство будет максимальна в направлении m собственных векторов, имеющих максимальные собственные значения.



Isomap

- Это нелинейный метод понижения размерности
- Алгоритм;
 - Определить соседей для всех точек
 - Построить граф ближайших соседей
 - Для каждой пары вершин выбрать кратчайший путь
 - Произвести вложение этого графа в маломерное пространство



Комбинируя эти подходы

- Имеем:
 - Нерв-модель построенная на $[m]$ нейронах
 - Комплексы из облаков точек в $[T]$ моментах времени
 - Связать их воедино позволить двойственность Даукера
- Пусть активность каждого нейрона $\phi_i: X \rightarrow [0; 1]$. Для различных порогов $\theta \in [0, 1]$ можем определить множество $U_i^\theta = \{x \in X \mid \phi_i(x) \geq 1 - \theta\}$ и соответствующие нервы K_θ покрытий $\bigcup_{i \in [m]} U_i^\theta$



Комплекс Даукера

- Комплексы $\{K_\theta\}_{\theta \in [0;1]}$ — это растущая фильтрация $\theta_1 < \theta_2$, и тогда : $U_i^{\theta_1} \subseteq U_i^{\theta_2}$, а значит, $K_{\theta_1} \subseteq K_{\theta_2}$. По теореме о нерве, если покрытия выпуклые, персистентные гомологии этой фильтрации соответствуют гомологиям самого X .
- Функция $\phi : X \rightarrow \mathbb{R}$ — выпуклая сверху если $\{x \in X \mid \phi(x) \geq c\}$ выпукло.
- Так вот, предположим что ϕ_i удовлетворяют этому условию. То есть U_i^θ выпукло $\forall i \in [m], \theta \in [0; 1)$. Тогда получаем непрерывное отображение уже на $\Phi : X \rightarrow [0; 1]^m$.
- Определим теперь $Y = \{y_1, \dots, y_T\} \subset X$, где y_t - это положение животного в данный момент времени. Тогда наши данные естественным образом представлены в таблице размера $T \times m$ вида $A_\theta : [T] \times [m] \rightarrow [0; 1], A(t, i) = \phi_i(y_t)$



Комплекс Даукера

- $A_\theta(t, i) = \begin{cases} 1, & \text{если } A(t, i) \geq 1 - \theta; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$
- Тогда можно построить комплекс $Dowk(A)$ на m вершинах, так что $I \subseteq [m]$ — это симплекс $Dowk(A)$ если существует $t \in [T]$ такое что $A(t, i) = 1$ для всякого $i \in I$. То есть симплексы порождены строками матрицы.
- Симметрично $Dowk(A^T) \simeq Dowk(A)$ что доказал Даукер. Изначально он доказал изоморфизм групп $H_*(Dowk(B^T)) \cong H_*(Dowk(B))$
- Комплекс $K_\theta \simeq Dowk(A_\theta^T)$



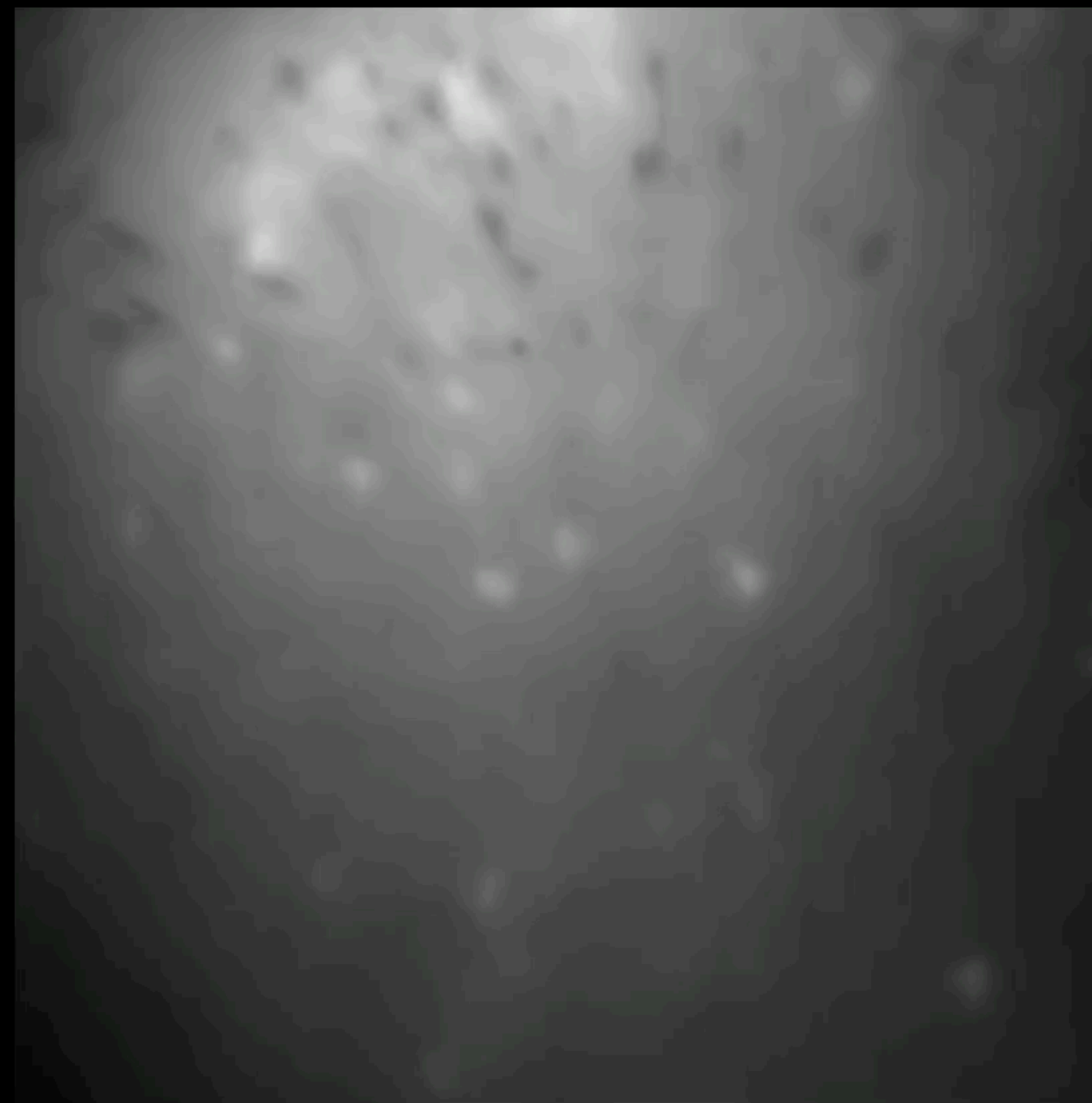
Отбор клеток места

- Для отбора клеток с наиболее правдоподобной активностью как кандидата в нейроны места мы использовали два критерия.

- Взаимная информация $MI(X, Y) = \sum_i \sum_j P(\hat{x}_i, y_j) \log \left[\frac{P(\hat{x}_i, y_j)}{P_X(\hat{x}_i)P_Y(y_j)} \right]$
- Пространственная информация $SI(X, Y) = \sum_{i=1}^n P(\hat{x}_i) E(\hat{x}_i, y) \log \left[\frac{E(\hat{x}_i, y)}{E(y)} \right]$



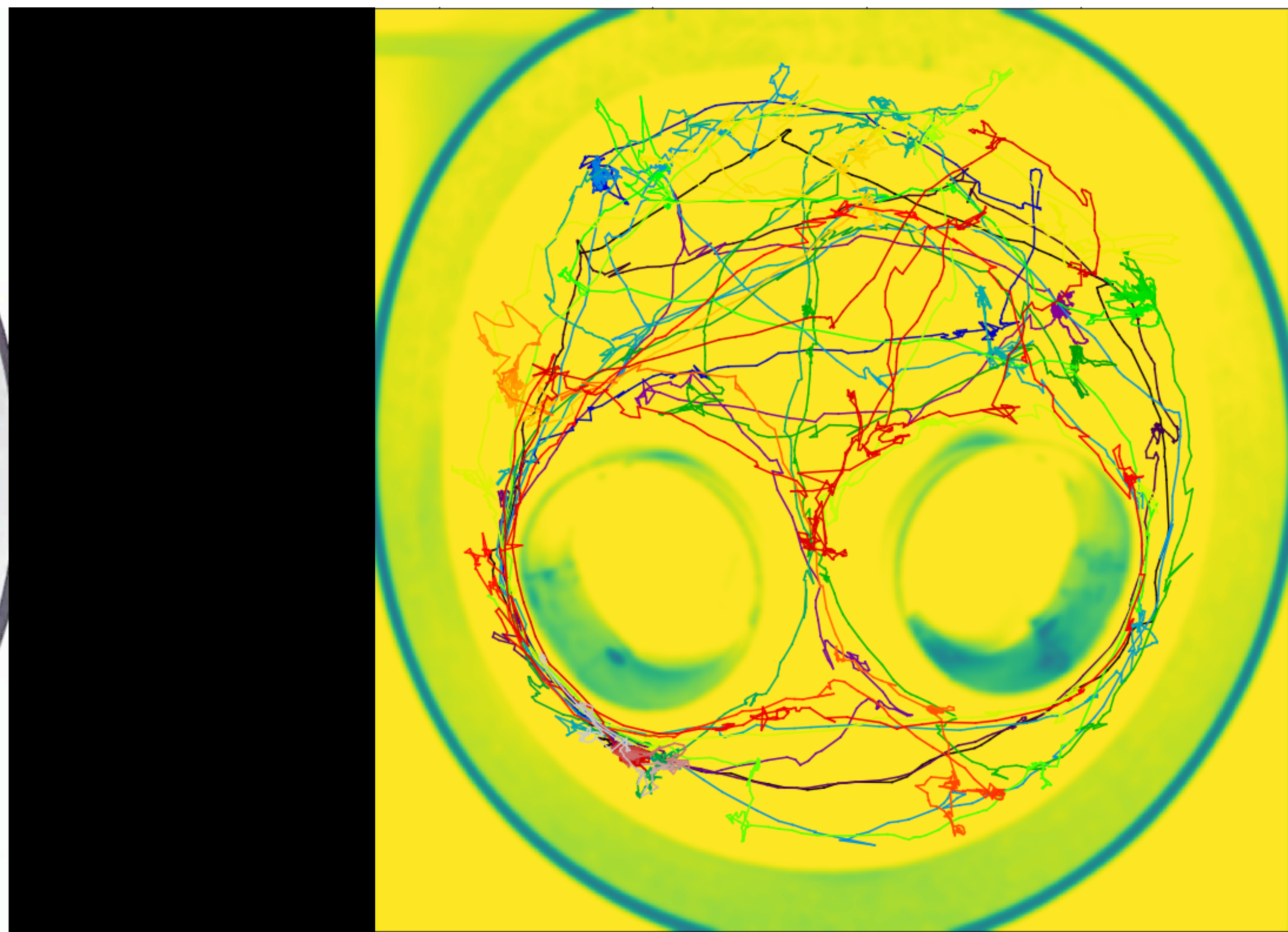
Дизайн нашего эксперимента



Лабиринты с разными числами Бетти

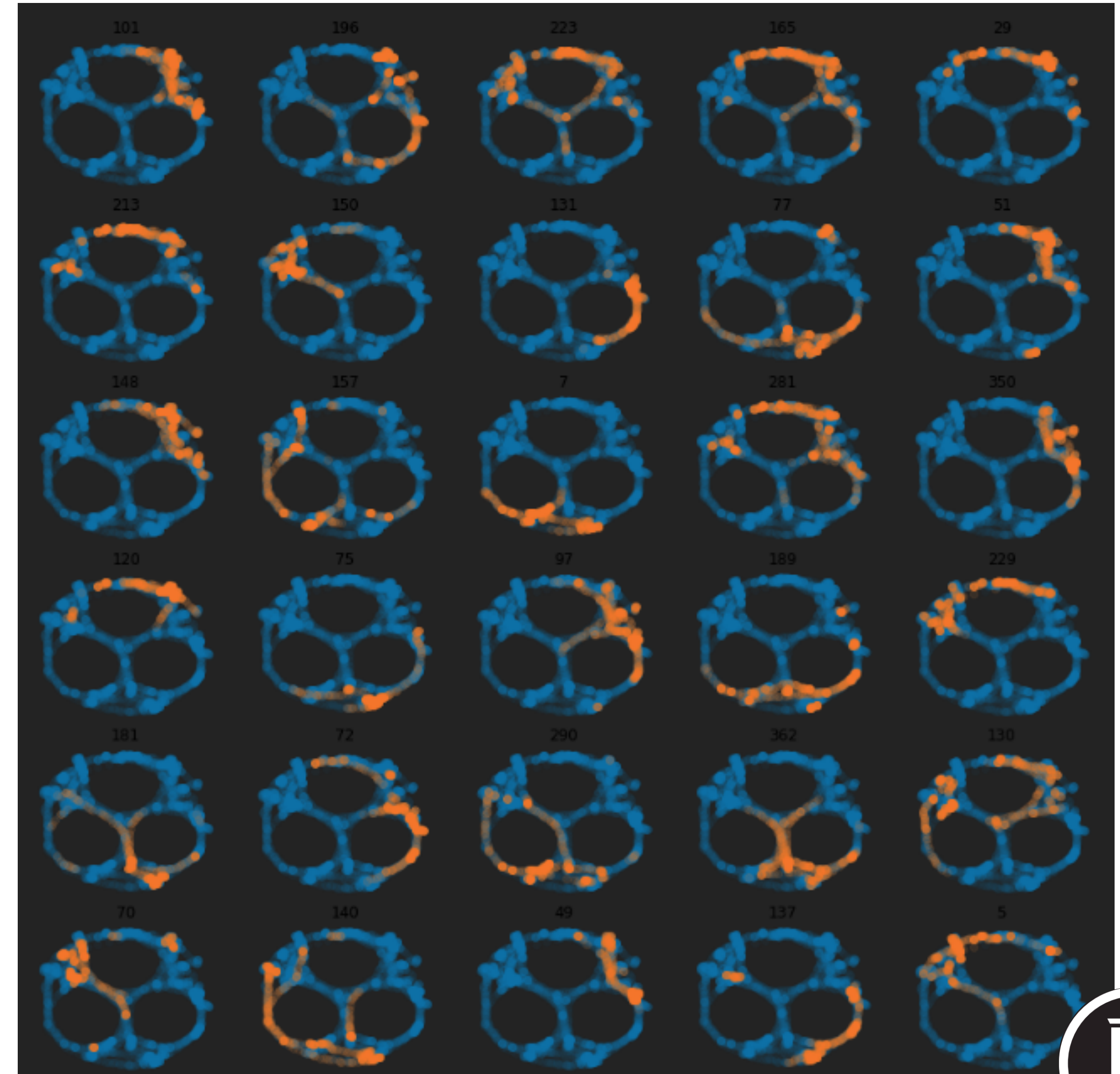
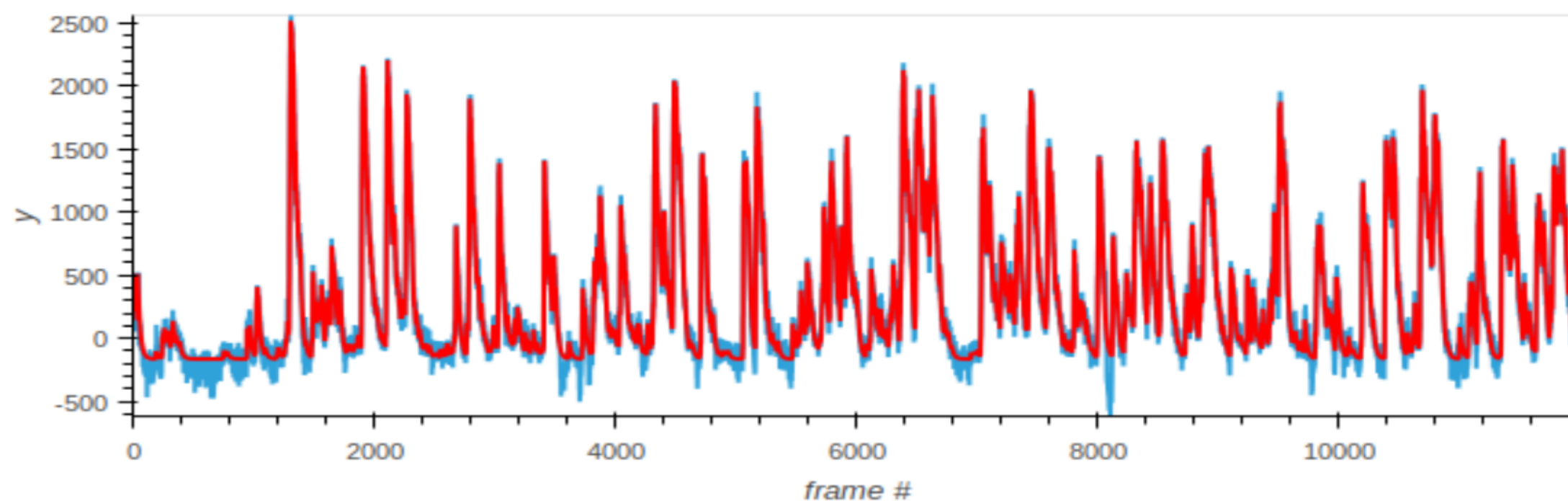
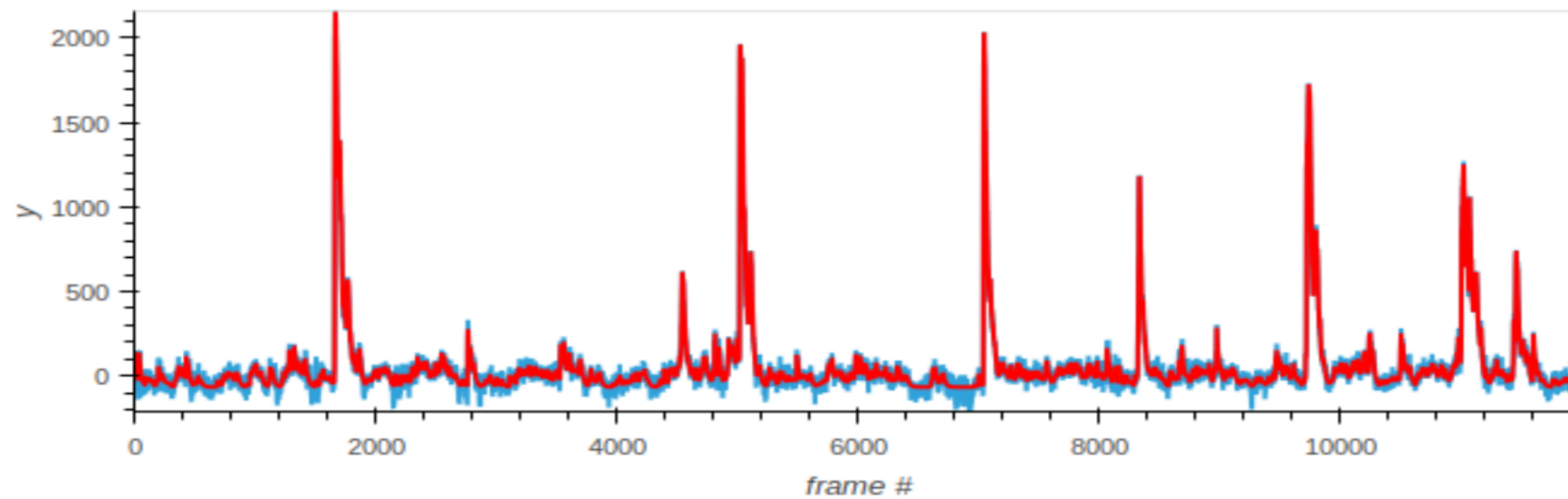


Нейросетью запечатали маркеры на различных частях тела МЫШИ

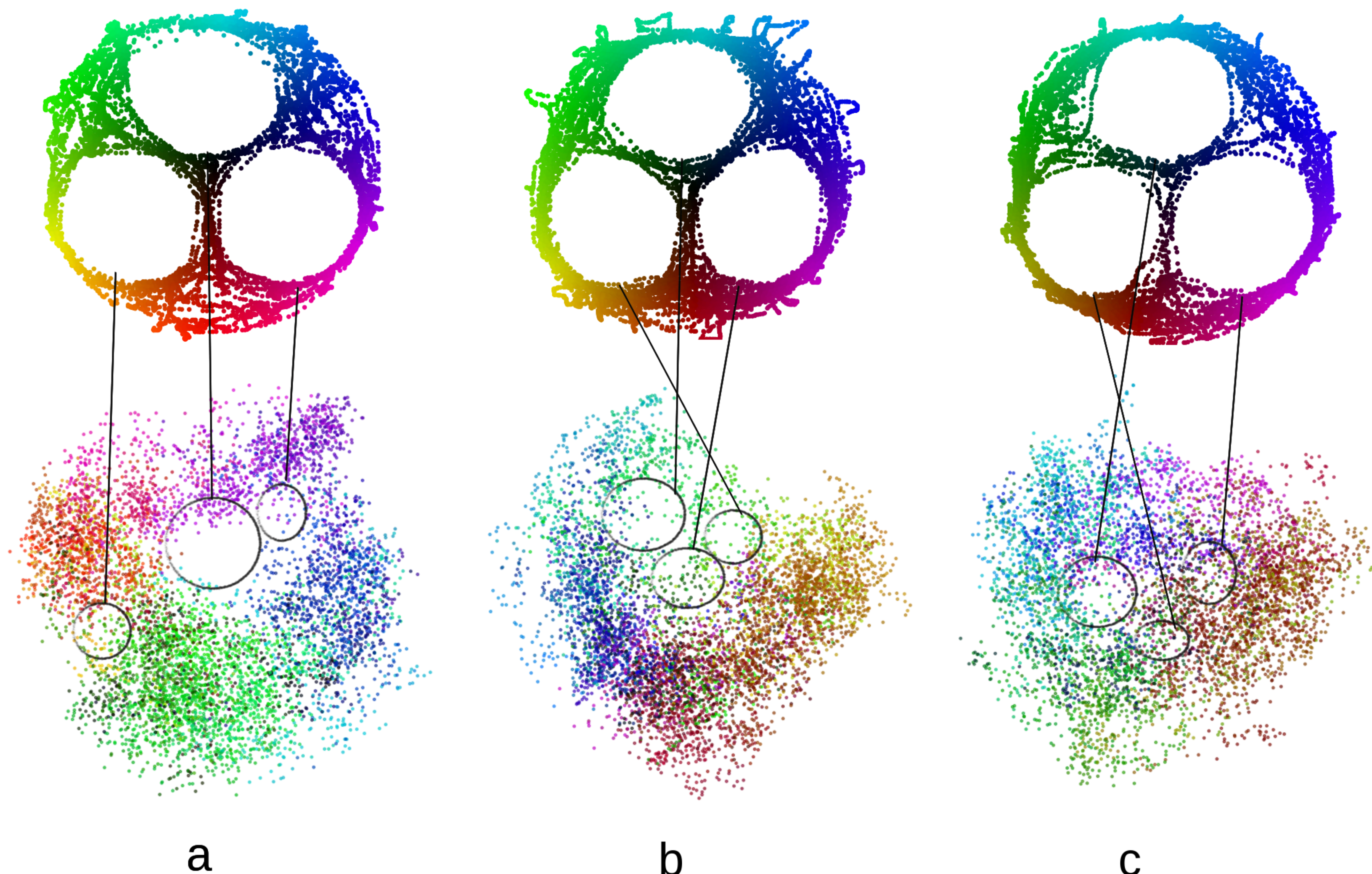


Области активации

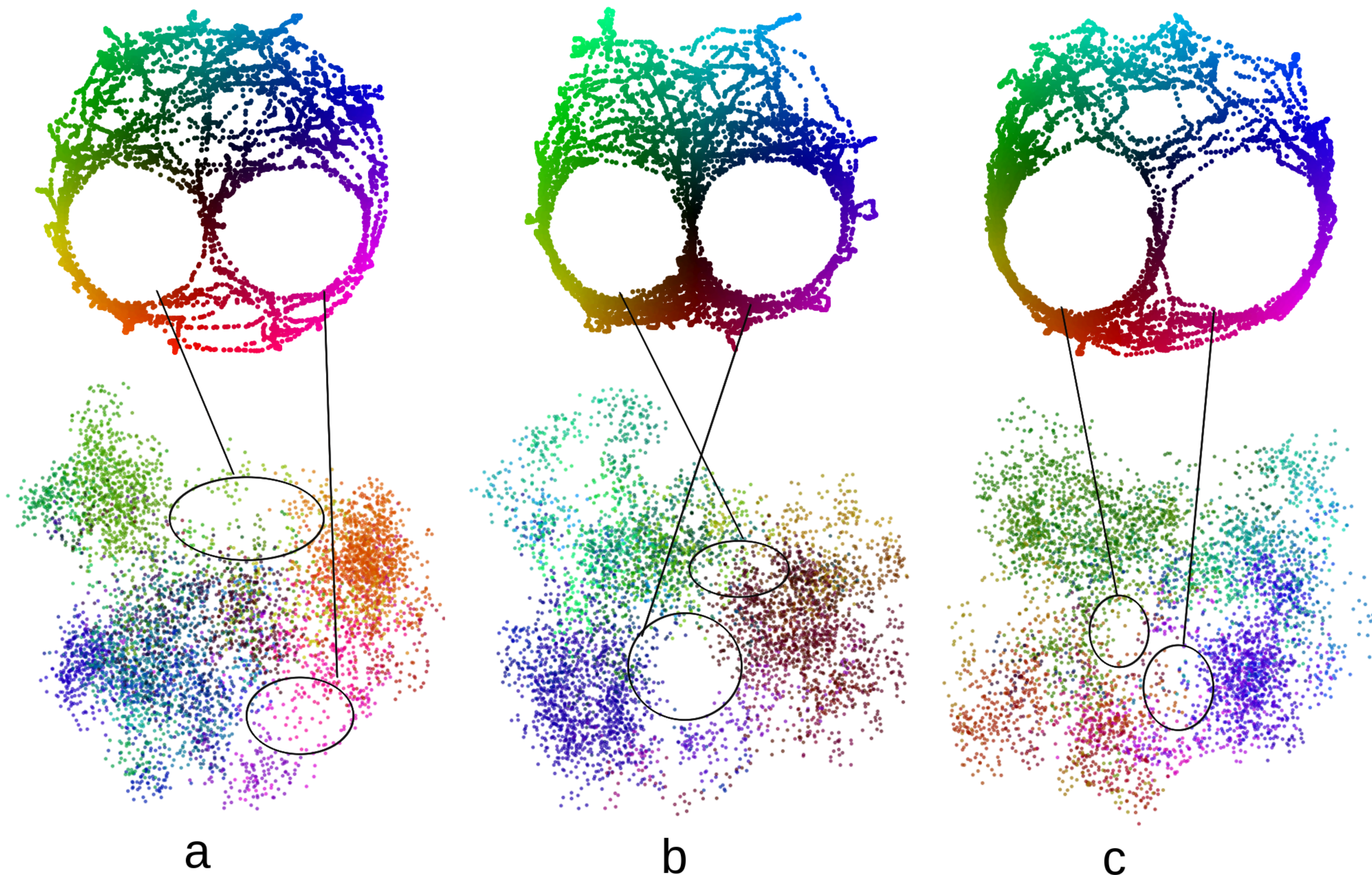
- Подбирая нейроны методами взаимной и пространственной информации и выбирая пороговое значения активации, получили области для различных нейронов



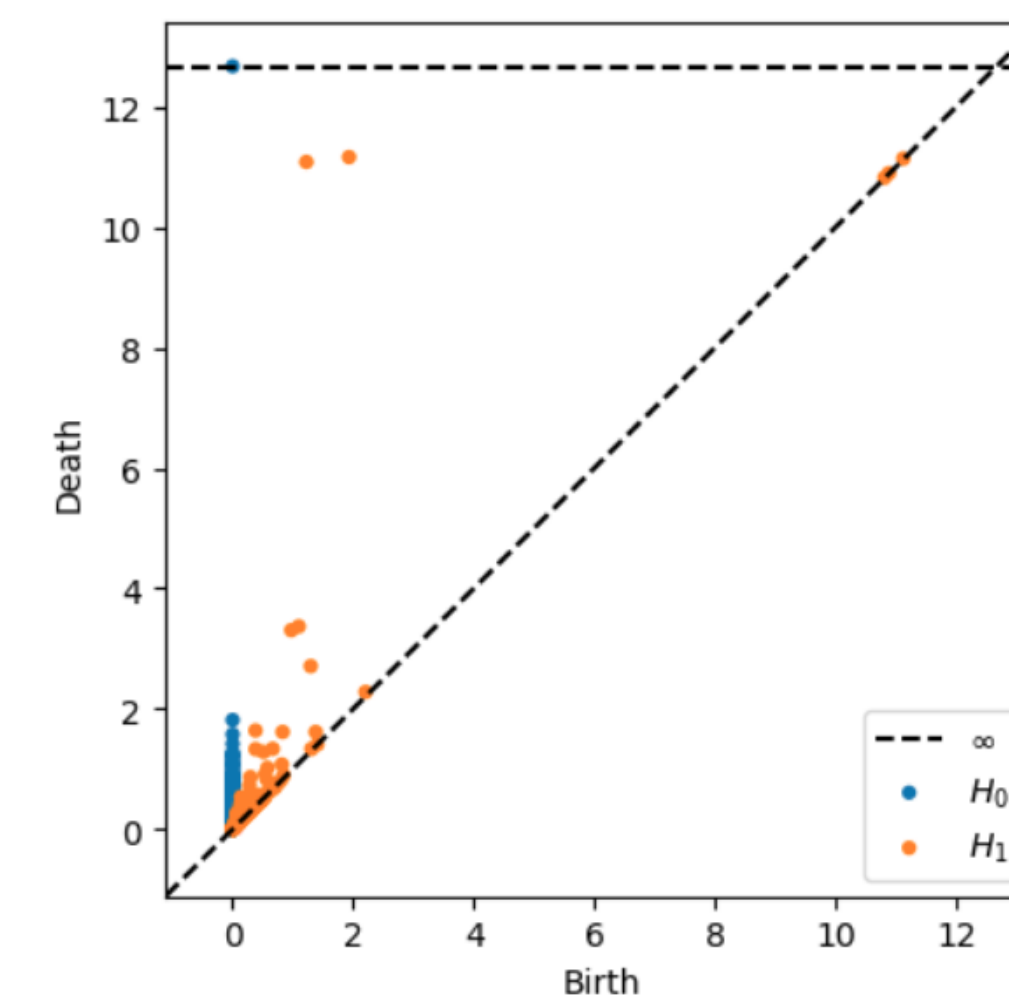
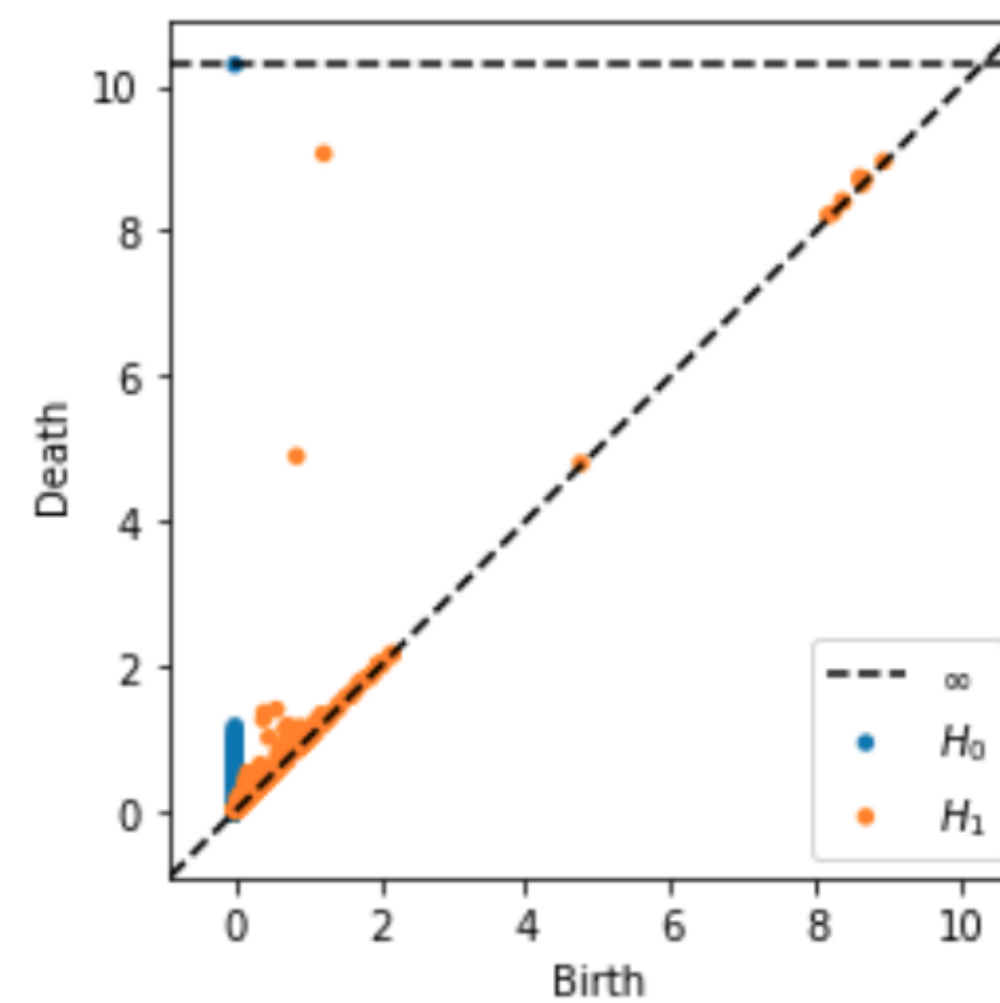
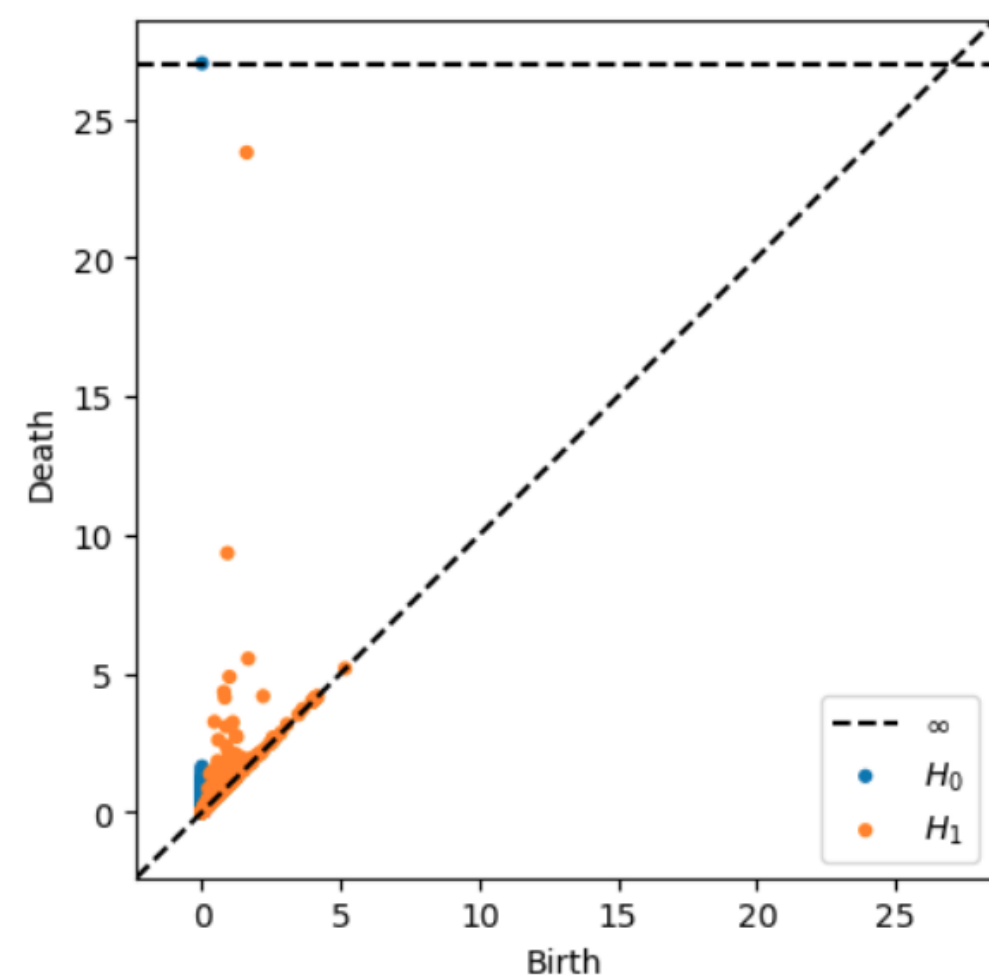
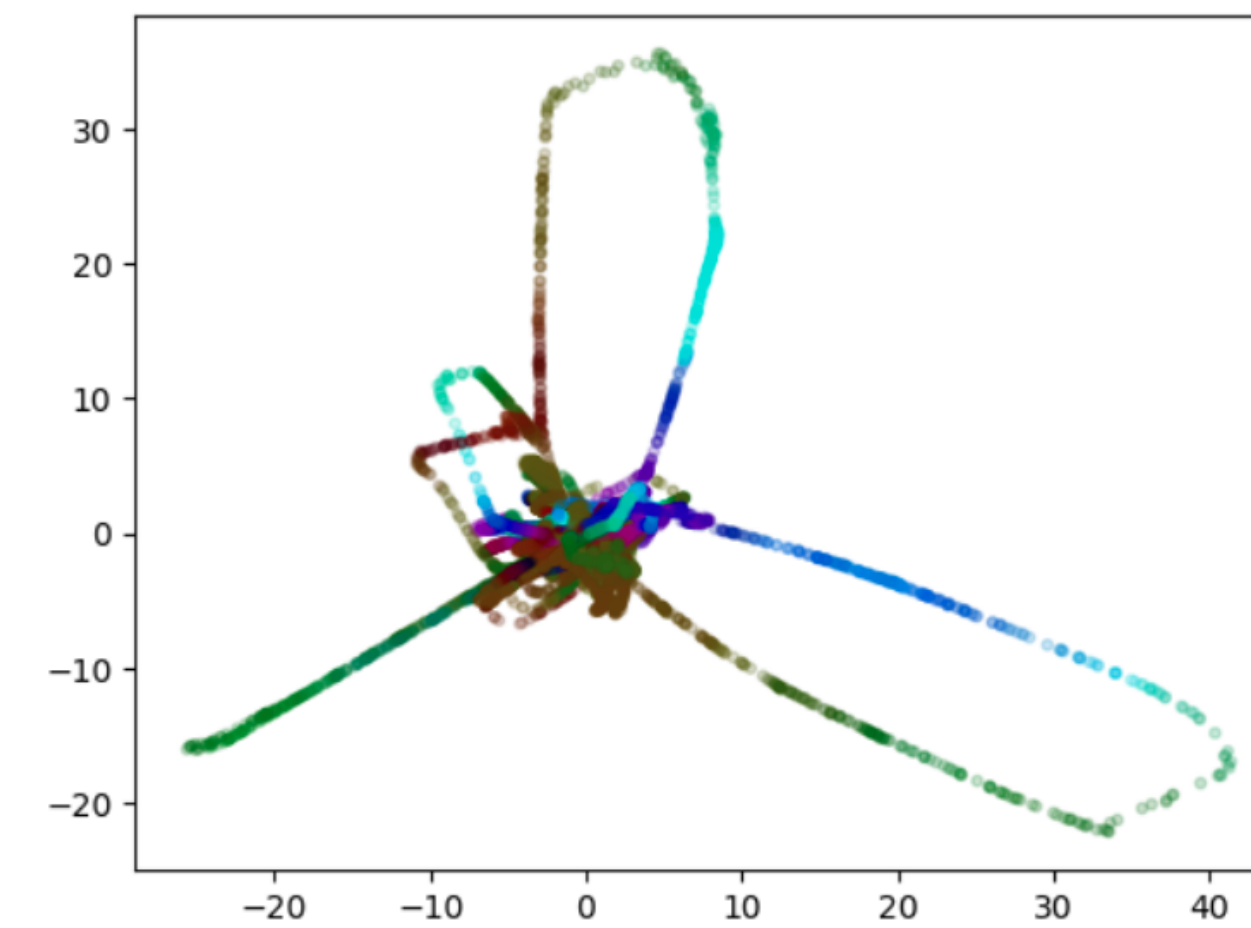
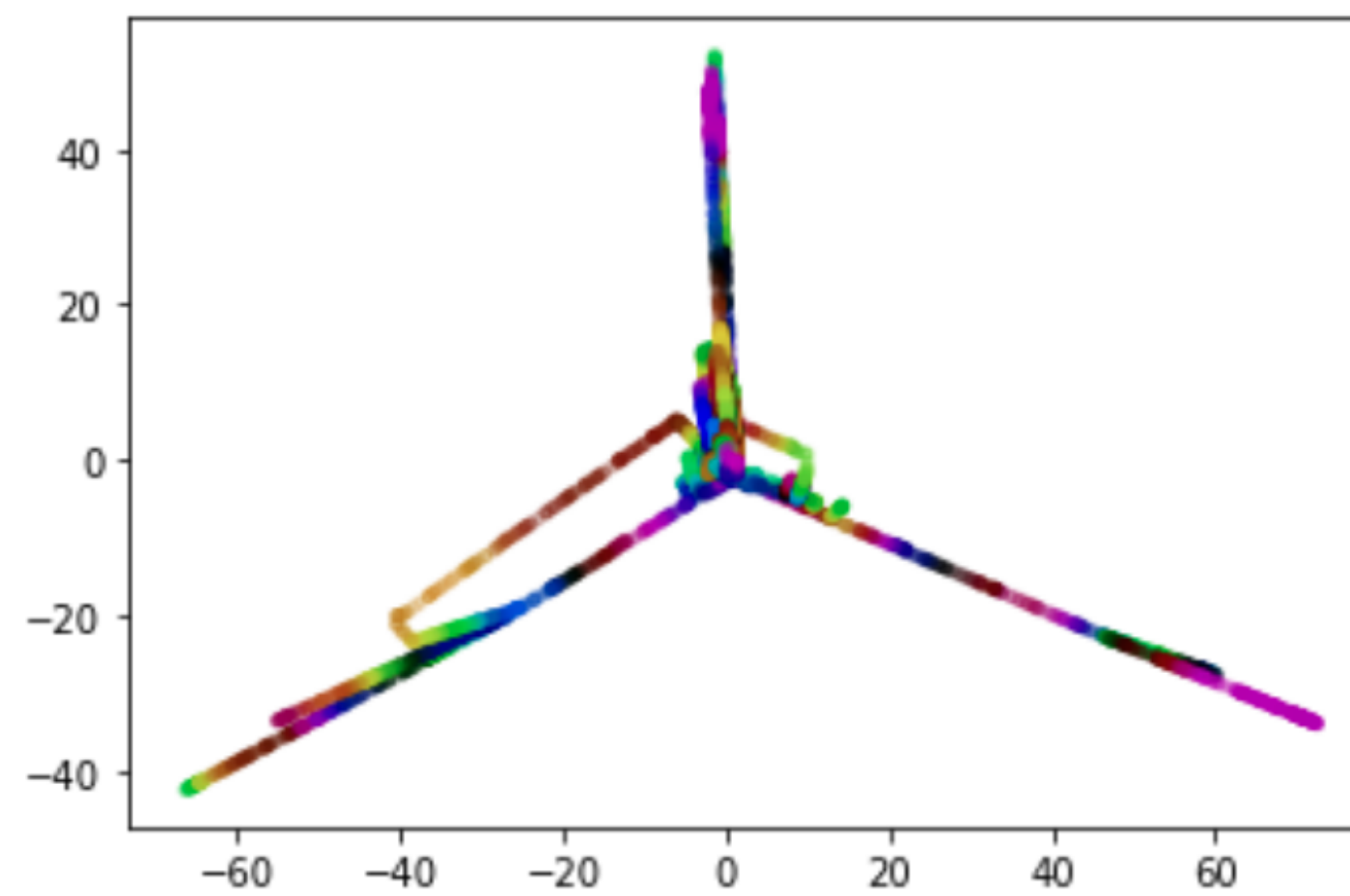
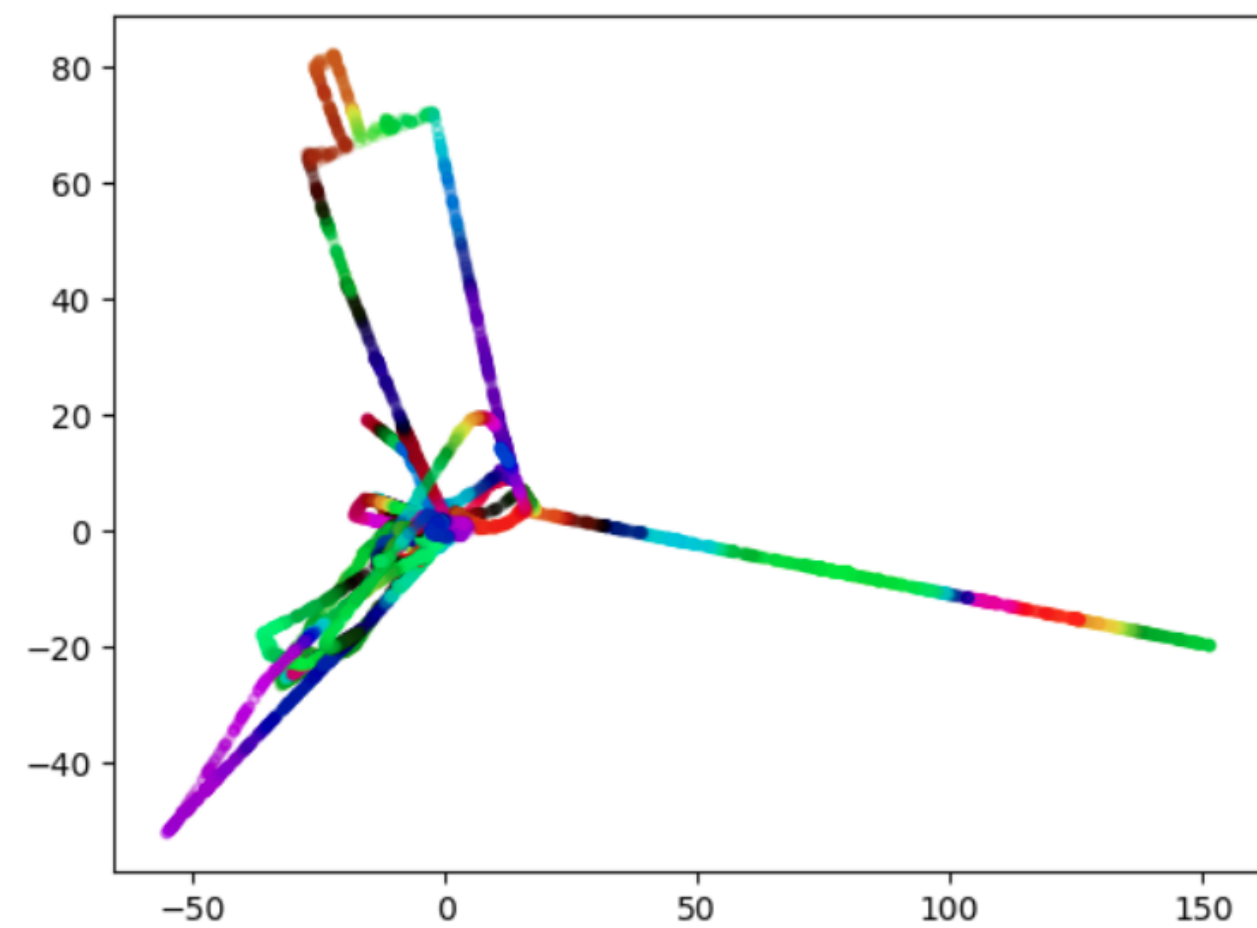
Метод главных компонент для экспериментов с 3 дырками



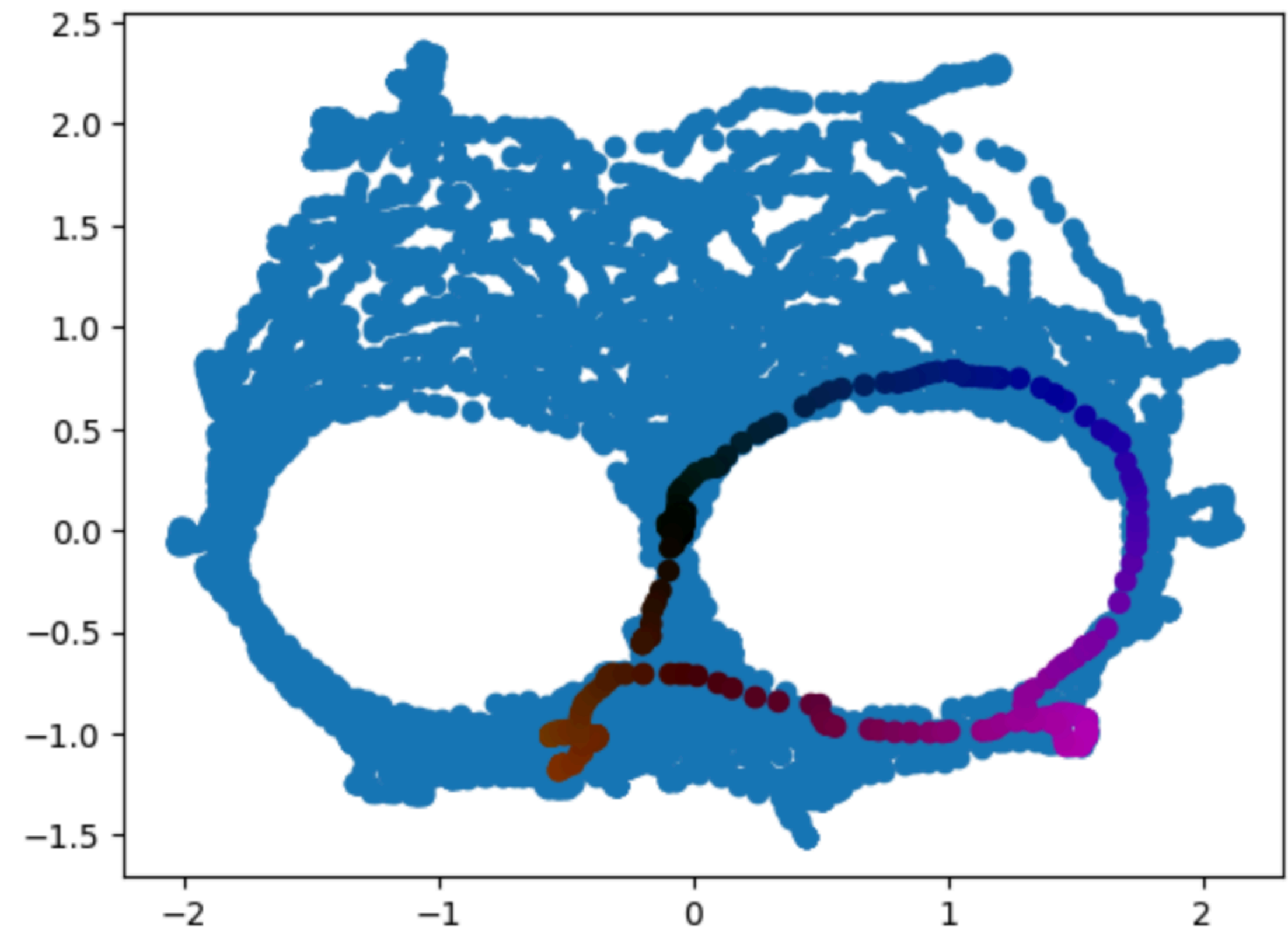
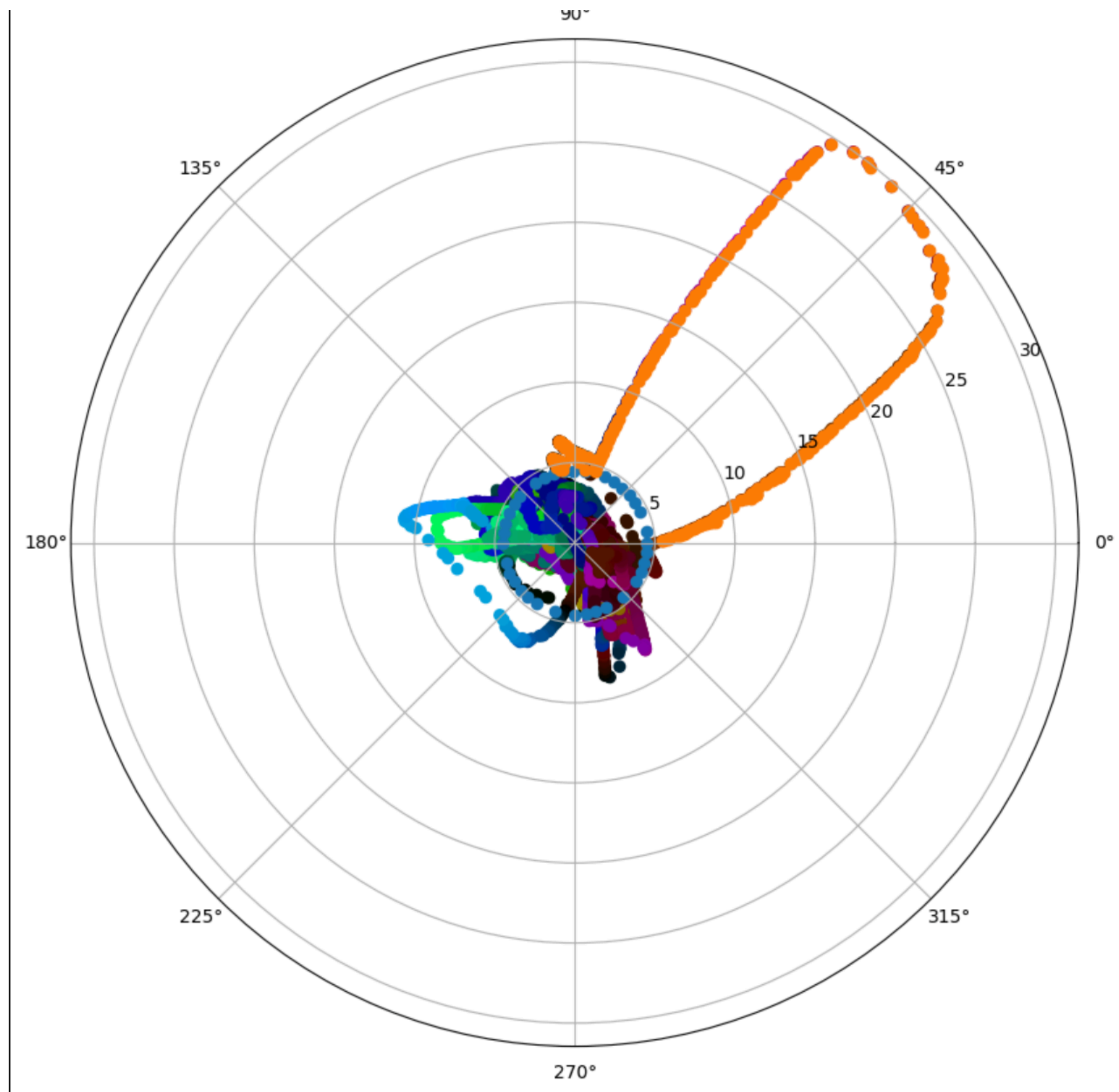
Метод главных компонент для экспериментов с 2 дырками



Isomap для арены с 3 дырками

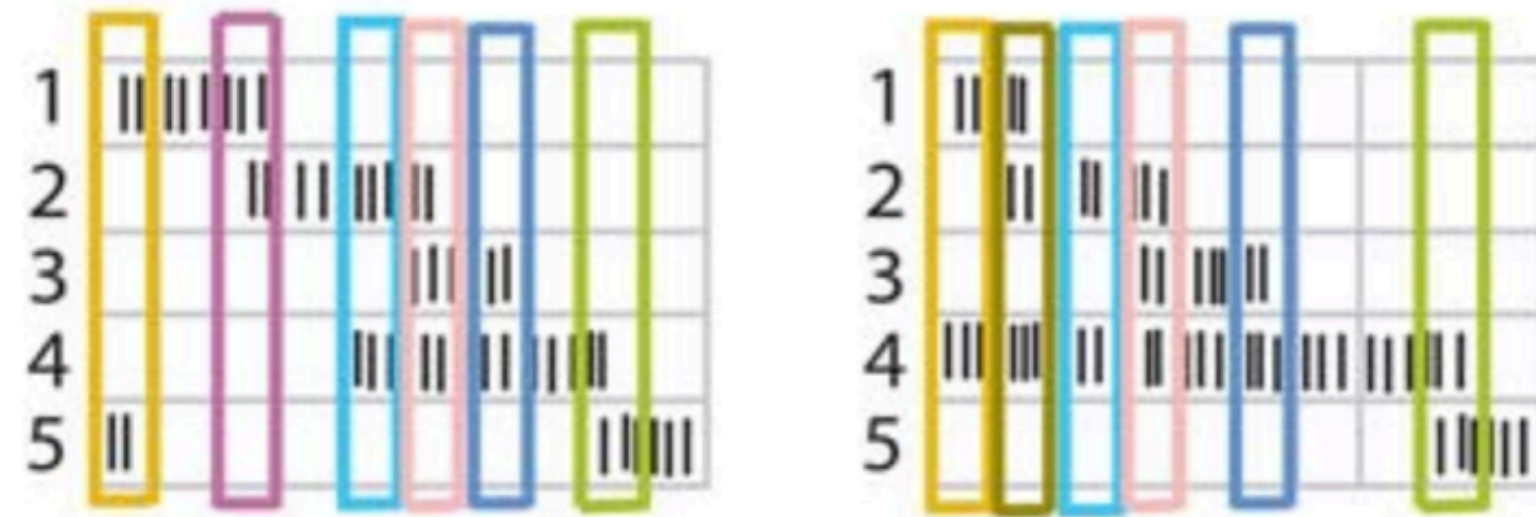


Сопоставим с реальными координатами

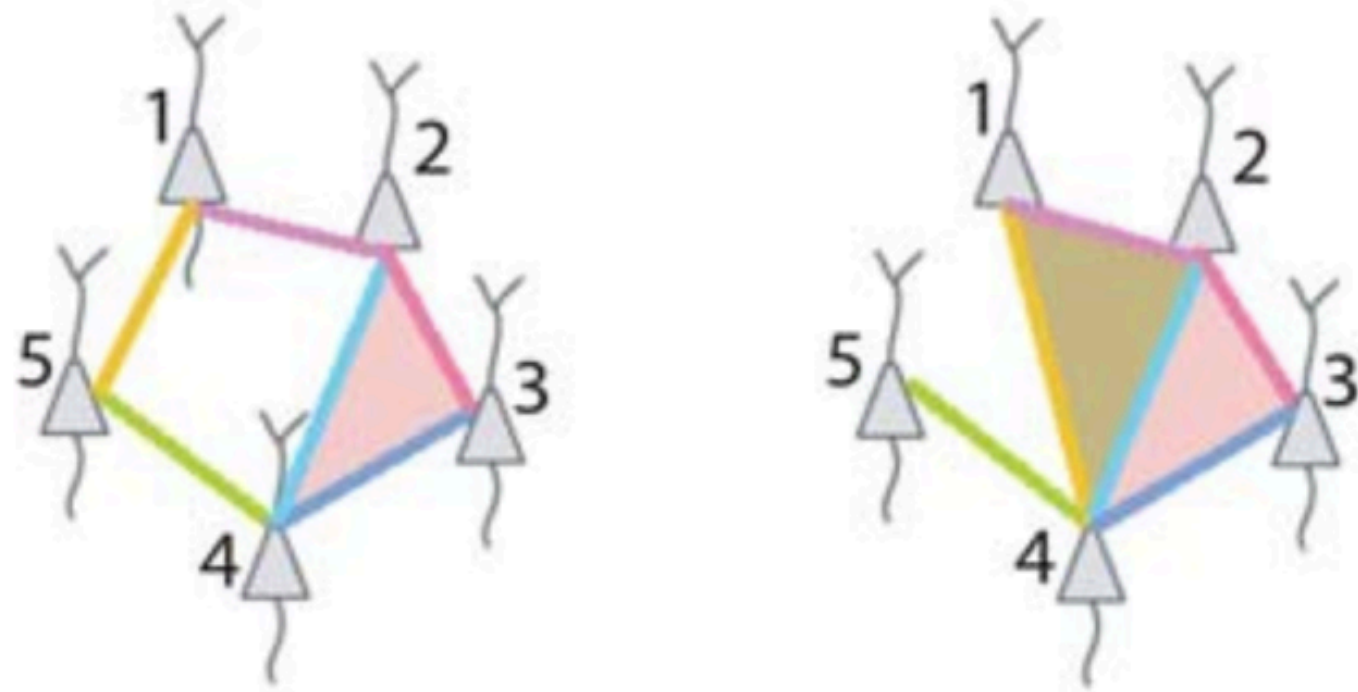


Построение комплексов из временных рядов

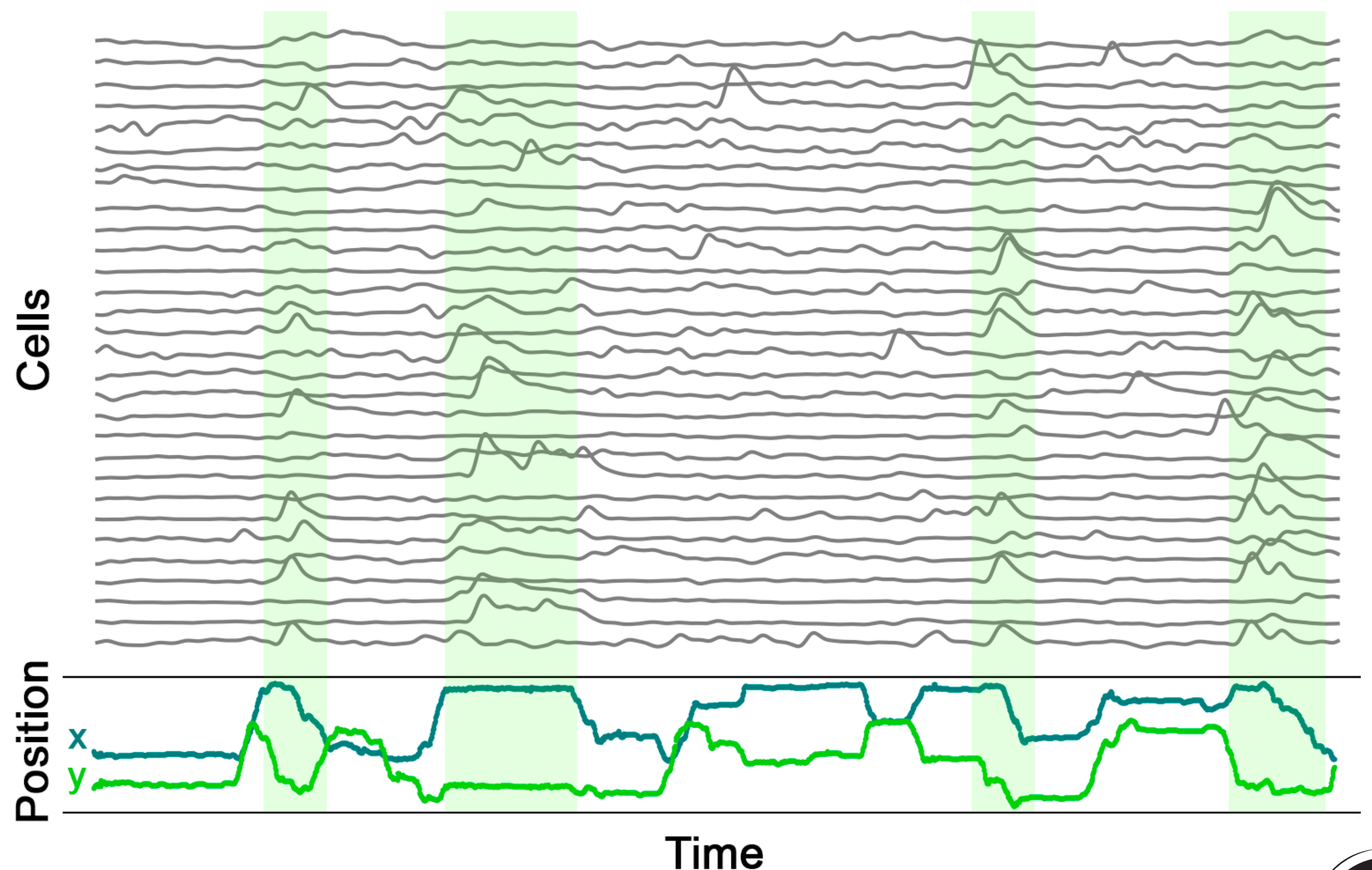
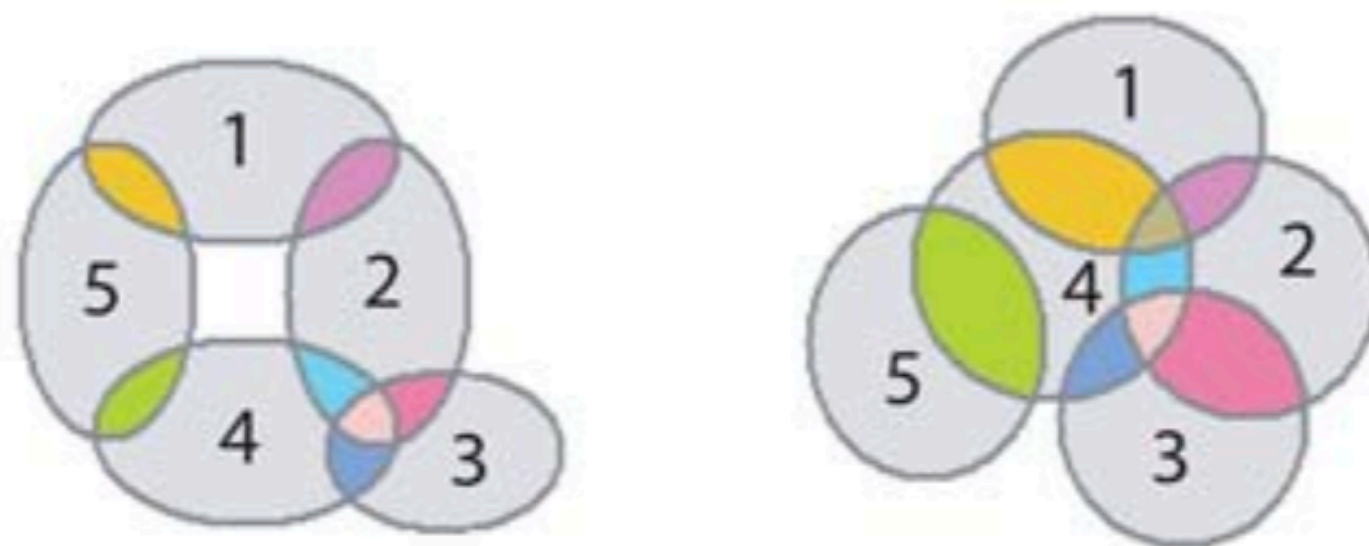
A



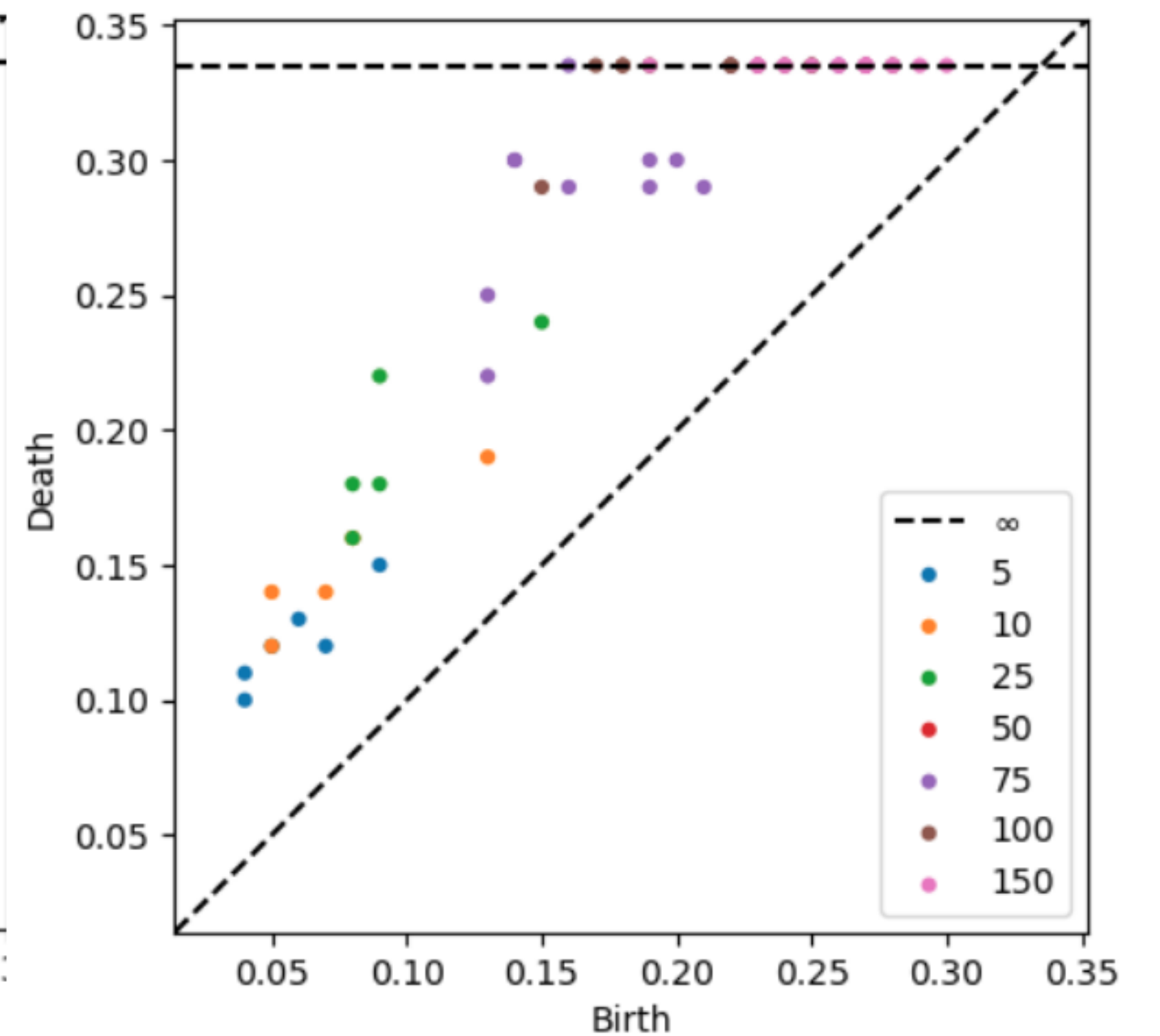
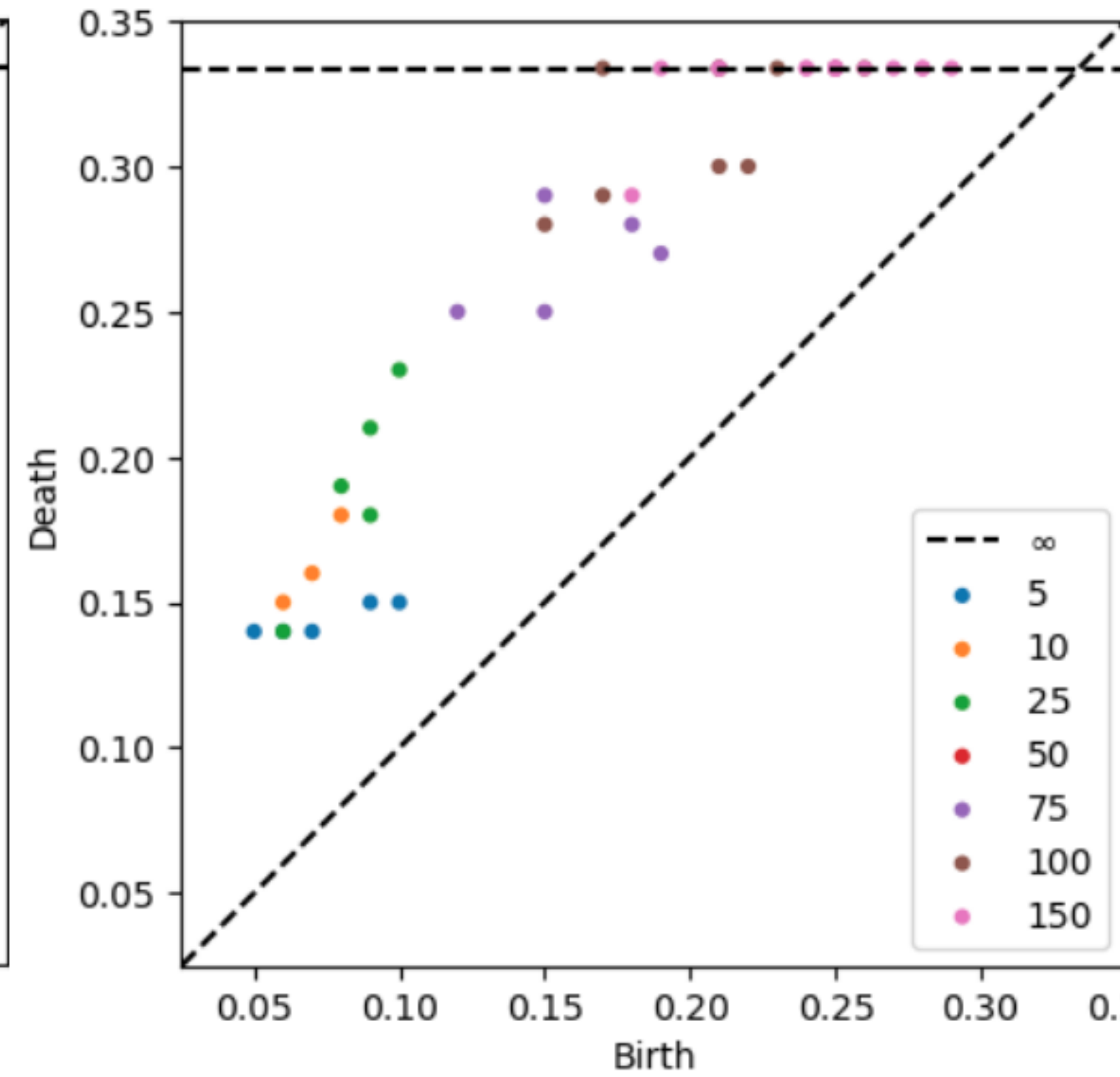
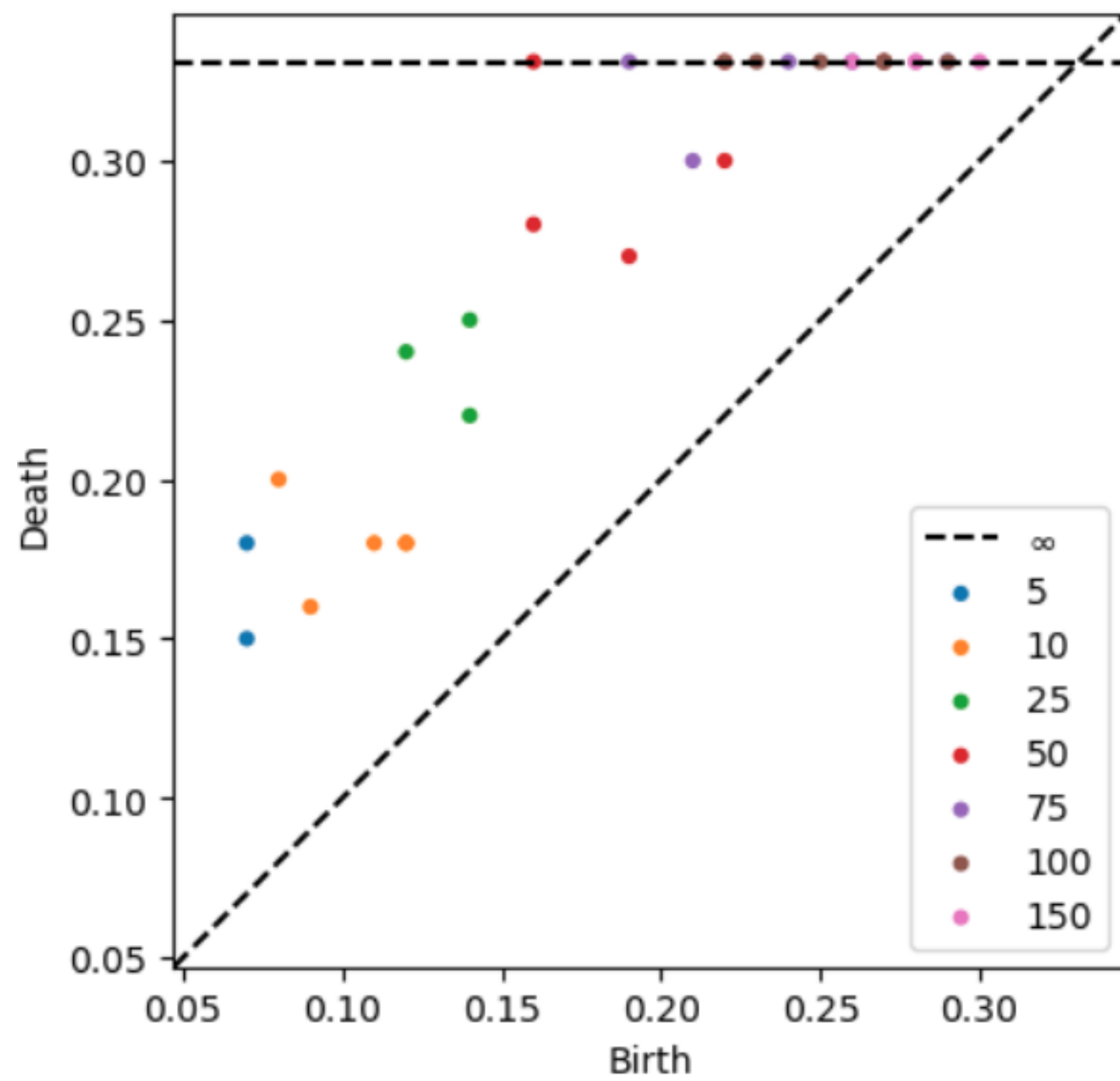
B



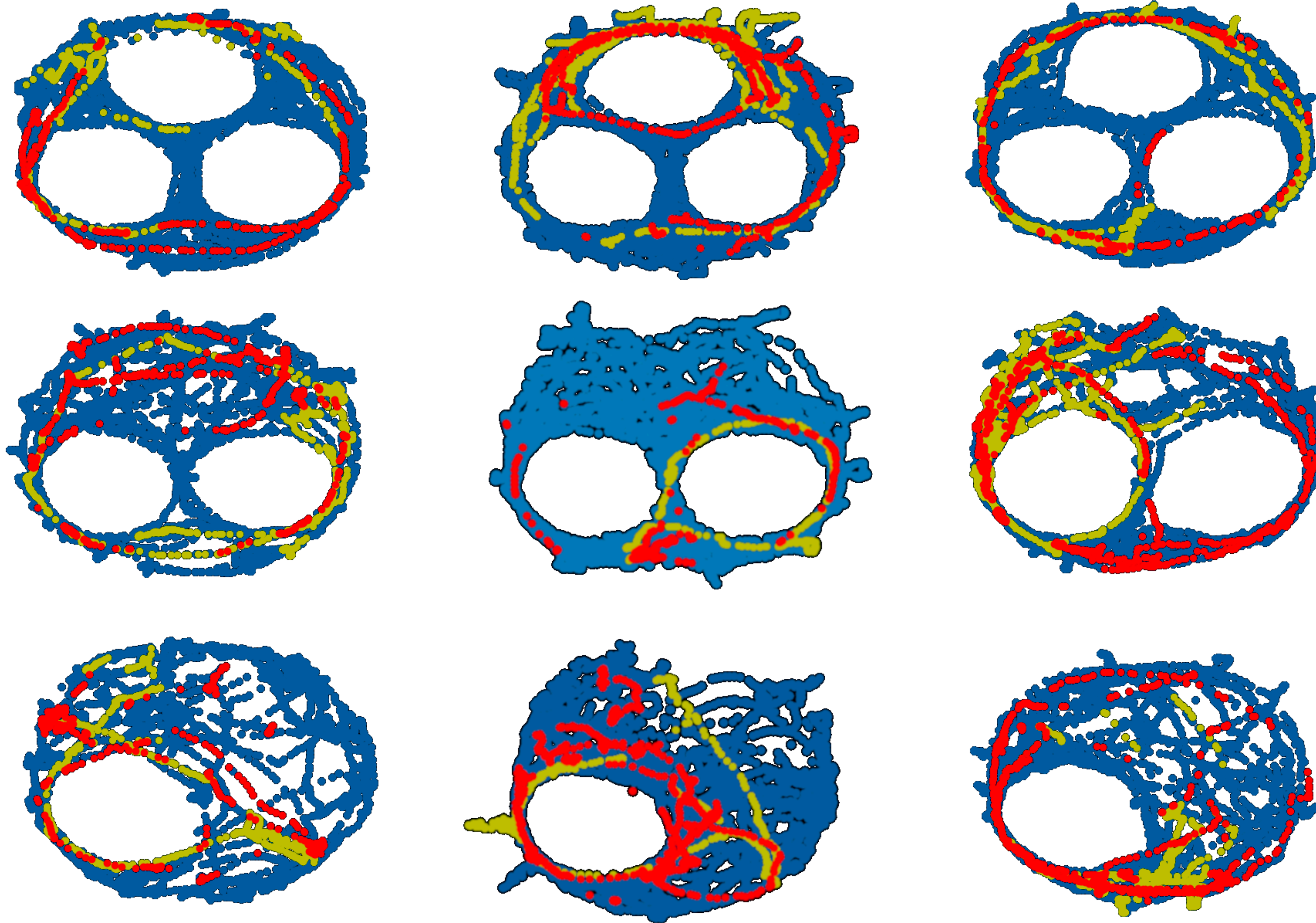
C



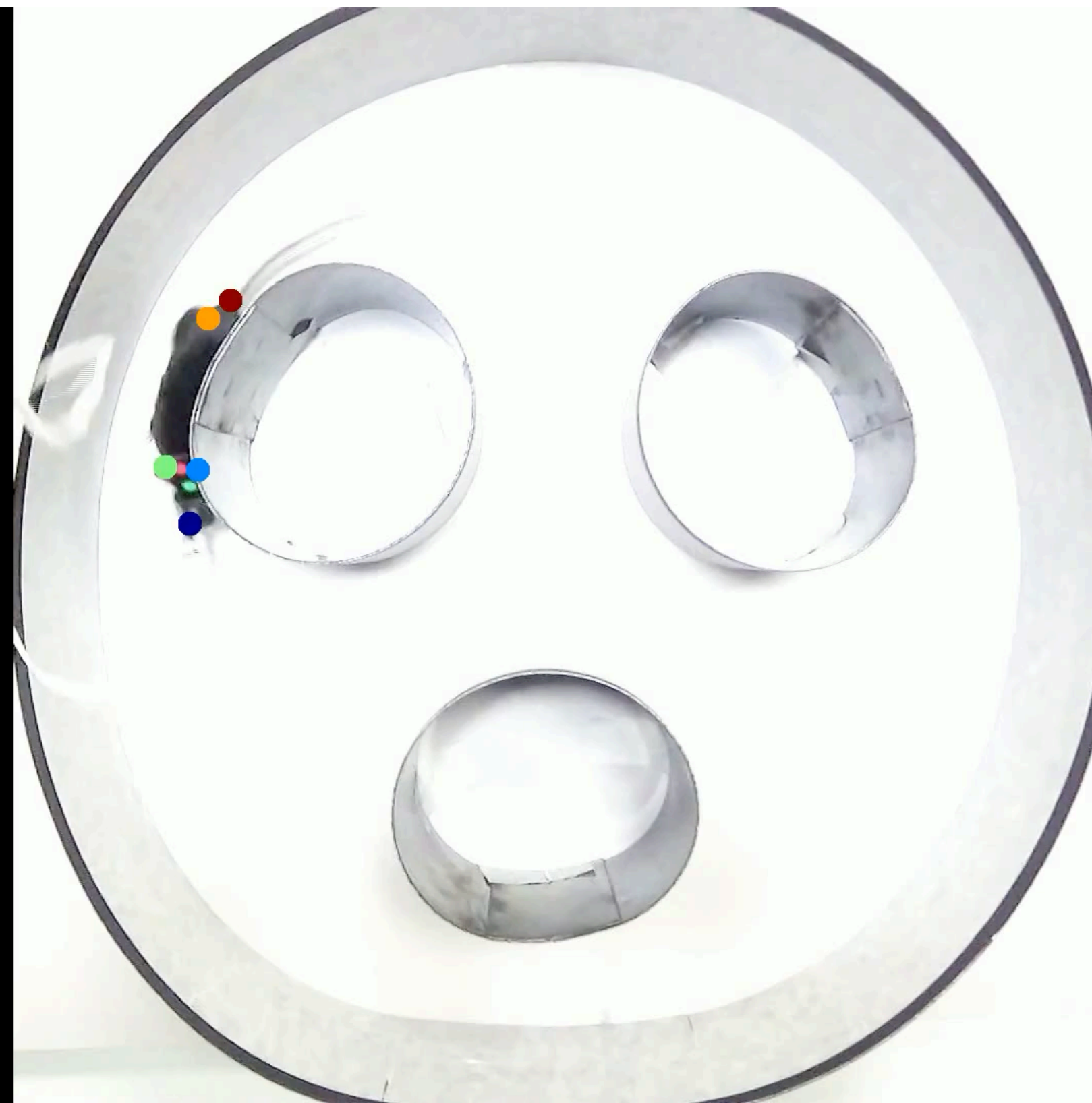
Персисентные гомологии из фильтрация комплексов временных рядов (Арены с 3 дырками)



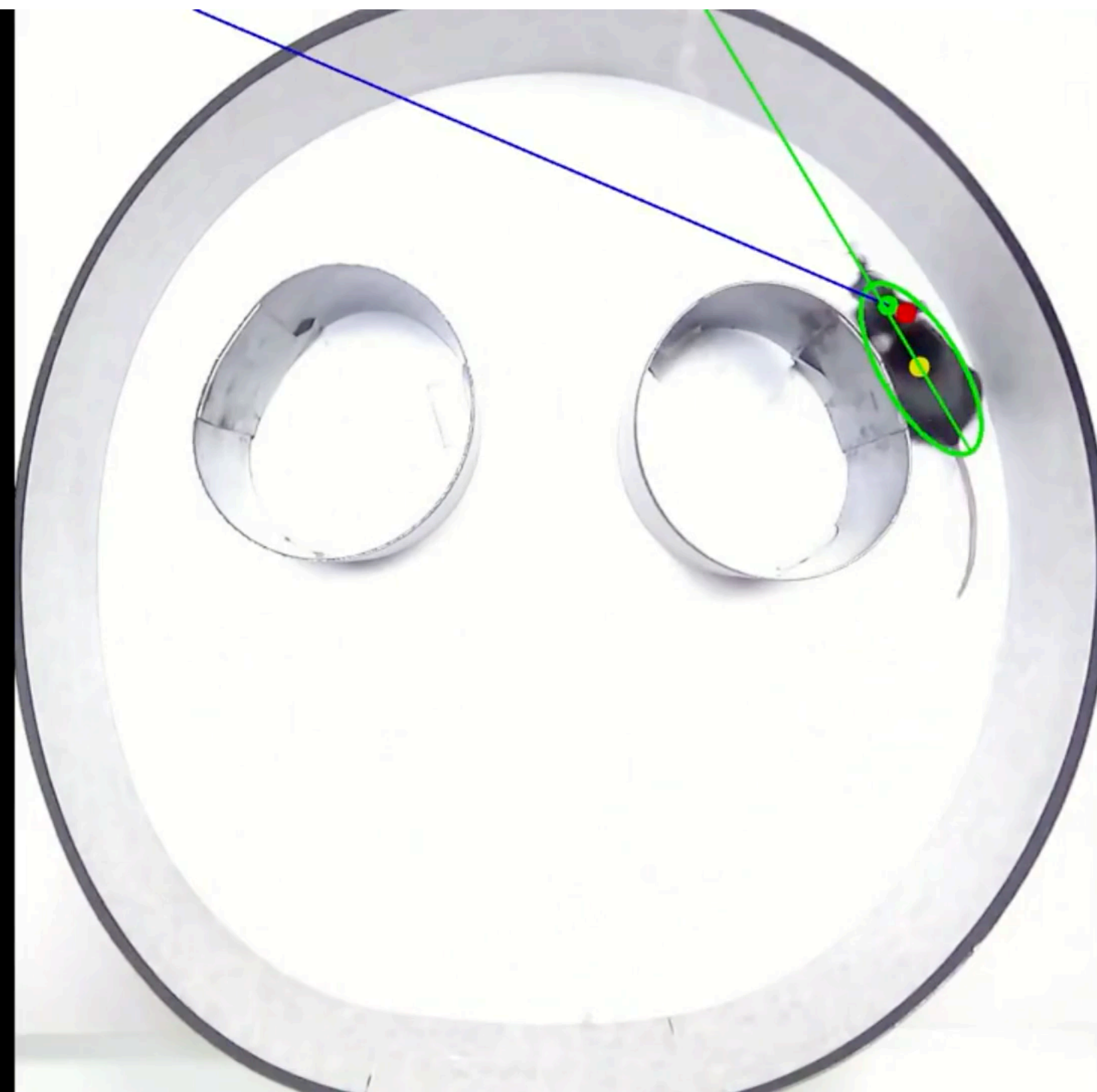
Комбинируем эти данные



Клетки поворота головы

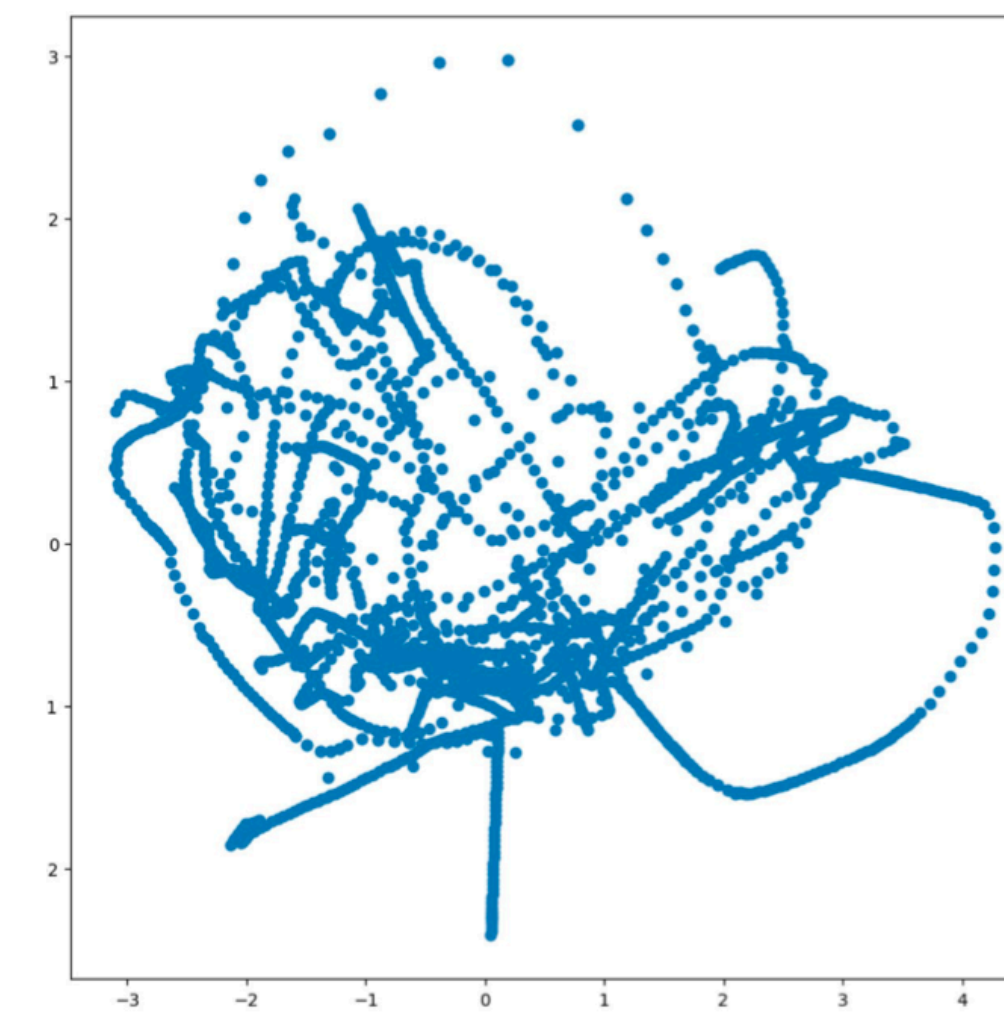
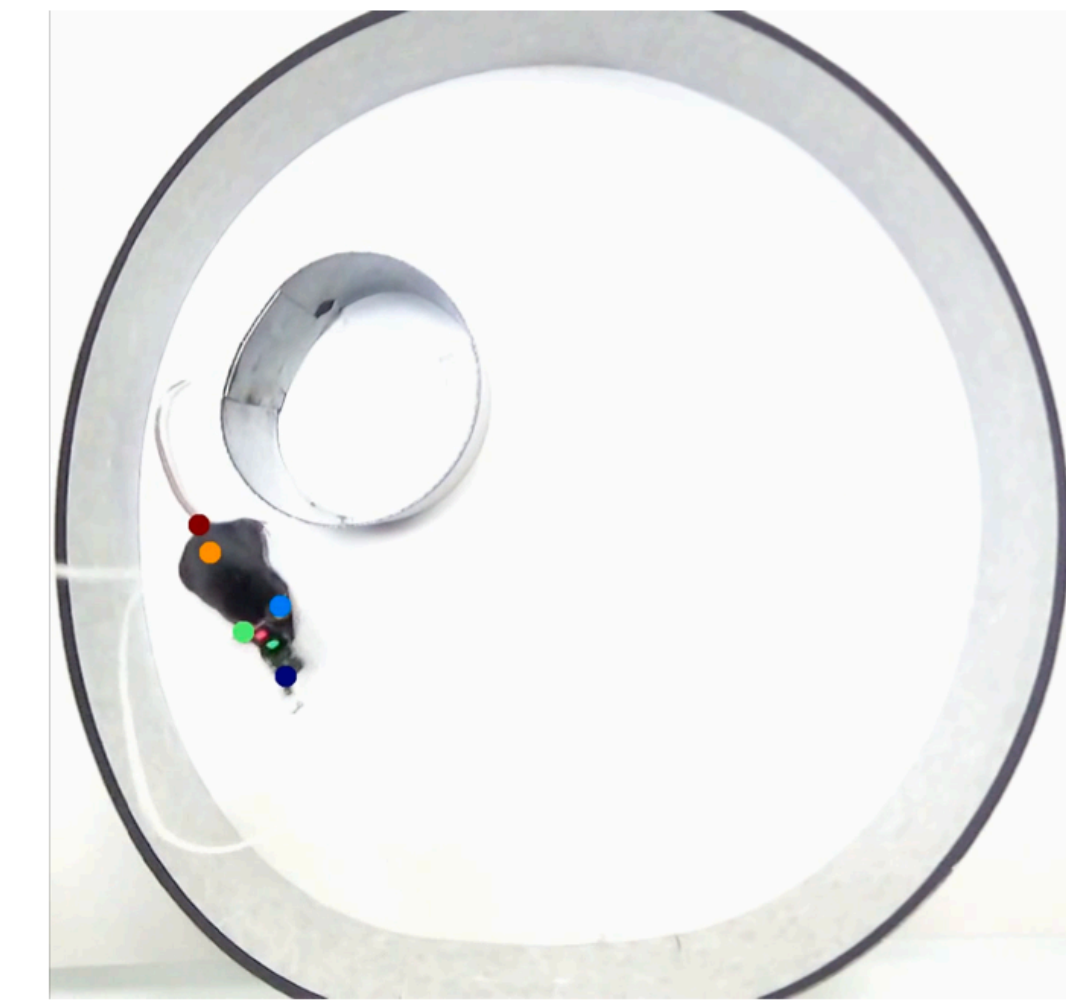
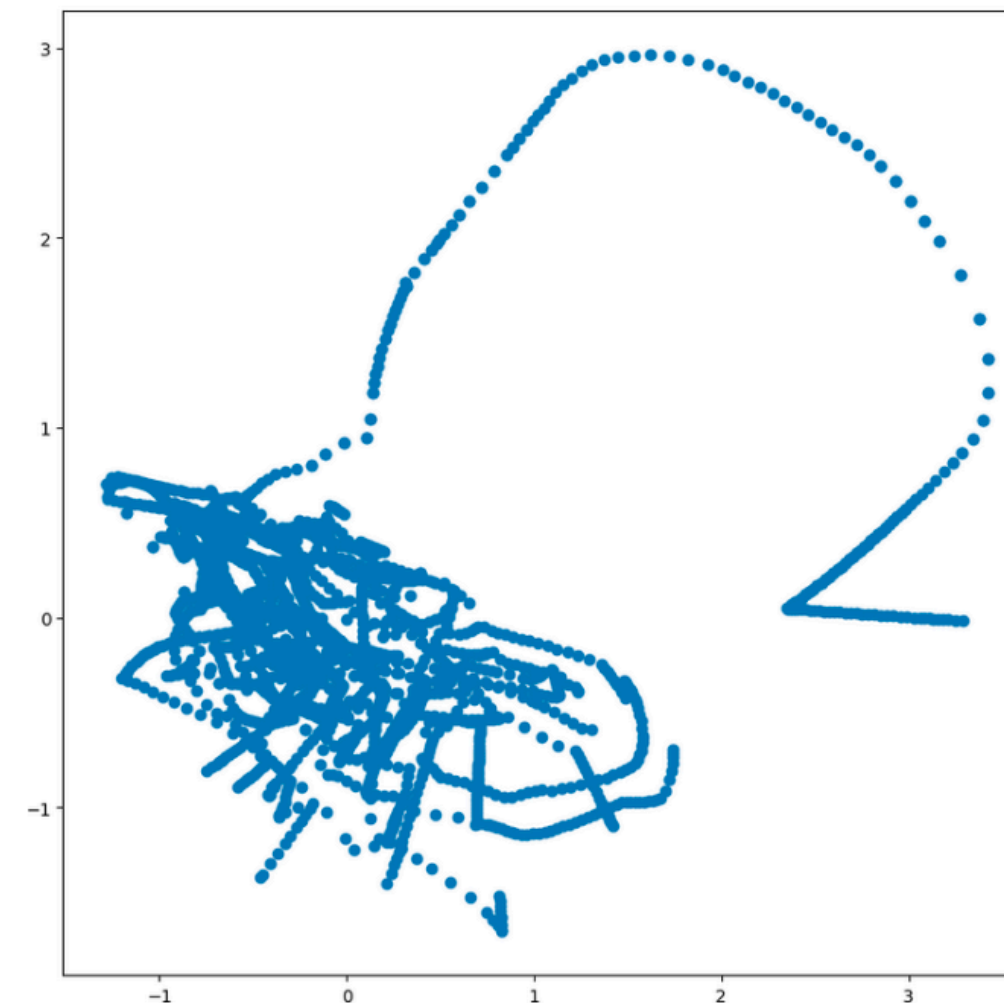
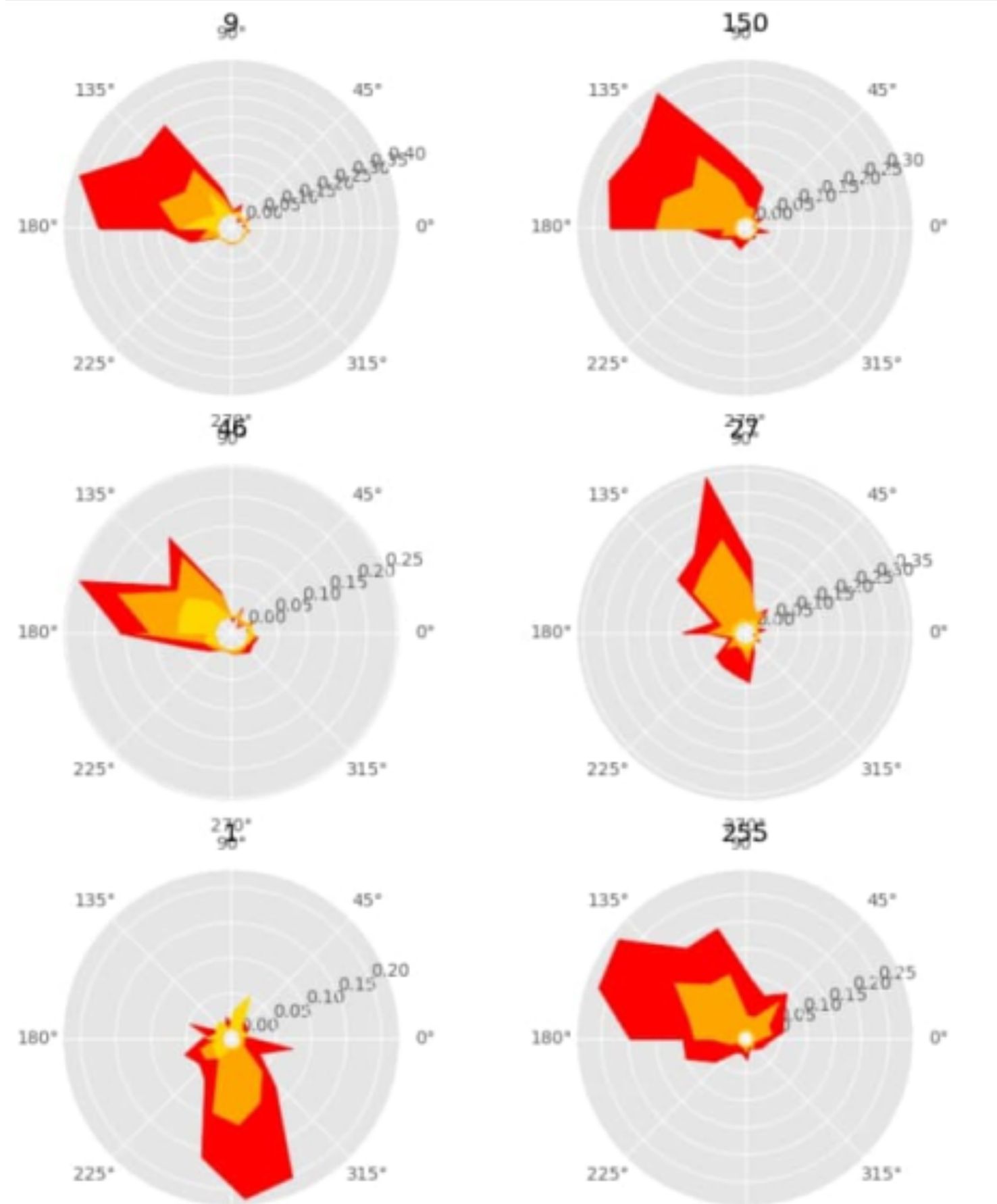


head: -156.865258
body: -120.918289
diff: 35.946969



Восстановление топологии клетками поворотов головы

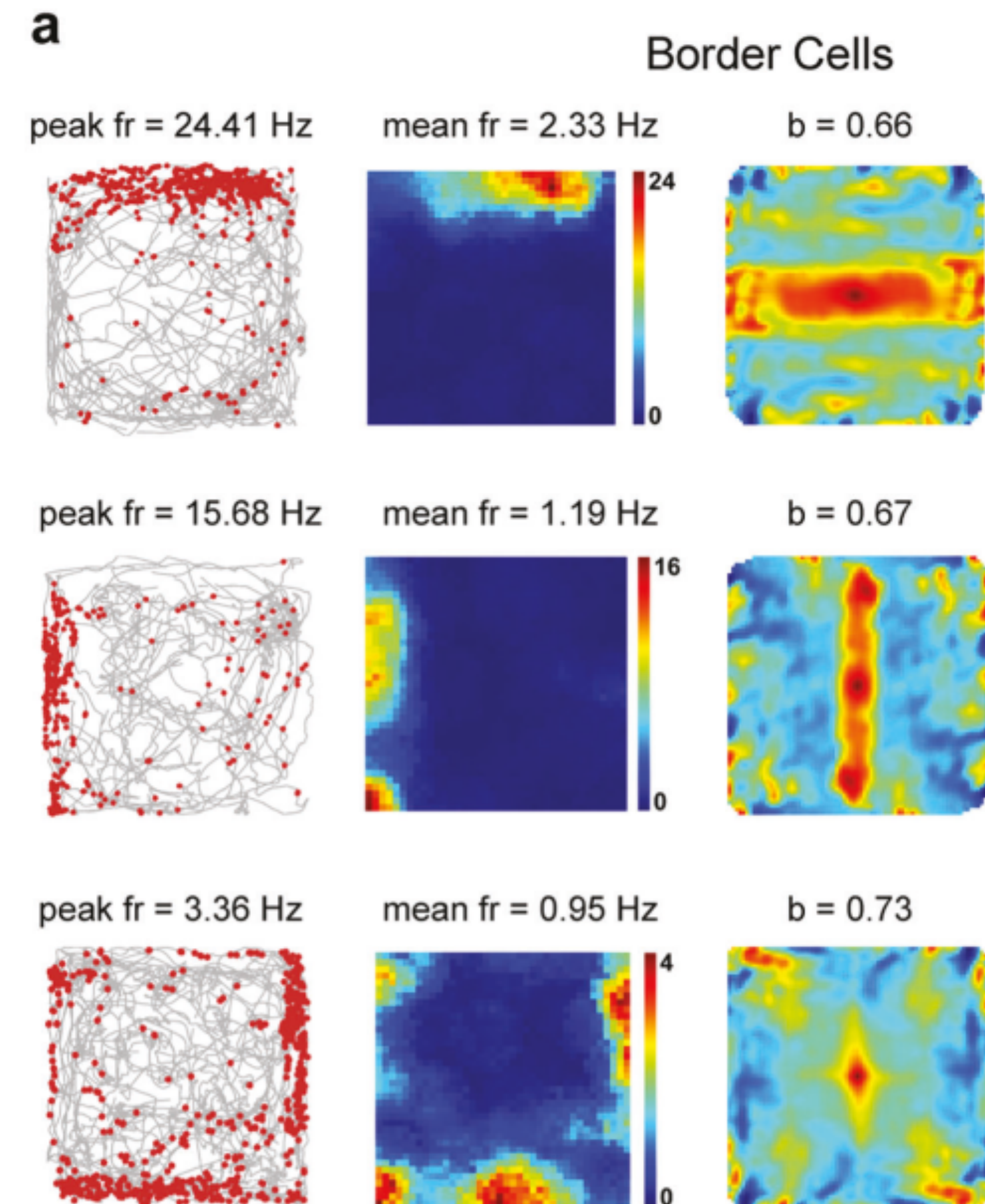
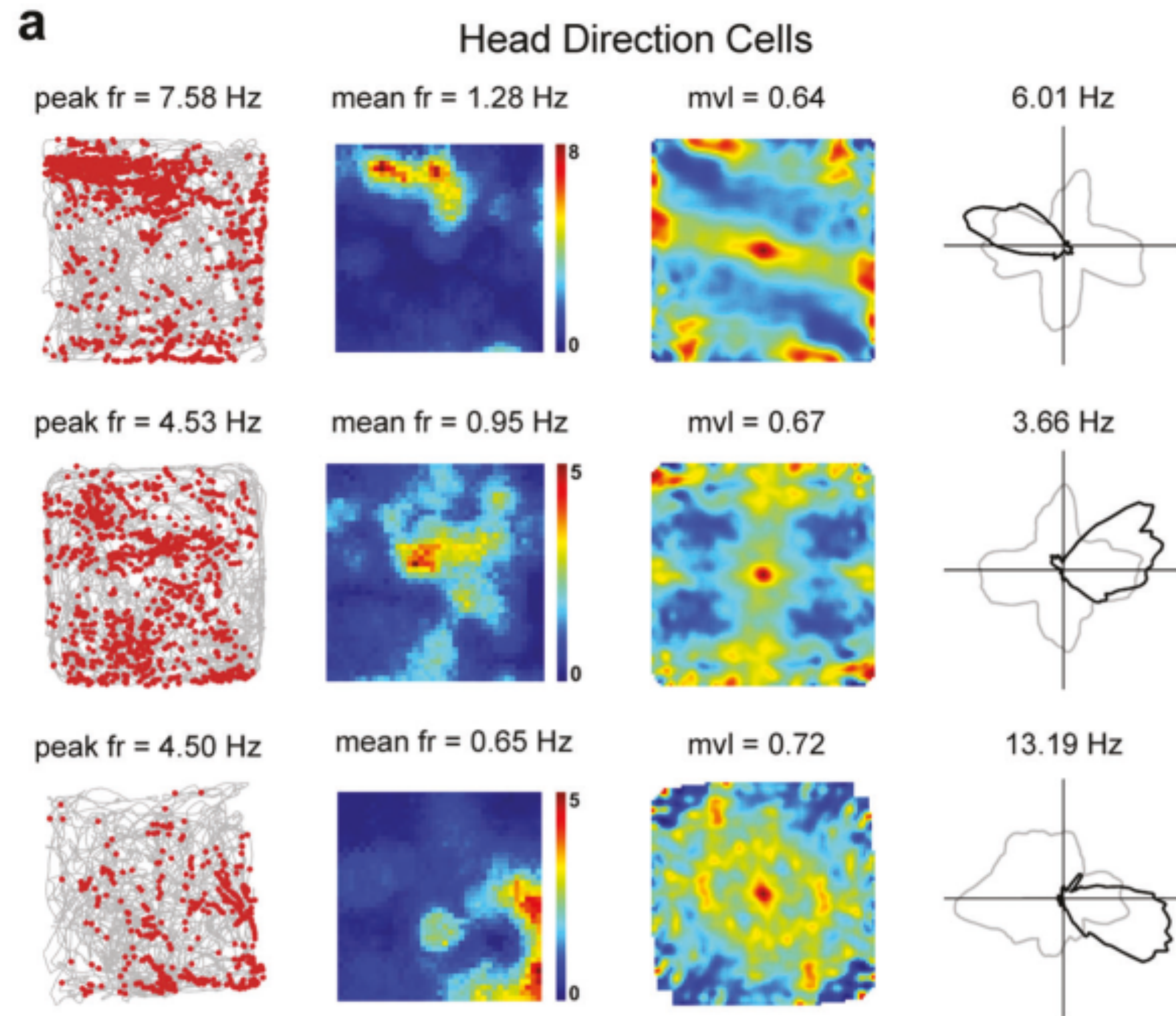
Интересно, что какая-то информация о топологии наблюдается и в клетках, скорректированных с поворотами головы.



A novel somatosensory spatial navigation system outside the hippocampal formation

18 January 2021

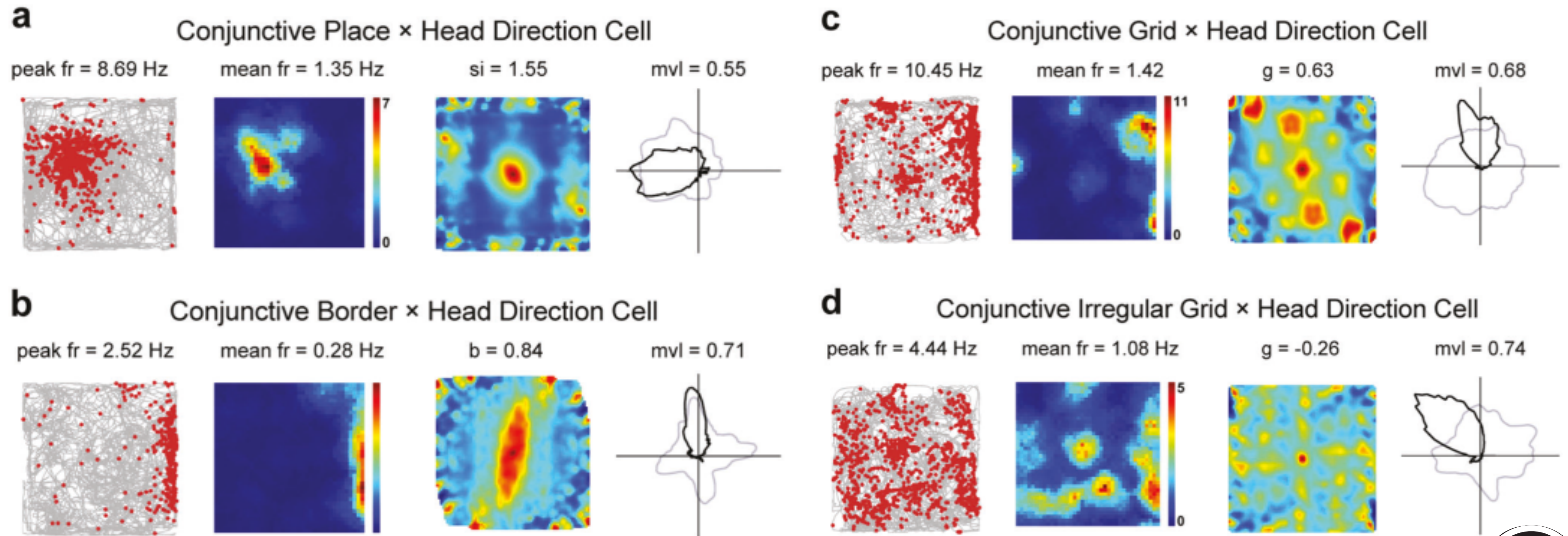
Xiaoyang Long¹ and Sheng-Jia Zhang¹



A novel somatosensory spatial navigation system outside the hippocampal formation

18 January 2021^{*}

Xiaoyang Long¹ and Sheng-Jia Zhang¹

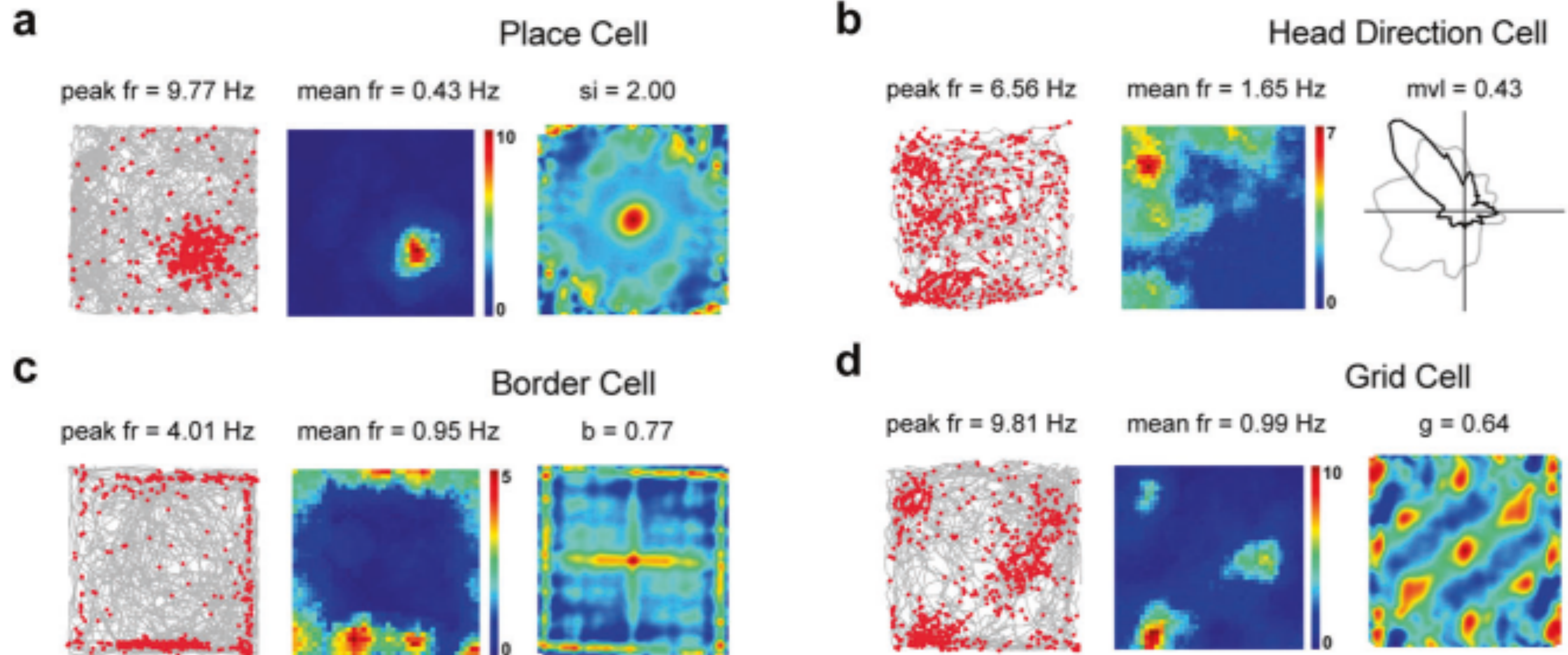


A novel somatosensory spatial navigation system outside the hippocampal formation

18 January 2021

Xiaoyang Long¹ and Sheng-Jia Zhang¹

Somatosensory spatial response after whisker-trimming



Есть ещё больше трудностей

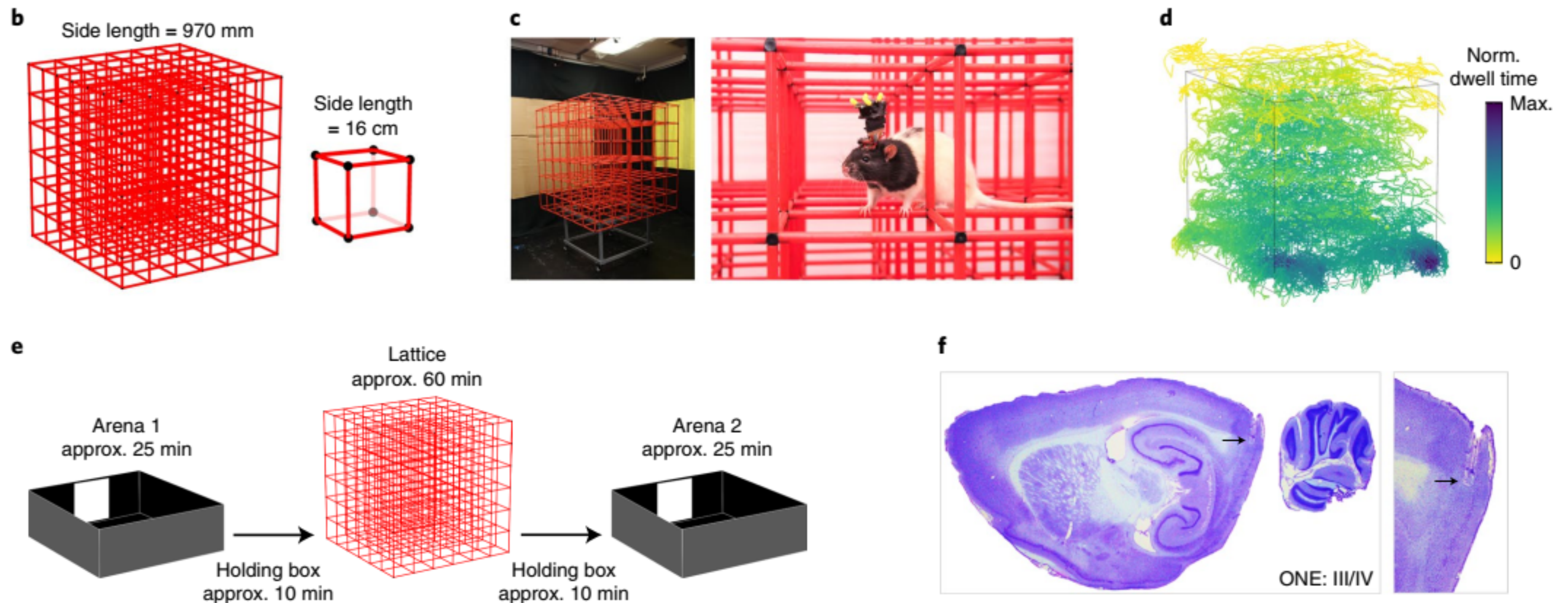
- Нейроны гиппокампа и энторинальной коры в средах, не похожих на ранее исследованные, ведут себя способами не похожими на ранее установленные (Grieves et al., 2021; Ginosar et al., 2021; Eliav et al; 2021).
- Параметры пространства отражаются в активности не только нейронов гиппокампа и энторинальной коры (Esteves et al., 2021; Long & Zhang, 2021).
- Активность нейронов гиппокампа и энторинальной коры связана не только с параметрами пространства (Hollup et al., 2001 и многие другие).



Irregular distribution of grid cell firing fields in rats exploring a 3D volumetric space

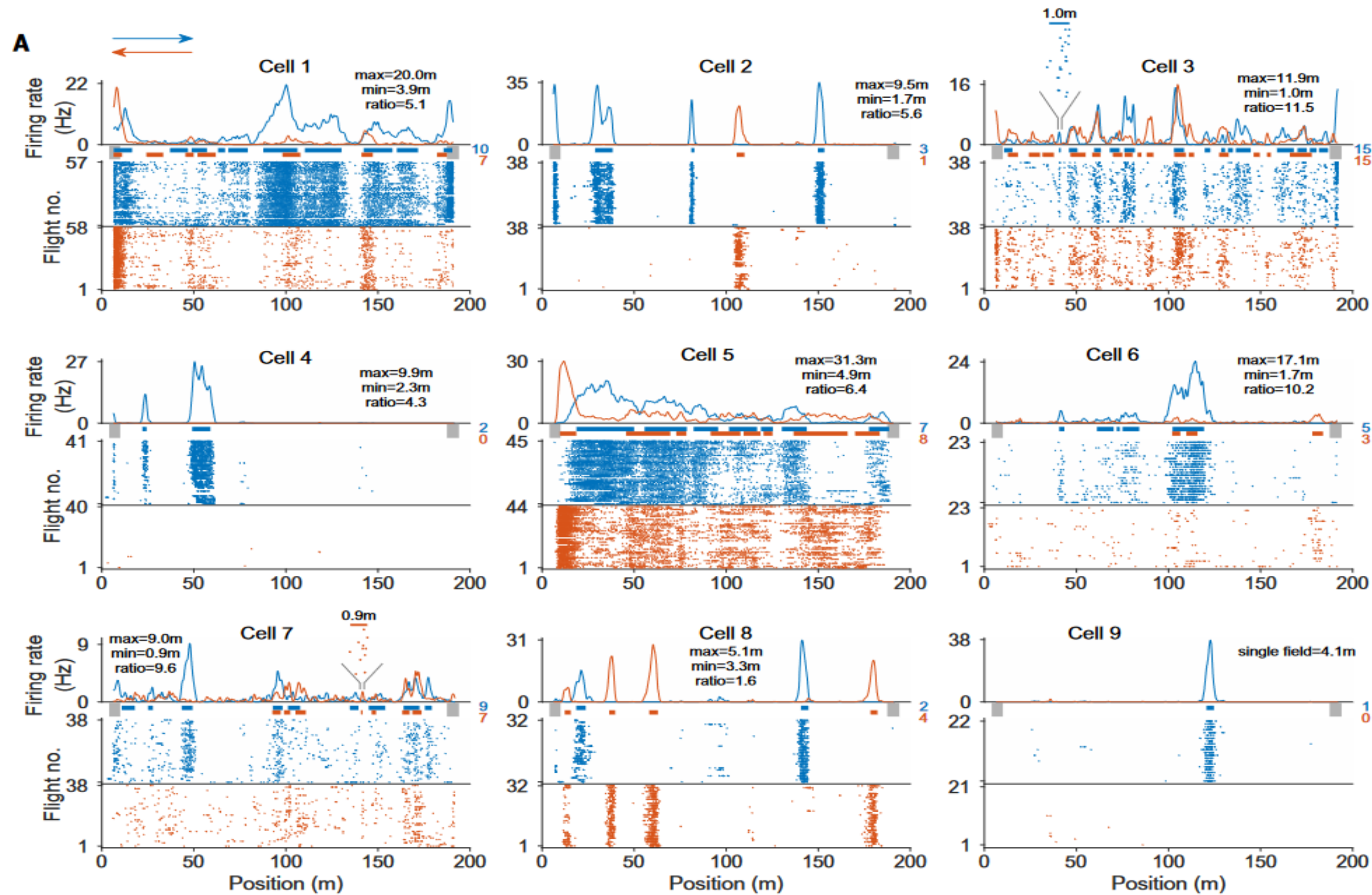
Roddy M. Grieves ^{1,2} , Selim Jedidi-Ayoub¹, Karyna Mishchanchuk ¹, Anyi Liu¹,
Sophie Renaudineau¹, Éléonore Duvelle ^{1,2} and Kate J. Jeffery ¹ 

NATURE NEUROSCIENCE | VOL 24 | NOVEMBER 2021 | 1567-1573



Multiscale representation of very large environments in the hippocampus of flying bats

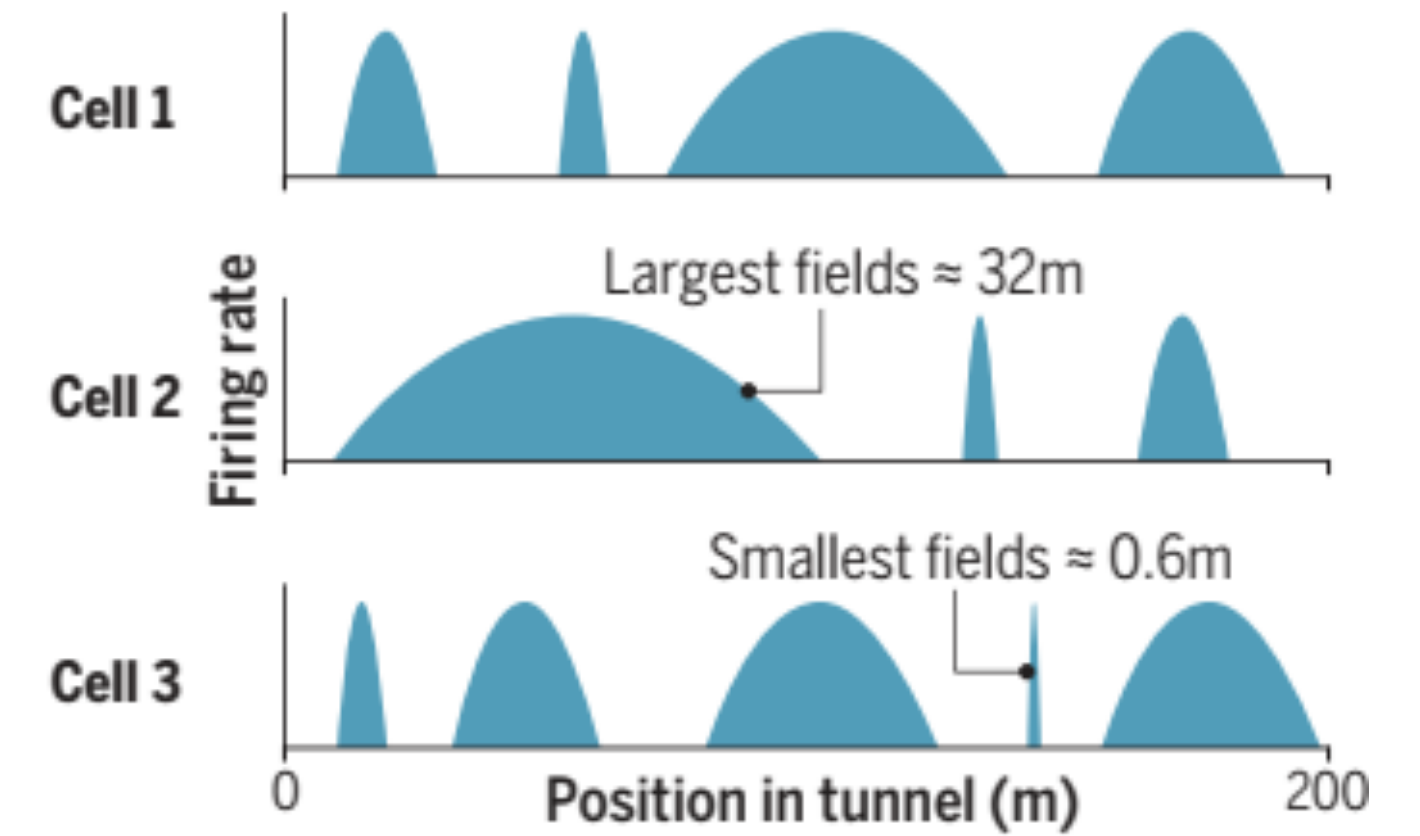
Tamir Eliav†, Shir R. Maimon†, Johnatan Aljadeff, Misha Tsodyks, Gily Ginosar, Liora Las, Nachum Ulanovsky*



Findings

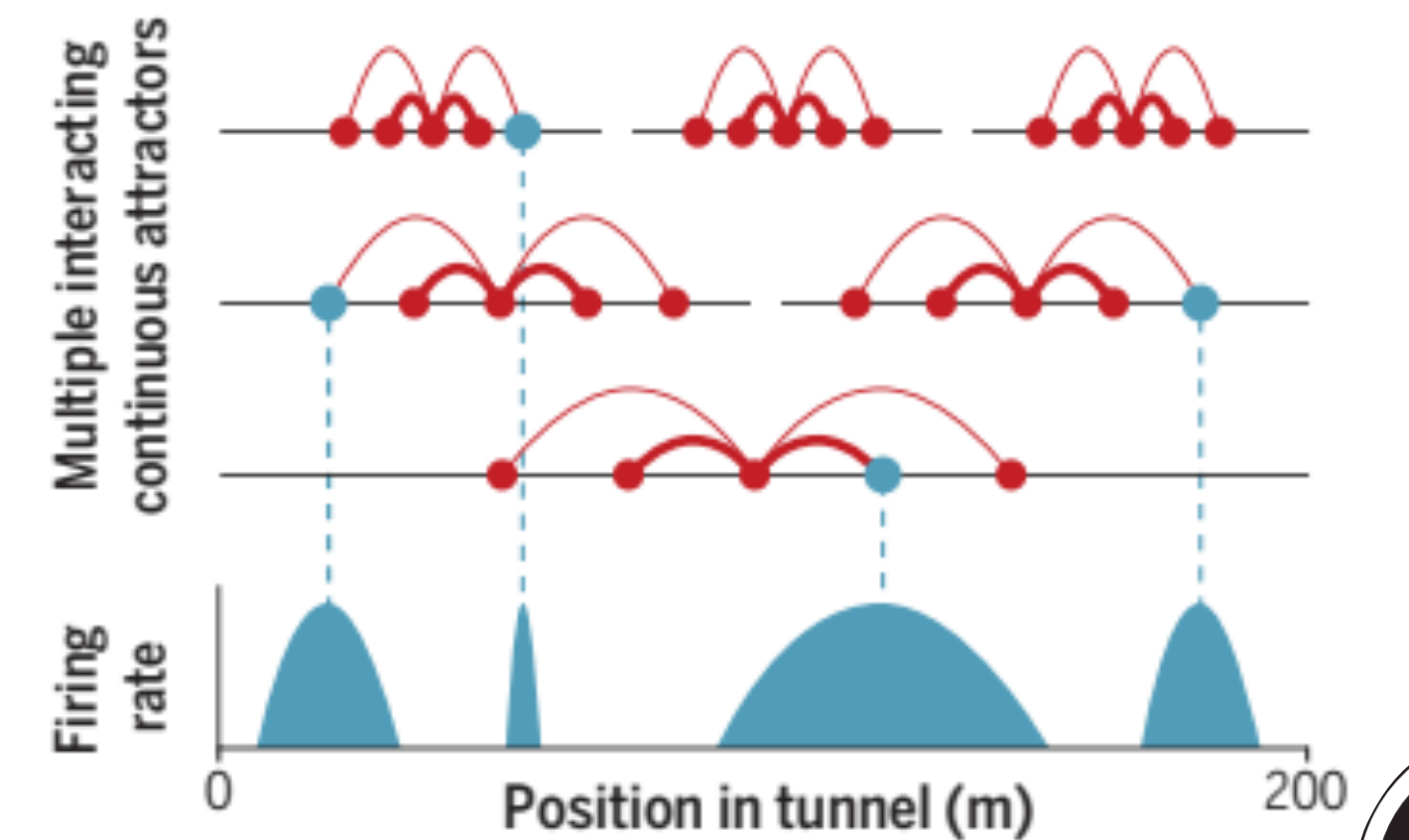
Individual place-cells in dorsal hippocampus CA1 showed multiple fields with highly variable sizes, from day 1 in the tunnel

Science 371



Modeling

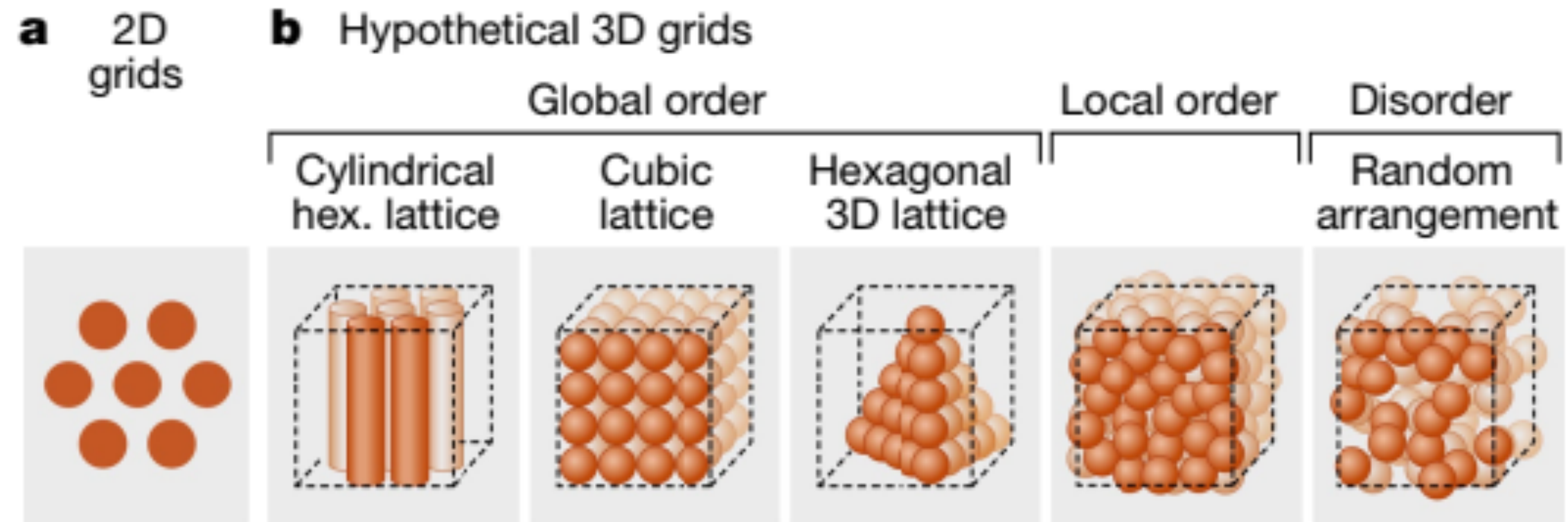
Multifield multiscale coding can be explained with 1D interacting attractor networks and feedforward models



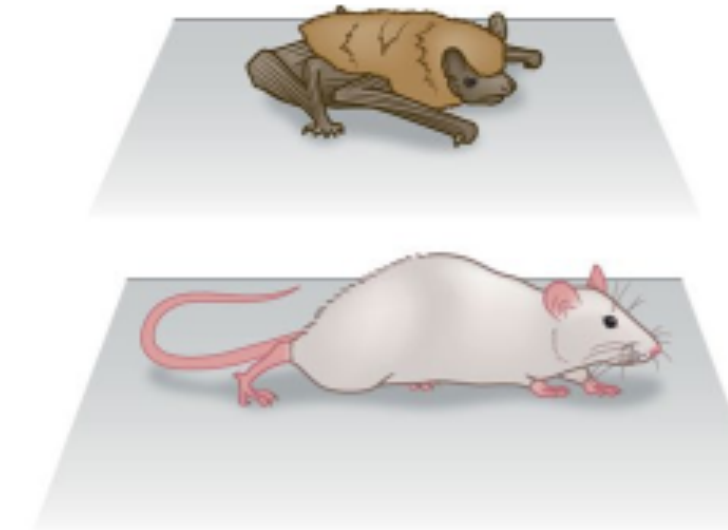
Locally ordered representation of 3D space in the entorhinal cortex

Gily Ginosar¹, Johnatan Aljadeff^{1,2}, Yoram Burak^{3,4}, Haim Sompolinsky^{3,4,5}, Liora Las¹ & Nachum Ulanovsky¹✉

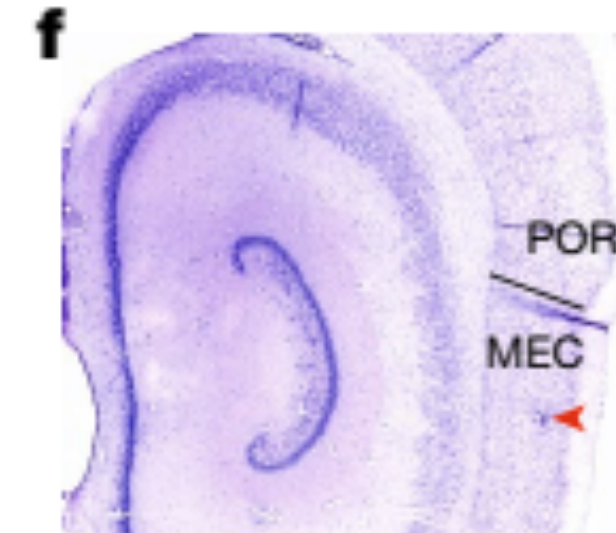
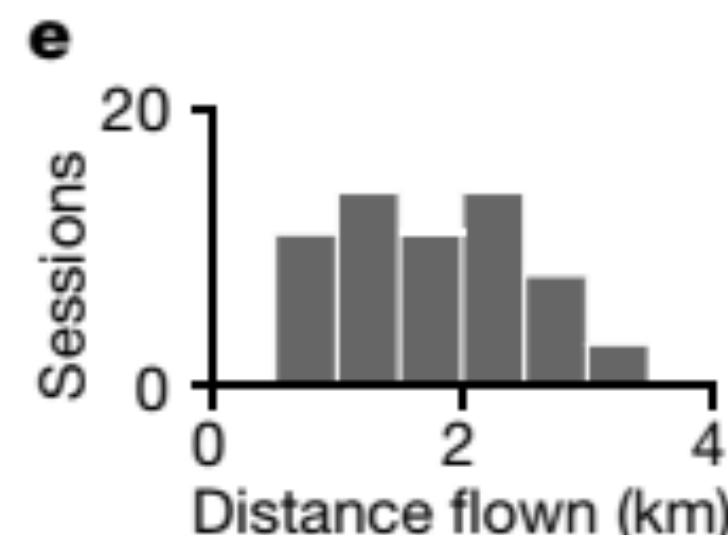
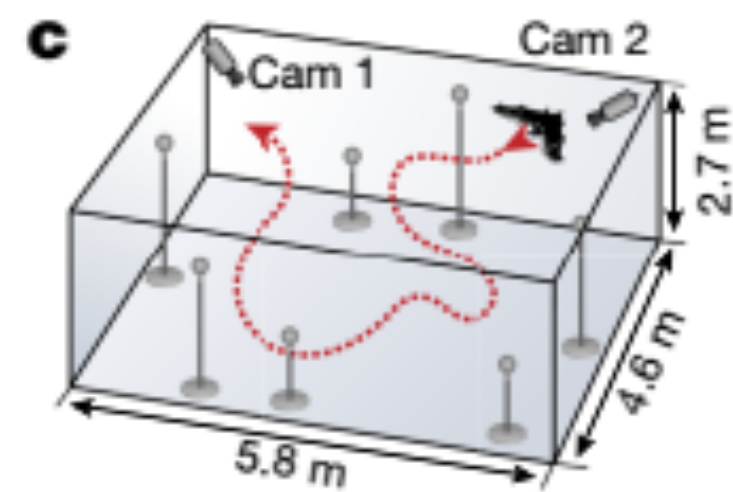
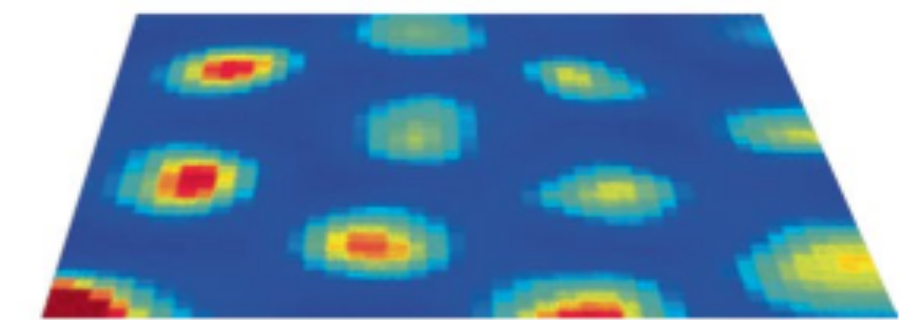
Nature | Vol 596 | 19 August 2021



a Behavior in 2D



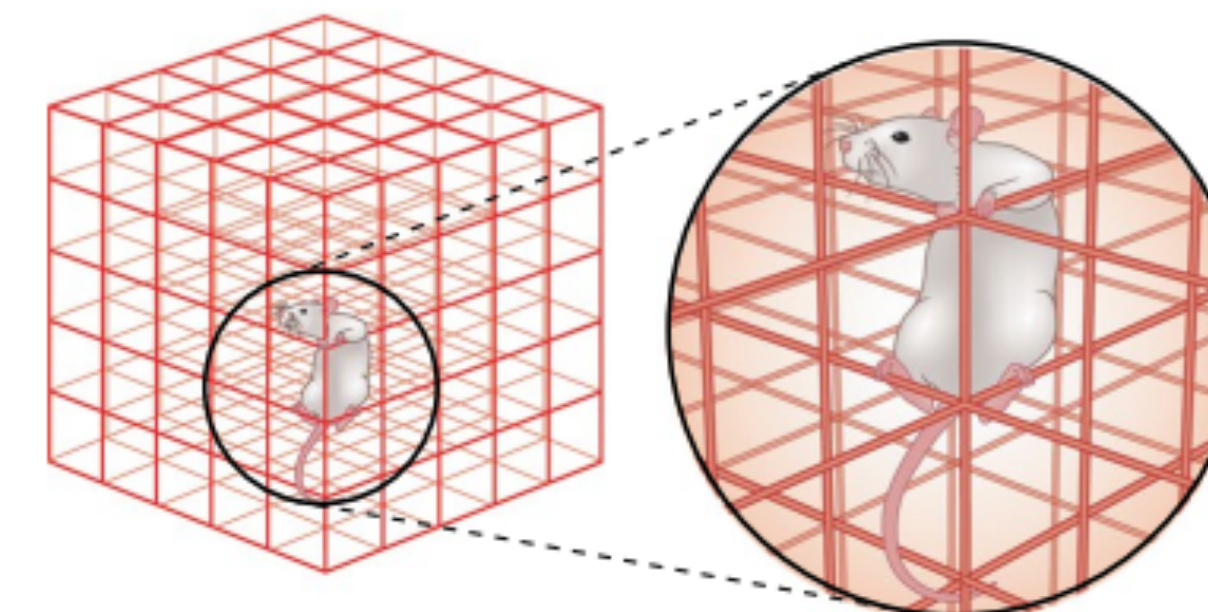
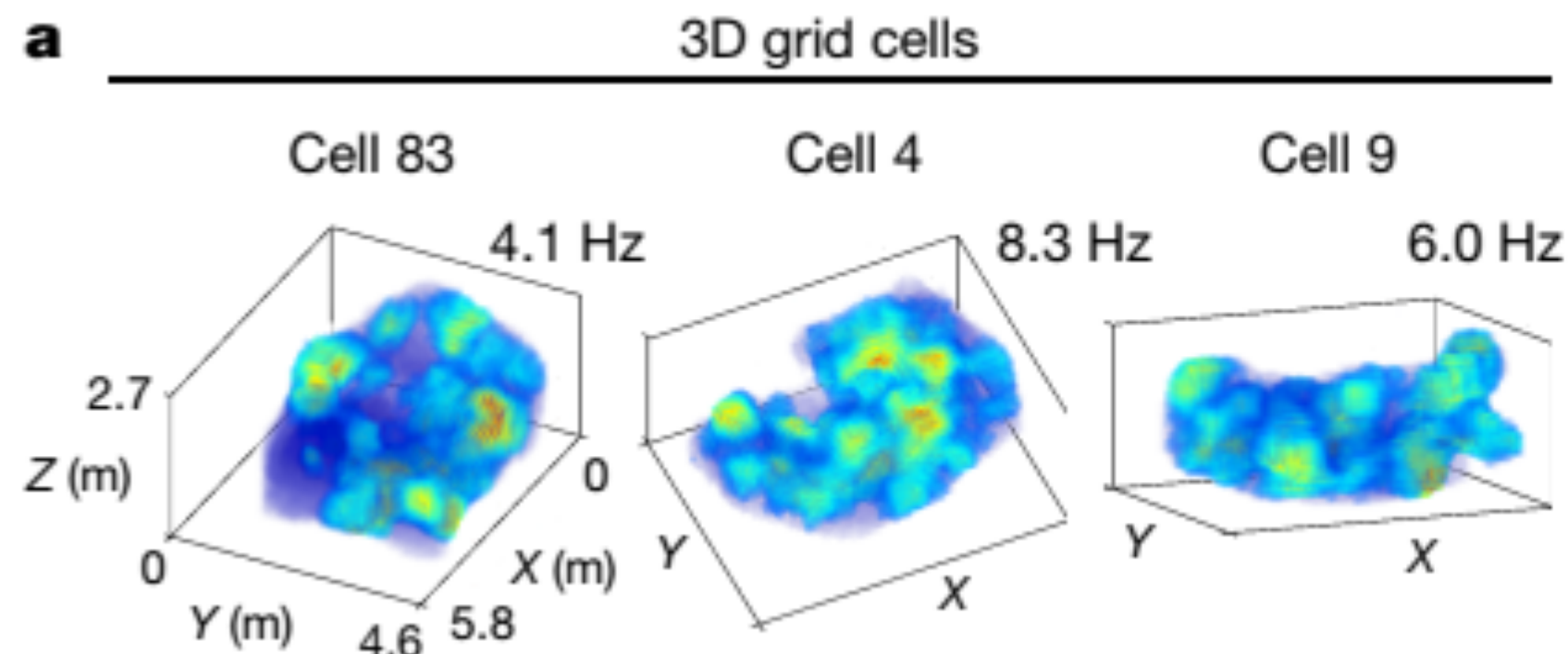
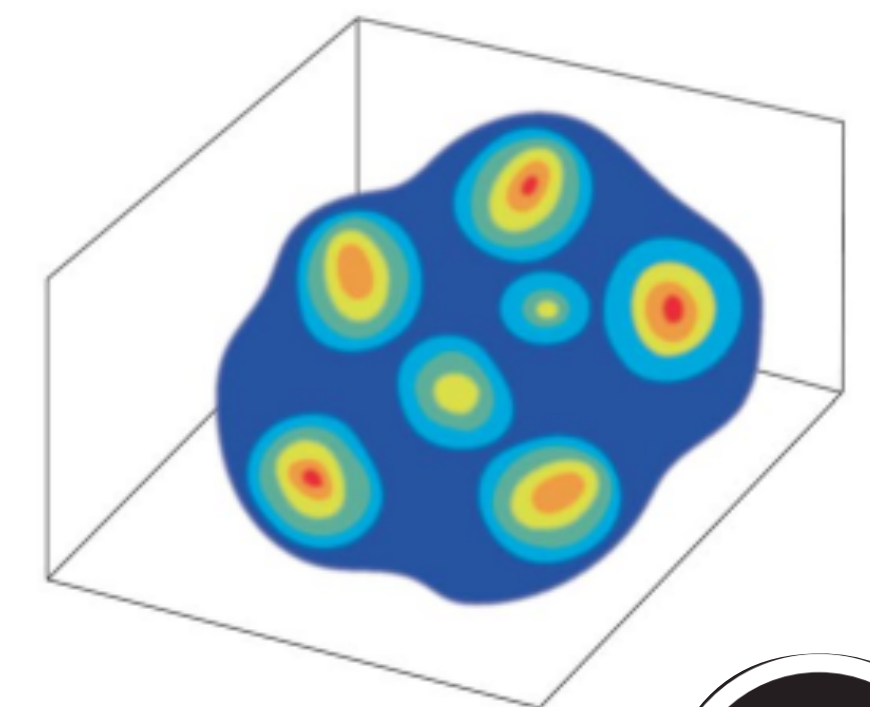
Regular arrangement



b Behavior in 3D



Disordered arrangement



Построить коннектом из когнитома?

- Изучить графы нейронов сети из контекстуальных коактиваций возможно помогло бы понять внутренние механизмы обучения, ведь динамика графов “смысловых” связей показывает также и механизмы приобретения и “делегации” специализаций в мозге. И поможет нам в этом STDP (Spike-timing dependent plasticity of the cognitive map).
- Основная идея такова: если есть два нейрона связанных синапсом и если предсинаптический зажигается после пост-синаптического, то сила синаптической связности ослабевает и наоборот - синаптическая связь растёт. Говоря простым языком, мозг сокращает жадным способом пути.
- Это можно связать с принципом минимизации свободной энергии Фристана (очень подходит для Байесовских моделей организации мозга). Принцип свободной энергии предполагает, что мозг сводит к минимуму неопределенность (свободную энергию), генерируя прогнозы на основе внутренних моделей и обновляя их с помощью сенсорной информации. Это подчеркивает цель мозга по согласованию своей внутренней модели с внешним миром, чтобы максимизировать точность предсказания. Этот принцип сочетает в себе байесовский вывод с активным выводом, когда действия управляются прогнозами, а сенсорная обратная связь дополнительно обновляет их



Что дальше?

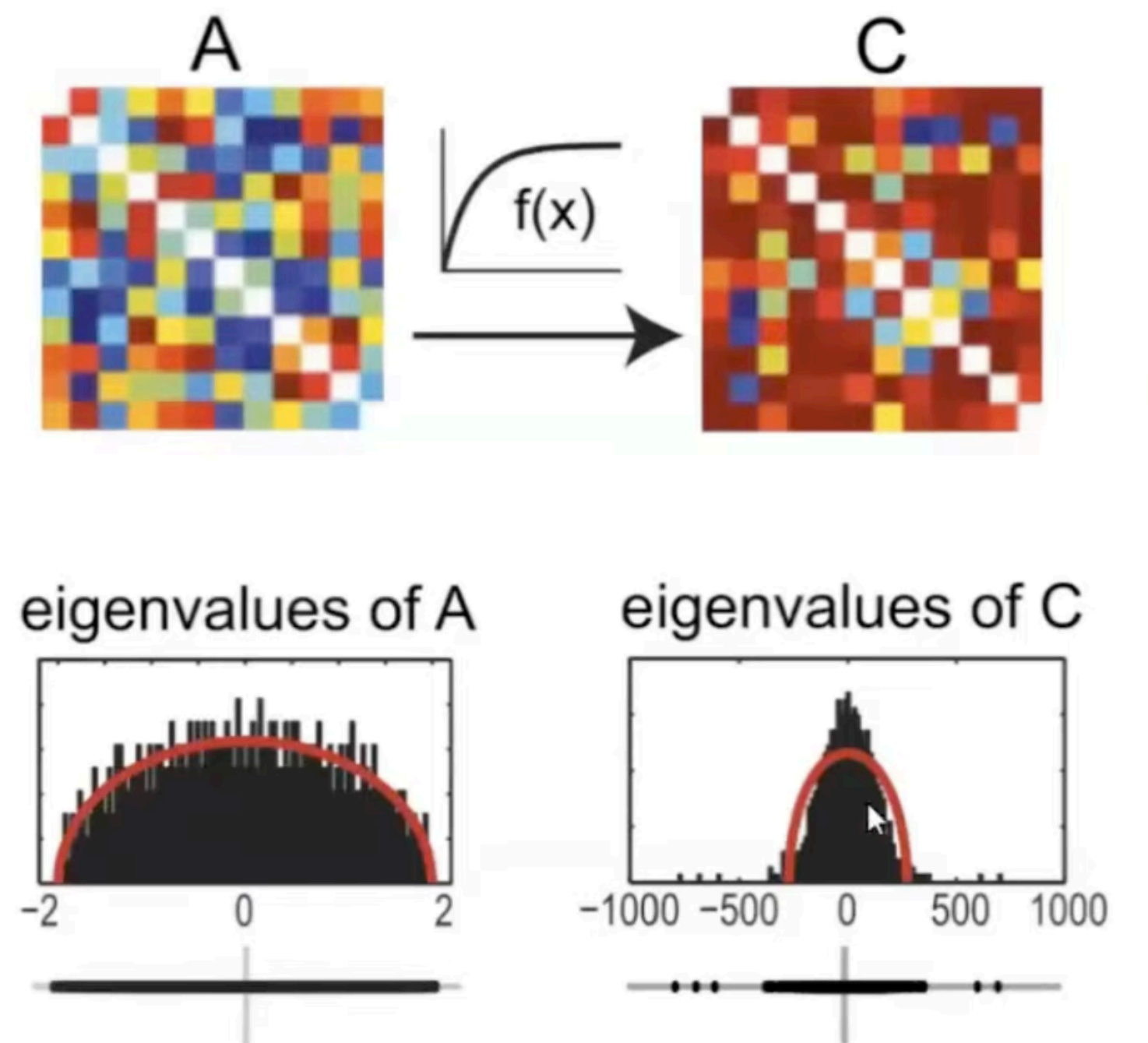
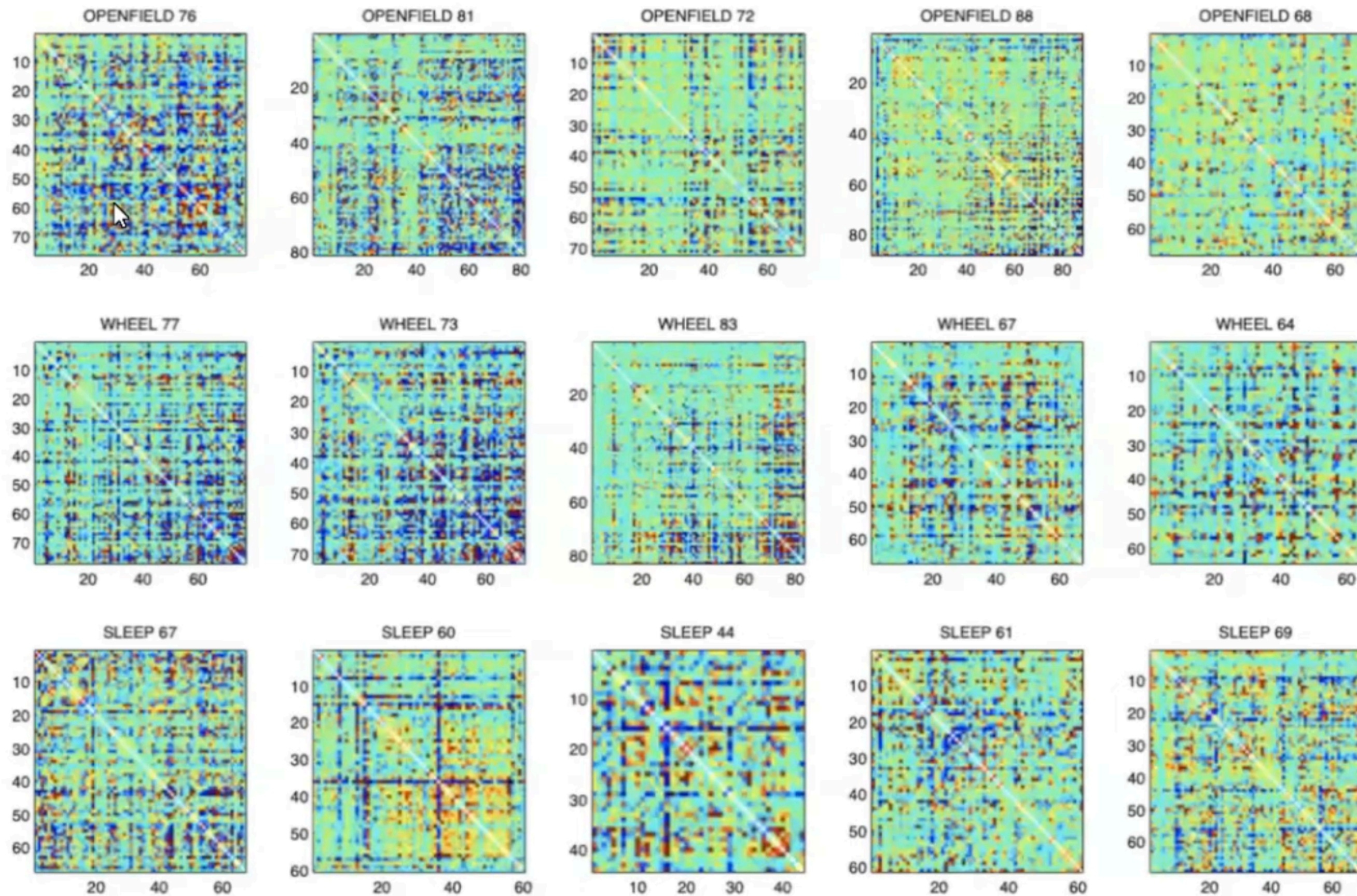
Можно ли узнать какие-то ещё свойства из наших данных?

- Поиск осмысленных структур в паттернах нейронной активности - задача сама по себе непростая учитывая множество скрытых нелинейностей, и здесь элементарная логика из физики и линейной алгебры не всегда срабатывает. К примеру, собственные векторы могут быть обманчивы и давать лишние компоненты.
- В связи с этим нужно искать в матричной динамике наших данных компоненты стабильности после преобразования теми или иными скрытыми функциями. И тут тоже может быть полезна топология. Она позволяет уменьшить влияние монотонных нелинейностей. Для этого нужно придумать некие матричные инварианты которые будут зависеть не от собственных значений, а от внутреннего порядка на элементах. Это позволяет не обращать лишнего внимания на нелинейность функций, действующих на эти элементы.

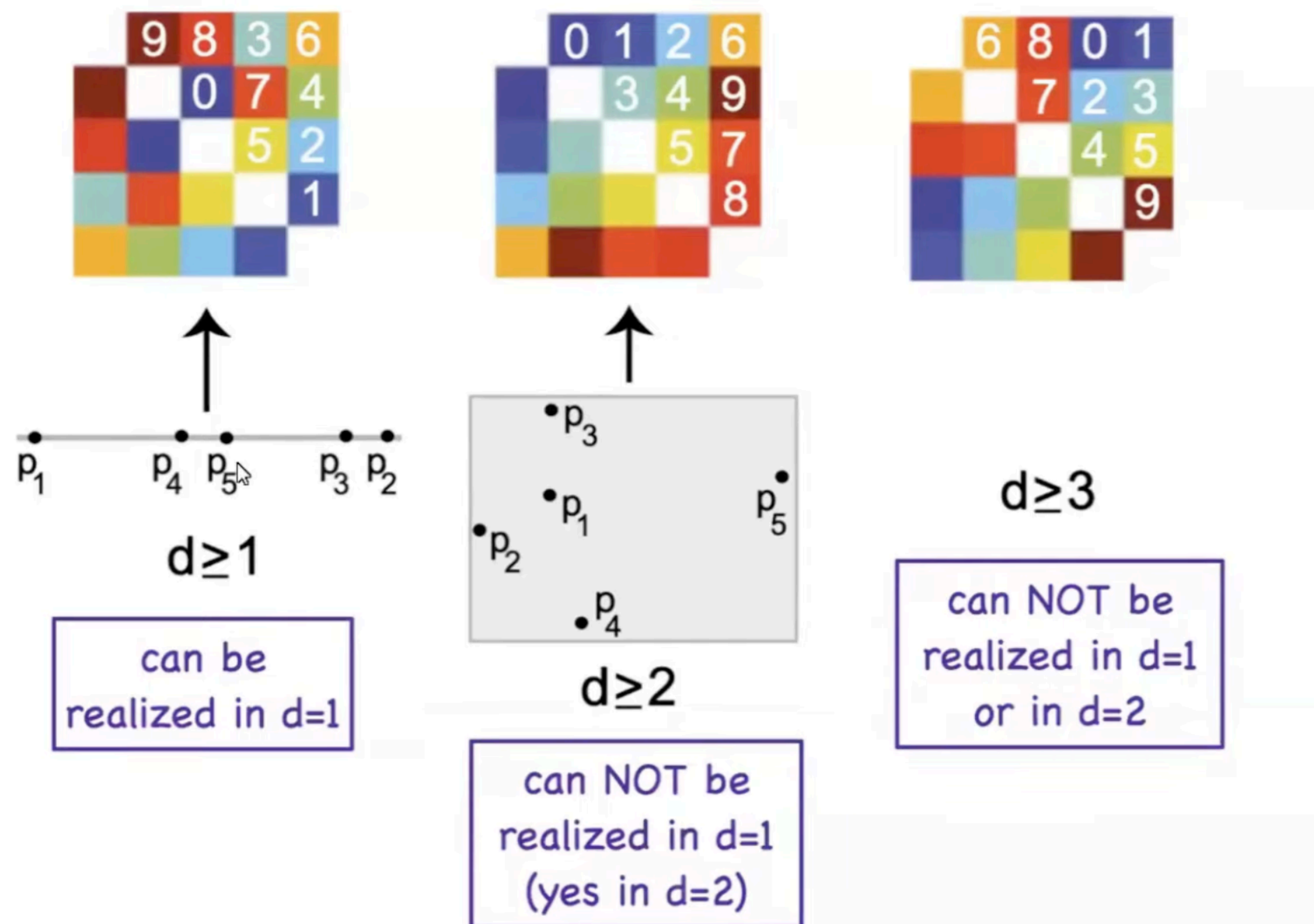
Giusti, Chad, Eva Pastalkova, Carina Curto, and Vladimir Itskov. "Clique Topology Reveals Intrinsic Geometric Structure in Neural Correlations." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 112, no. 44 (November 3, 2015): 13455–60. <https://doi.org/10.1073/pnas.1506407112>.



Можно использовать топологию для изучения геометрии нейронных корреляция



Как будут выглядеть комплексы из матриц?

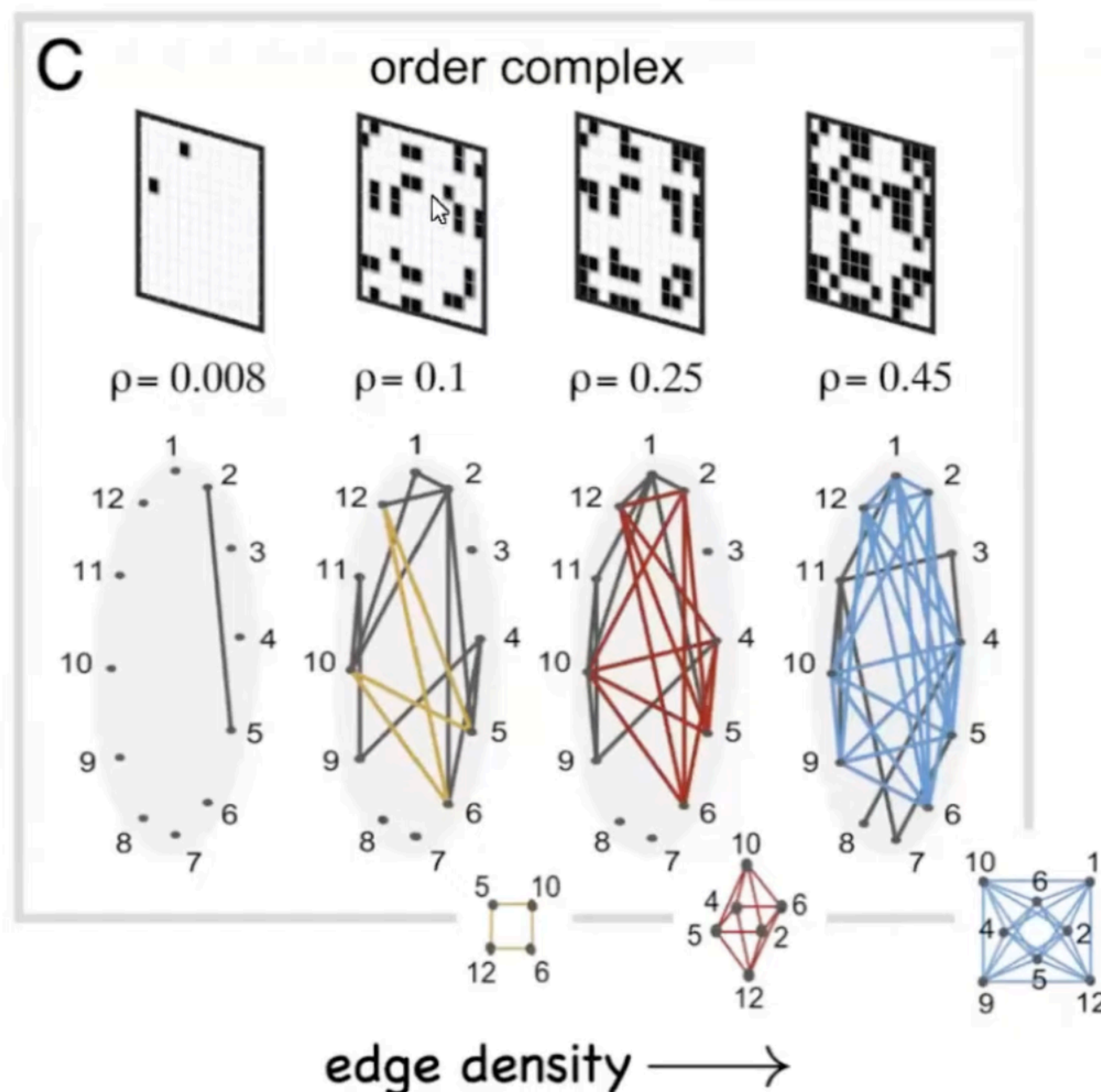


- В случае нейронных связей расстояние - это взаимные корреляции нейронов.
- В таком случае мы можем изучать динамику топологических инвариантов таких структур.
- Надо понимать что эти инварианты многомерные и матрицы расстояний могут не вкладываться достаточно легко в трёхмерное пространство (спойлер: или евклидов геометрию))

Фильтрация таких комплексов

$$G_0 \subset G_1 \subset \dots \subset G_{\binom{n}{2}}$$

pairwise
correlations



- Для построения даже не всегда нужны матрицы расстояний - можно смотреть на динамику появления рёбер в комплексе в графе корреляций в параметр для фильтрации можно использовать какой-нибудь более тонкий, например, плотность рёбер.



Кривые Бетти

$$G_0 \subset G_1 \subset \dots \subset G_{\binom{n}{2}}$$

The nested sequence of clique complexes

$$X(G_0) \subset X(G_1) \subset \dots \subset X(G_{\binom{n}{2}})$$

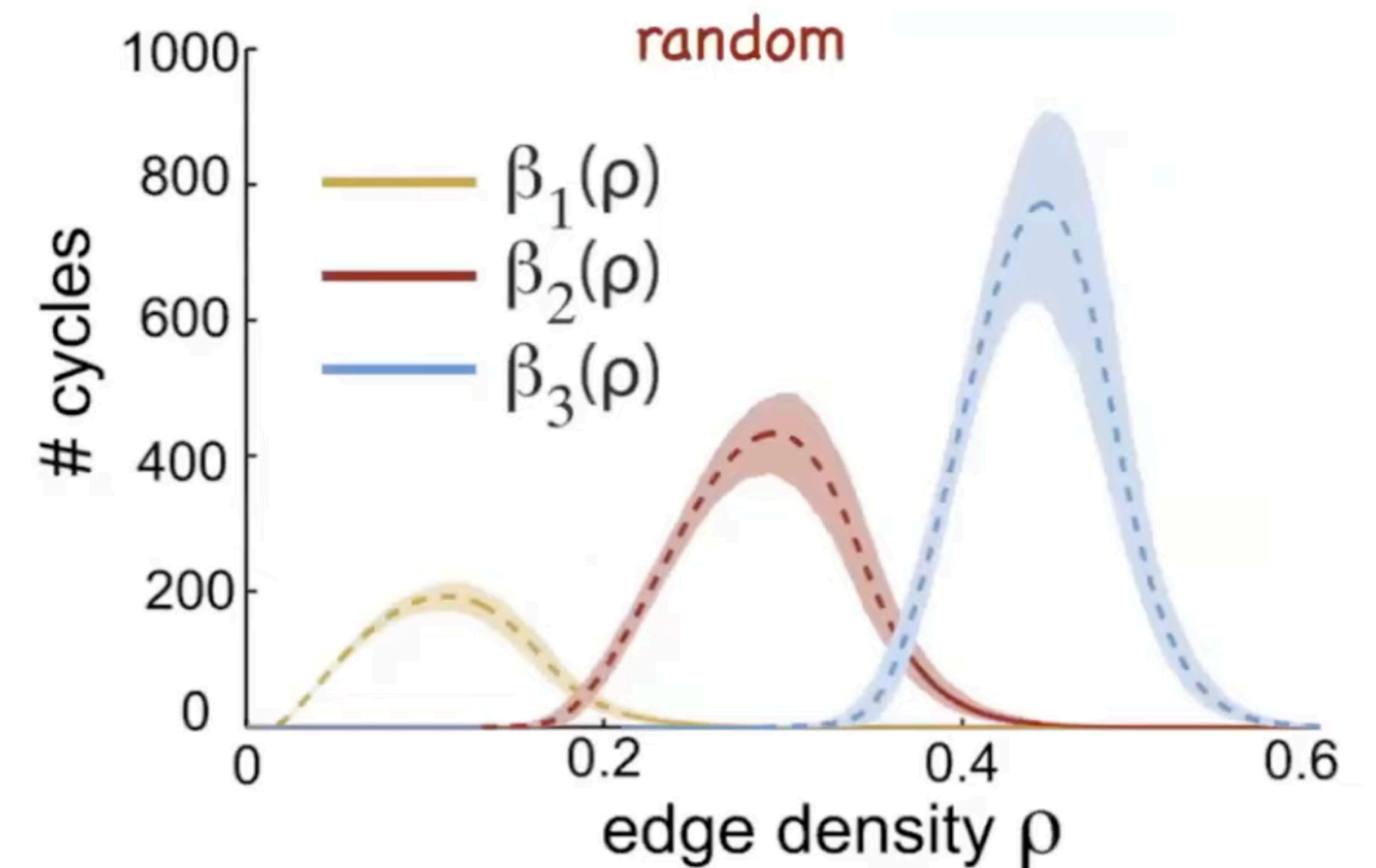
Sequence of Betti numbers

$$\beta_i(X(G_0)), \beta_i(X(G_1)), \dots, \beta_i(X(G_{\binom{n}{2}}))$$

Betti curves

$$\beta_0(\rho), \beta_1(\rho), \dots, \beta_k(\rho)$$

Betti curves of **random** and geometric matrices



Построение вариантов сетей (корреляция)

- Самый простой и очевидный способ - это измерить корреляцию по Пирсону. Это метод параметрической статистики, позволяющий определить наличие или отсутствие линейной связи между двумя количественными показателями, а также оценить ее тесноту и статистическую значимость.

- $$\rho(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sum_{i=1}^n (\vec{a}_i - \bar{a})(\vec{b}_i - \bar{b})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\vec{a}_i - \bar{a})^2 \sum_{i=1}^n (\vec{b}_i - \bar{b})^2}},$$
 где $\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^{T-k} a_i}{T-k}$ и $\bar{b} = \frac{\sum_{i=1}^{T-k} b_i}{T-k}$, где

T — это продолжительность записи, а k — это фиксированный сдвиг временного окна.

- Говоря интуитивно - это наше ожидание задержки между предсинаптическим и постсинаптическим нейронами.



Построение вариантов сетей (когерентность)

- Когерентность - это другая мера линейной корреляции между двумя сигналами.

Когерентность $C_{xy}(f)$ между двумя сигналами $x(t)$ и $y(t)$ определена следующим образом

$$C_{xy}(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)}, \text{ где } G_{xy}(f) \text{ - это взаимная спектральная плотность между } x(t)$$

и $y(t)$, $G_{xx}(f)$ и $G_{yy}(f)$ - спектральные плотности мощности $x(t)$ и $y(t)$, соответственно.

Взаимная спектральная плотность - это преобразование по Фурье функции Взаимной корреляции а спектральная плотность мощности - это преобразование Фурье автокорреляционной функции, а переменная f - это частота. Определена от 0 до 1.

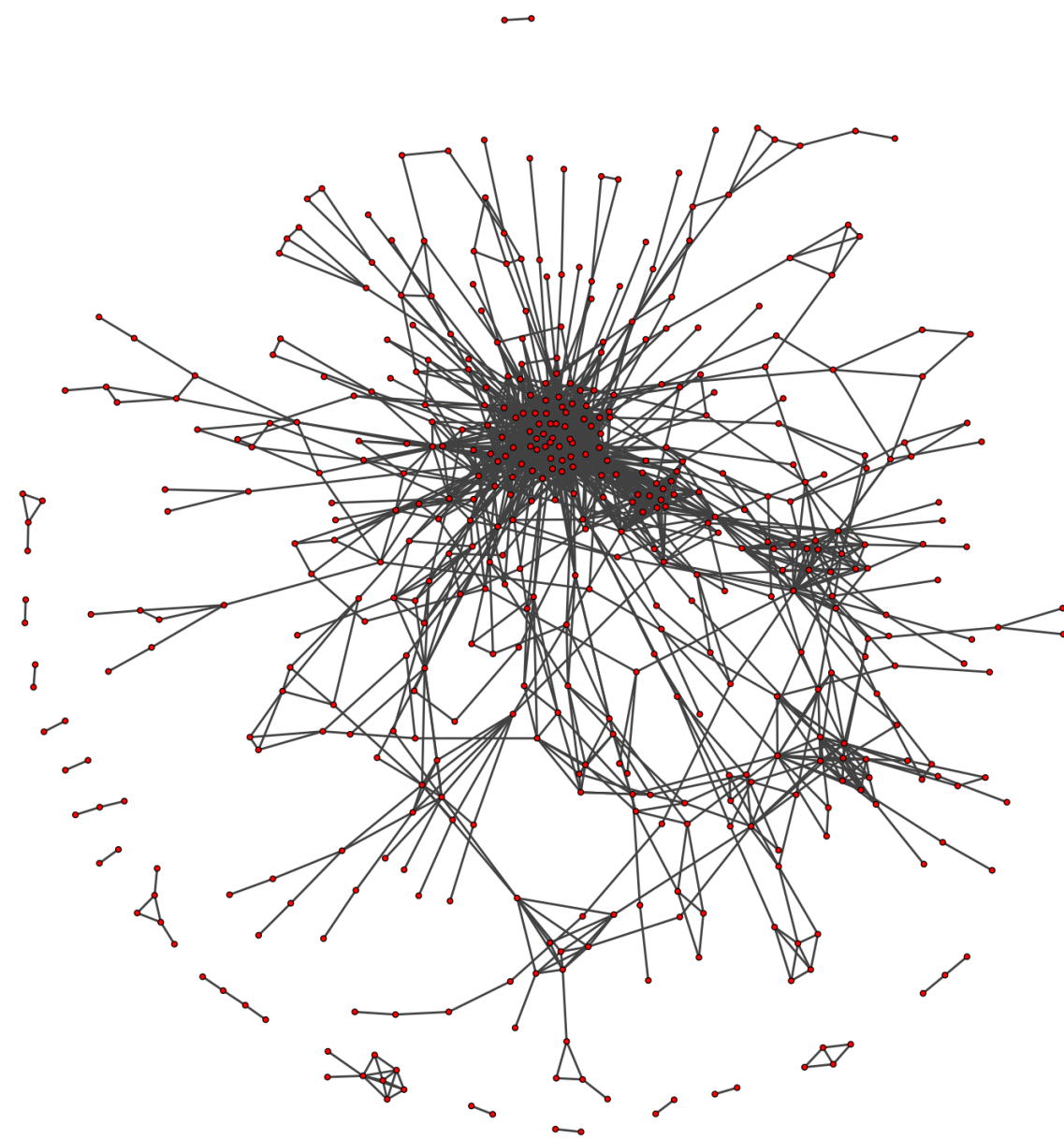


Построим сеть

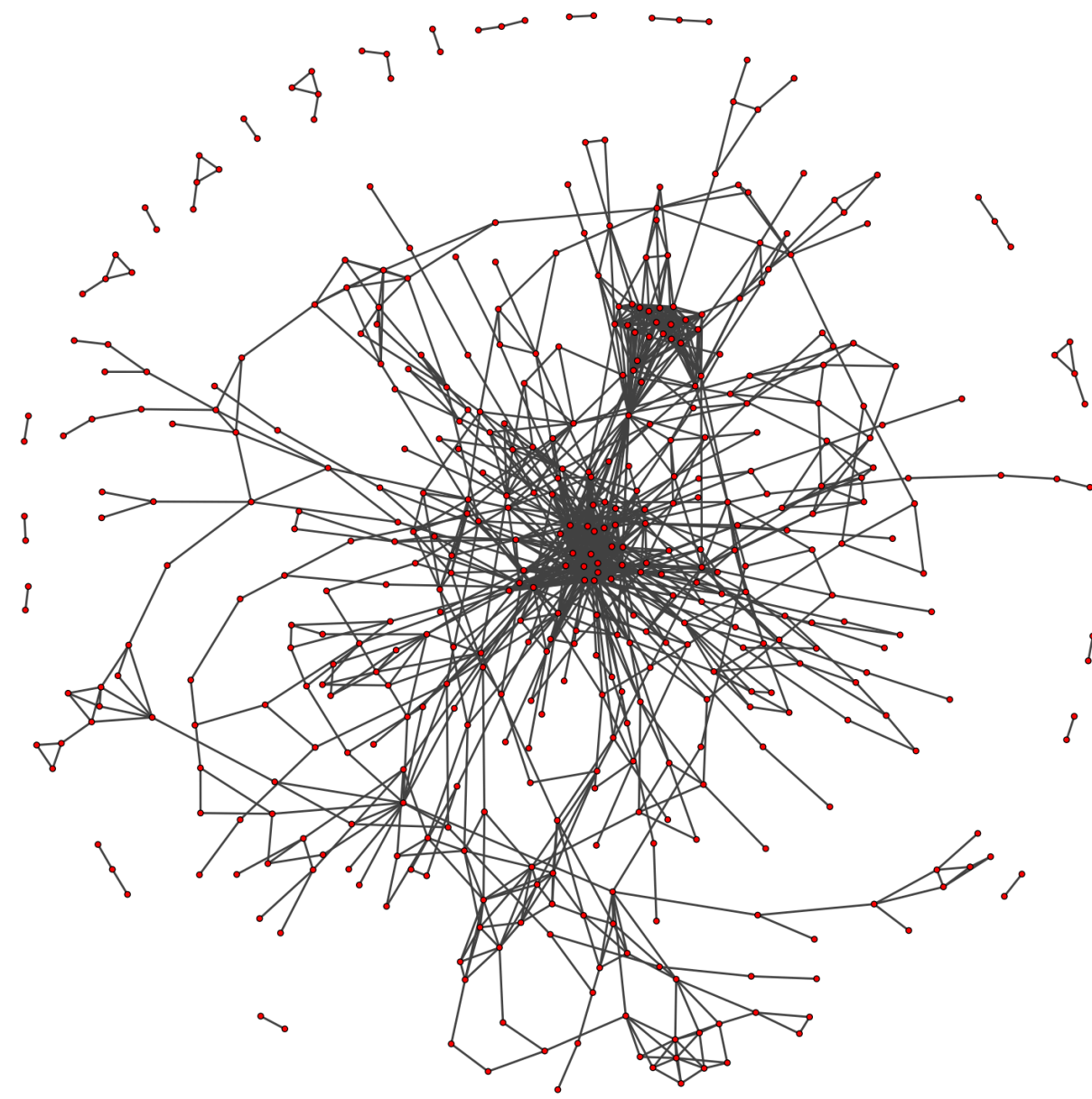
- The idea behind graph $G = (V, E)$ construction is very simple and it is mostly about the matter of measuring similarity distance between vertices $V = \{0, 1, \dots, n\}$ of a graph, which are exactly the neurons with their activity. The edges E then are directed and weighted and should be represented by a triplet $(a, b, \hat{\rho}) \in E$, where $a, b \in V$ and $\hat{\rho}$. Such triplet would contain number of source vertex, number of destination vertex and the weight. From neurobiological perspective it contains presynaptic neuron, post-synaptic neuron and the estimate of synaptic strength. In current definition graph is full, i.e. contains all possible edges. Such graph is unlikely to be useful in a research so we limit it's connections by the lower bound threshold $\underline{\rho}$ for the edge existence. then the set of edges is defines as $E = \{(a, b, \rho) \mid \rho(a, b) > \underline{\rho}\}$.
- However, we are interested in network dynamics, that's why we would slice the time series.
- We have used dataset recorded when rodent was on 3-obstacles (which is a maximal number we used across experiments) arena for evaluation of the methods suitable for constructing graph of neural activities. Indeed, conjecturally, it's the most complex environment for an animal to explore and memorize.



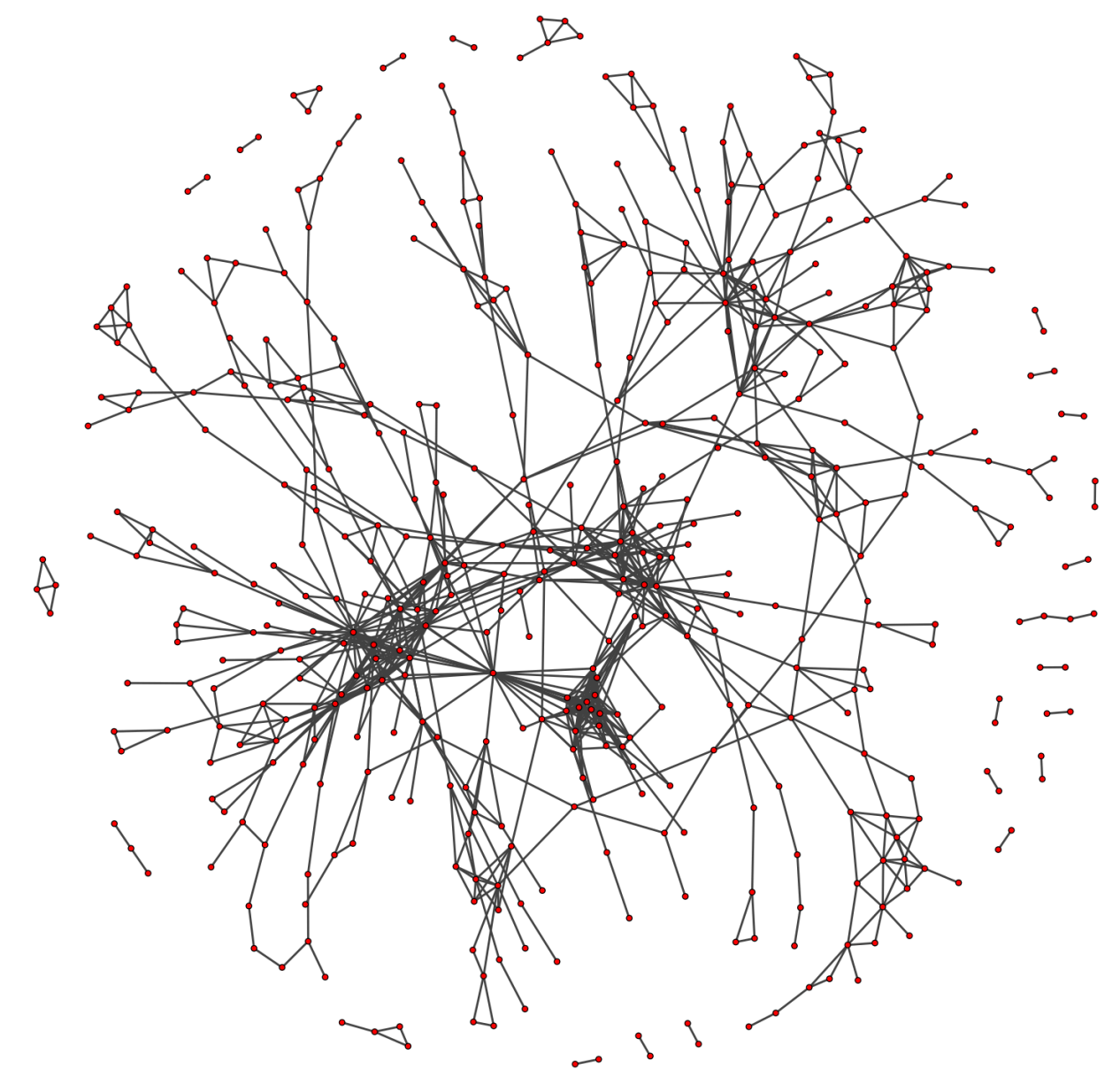
Динамика связей сетей по когерентностям



slice 1



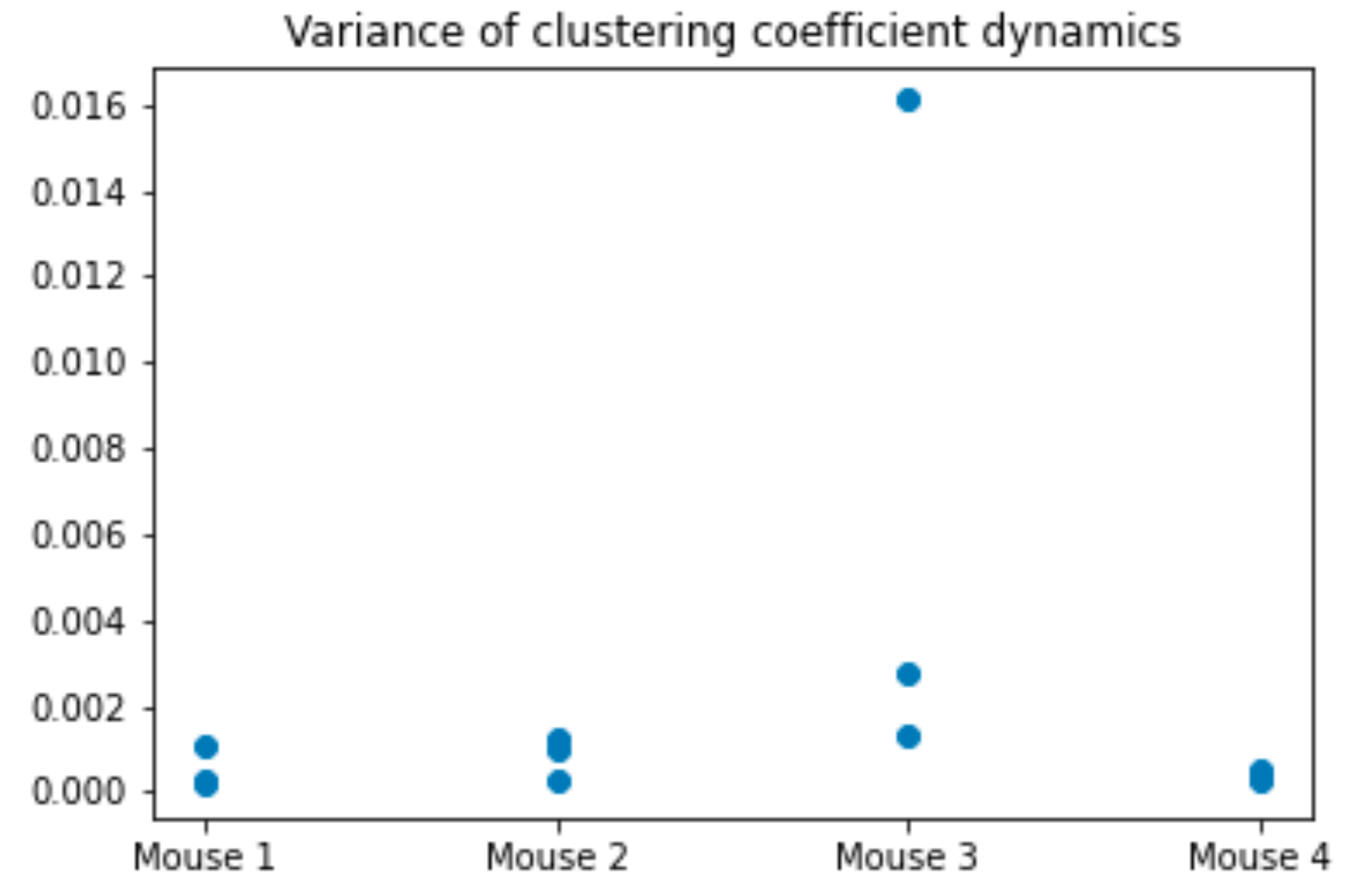
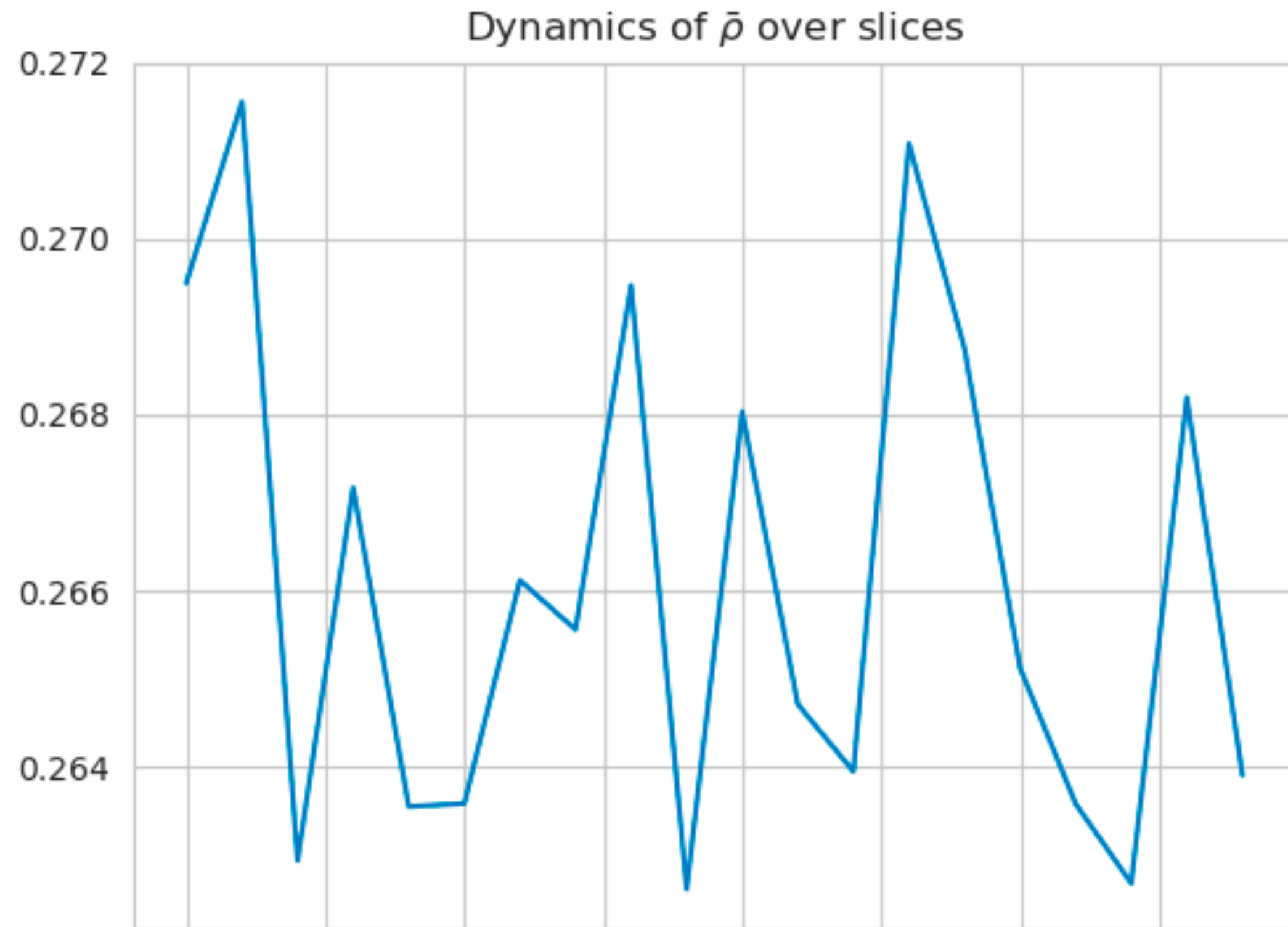
slice 2



slice 20



Динамика



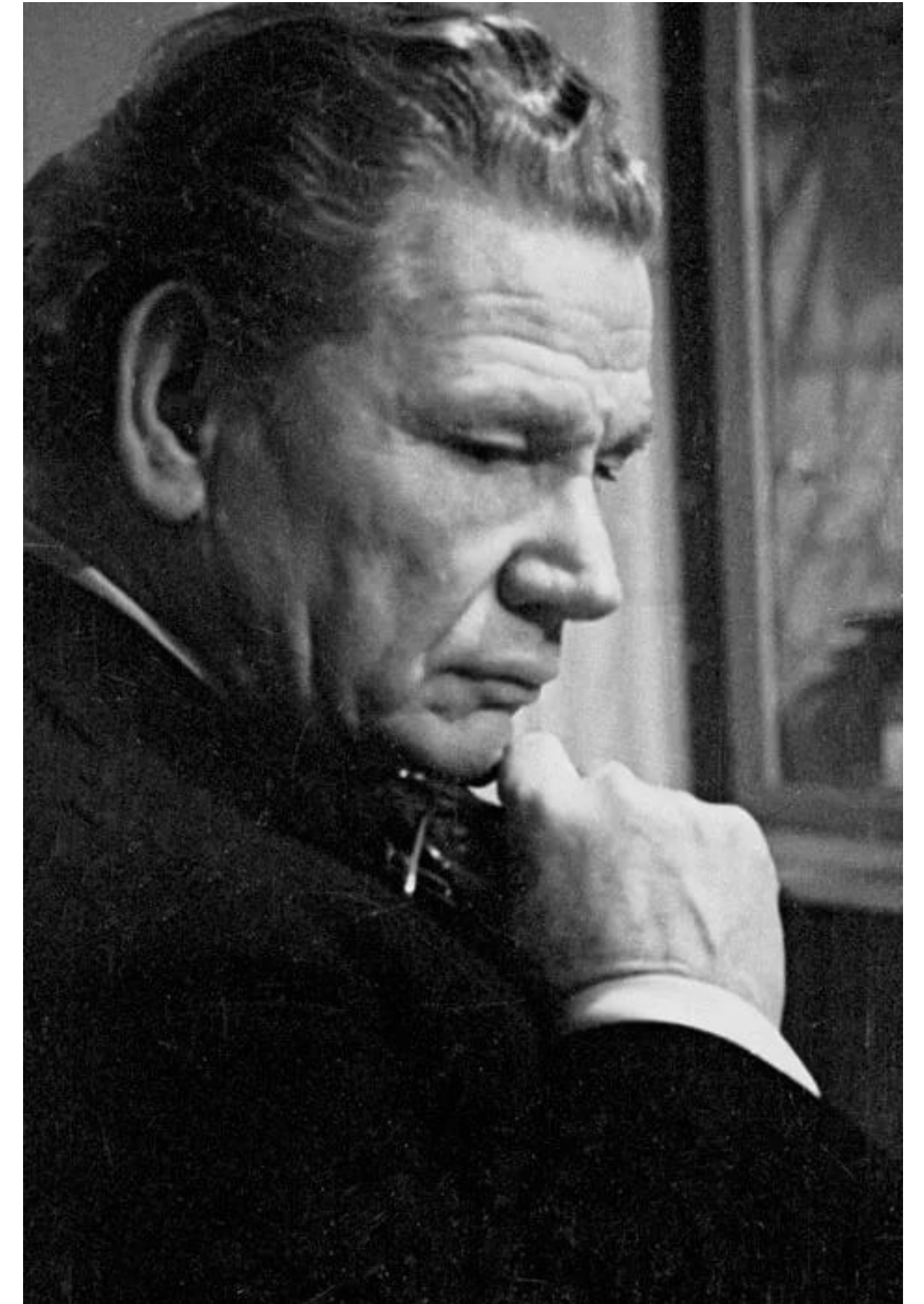
История развития представлений и появление систем

- Базовой теорией, описывавшей регуляции функций выступает **рефлекторная теория**
- **Прохаска** - ввёл понятие **нервной силы**, передающейся по нервным волокнам
- **Шерригнтон** заметил, что рефлексы, даже безусловные, - продукт деятельности не просто рефлекторной дуги, а нервной системы в целом (**то есть рефлексы взаимодействуют**). Также ввёл понятие **синаптической связи**.
- **Сеченов** - распространил механизм рефлекса на области также **психической деятельности**. (В книге “**Рефлексы головного мозга**”)
- **Принципы рефлекторной теории**
 - **Принцип детерминизма (причинности)**
 - **Принцип структурности**
 - **Принцип анализа и синтеза раздражителей**



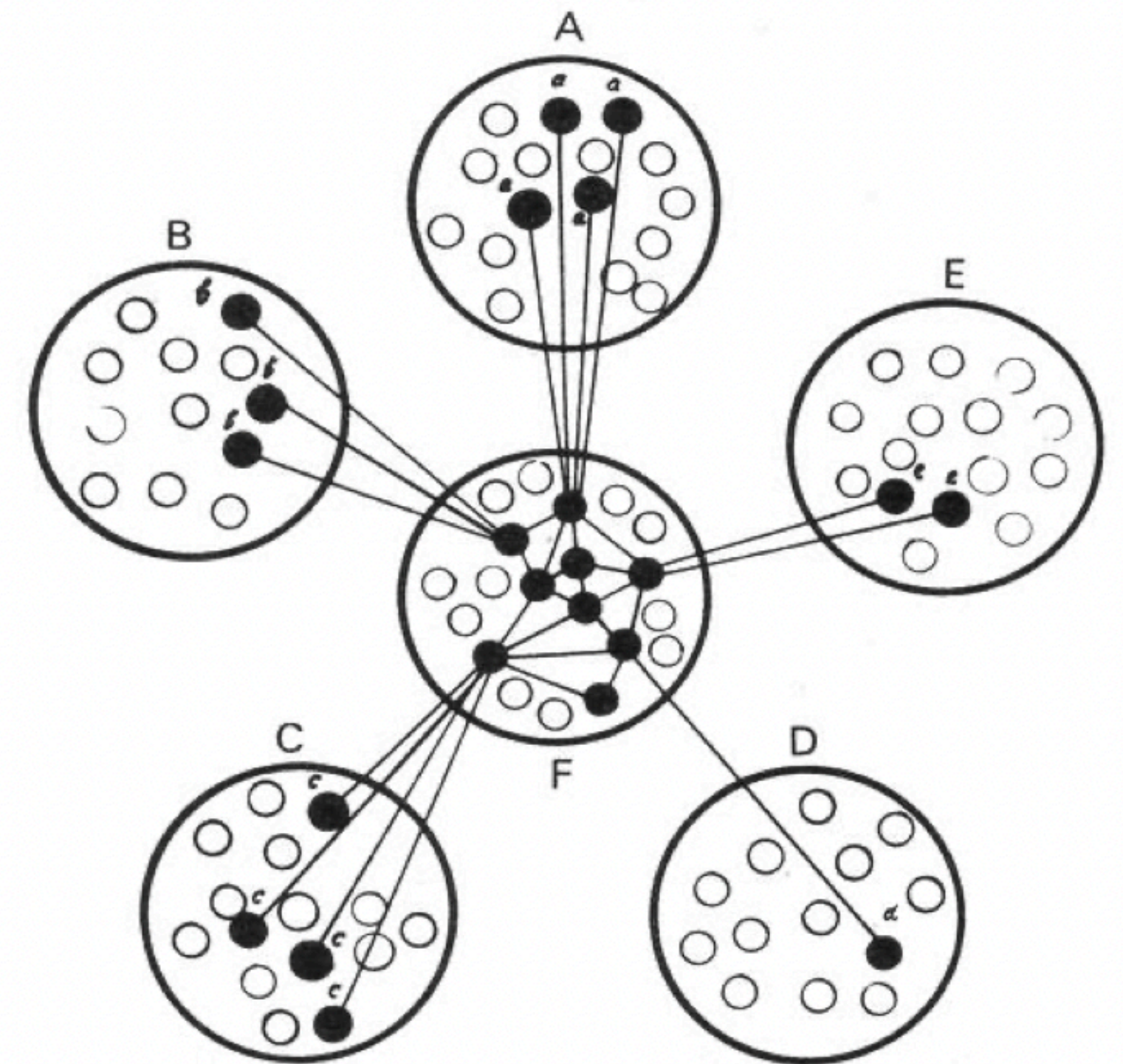
Теория функциональных систем

- У человека не всегда поведение согласуется с принципами рефлекторной теории (целенаправленное поведение, которое не всегда направлено на поддержание гомеостаза).
- **П.К.Анохин** предложил альтернативу - теорию функциональных систем
- Центральная идея: **результат - есть системообразующий фактор.**
- Взаимодействие элементов - не есть достаточное условия образования системы.
- Результат - не то же самое, что и стимул.



Свойства системы по Анохину

- Систему образуют **взаимодействующие** элементы с целью получения (полезного приспособительного) результата и проявляющие те свойства, нужные для этого.
- Саморегуляция системы должна осуществляться при помощи обратной связи (позволяет адаптировать поведение).
- Эти системы динамичны и зависят от цели. Они заново образуются соответственно желаемому результату. Таким образом элементы участвуют избирательно.
- Функциональная система - не то же самое, что анатомическая.



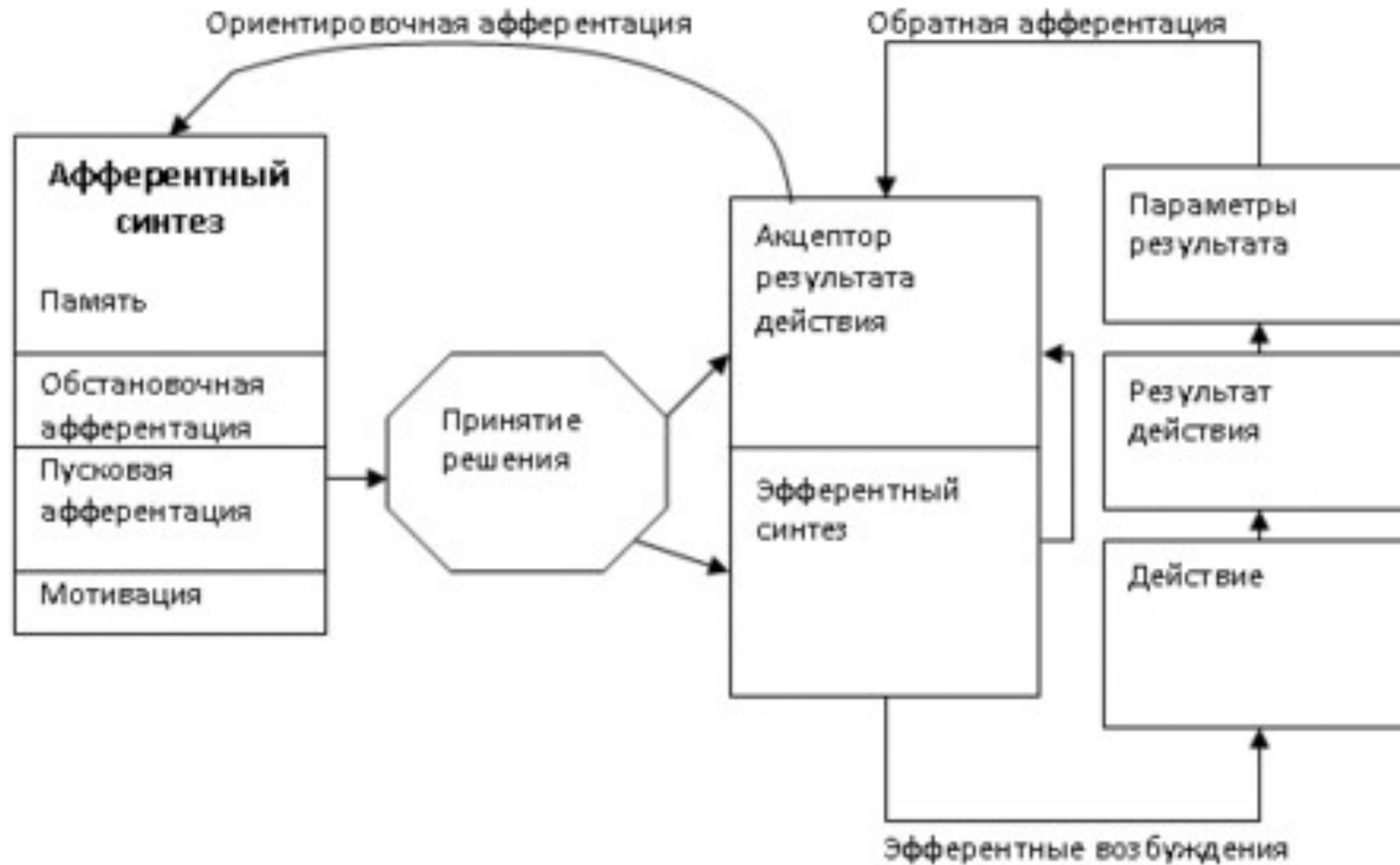
Почему это важно

- Функциональные системы могут быть разных уровней - метаболические, гомеостатические, поведенческие и социальные. Можно заметить, что эта система иерархичная. Также можно выделить два типа функциональных систем - обеспечивающие гомеостаз за счёт внутренних или внешних ресурсов.
- По Лурии психические процессы человека тоже представляют собой функциональные системы, в которые вовлечены разные группы областей мозга. Лурия обозначил три основные функциональные единицы мозга, необходимые для психических процессов человека в целом и сознательной деятельности в частности:
 - блок для регулировки тонуса или бодрствования;
 - блок для получения, обработки и хранения информации;
 - блок для программирования, регулирования и проверки умственной деятельности.

Каждая из этих трех единиц в свою очередь имеет иерархическую структуру.



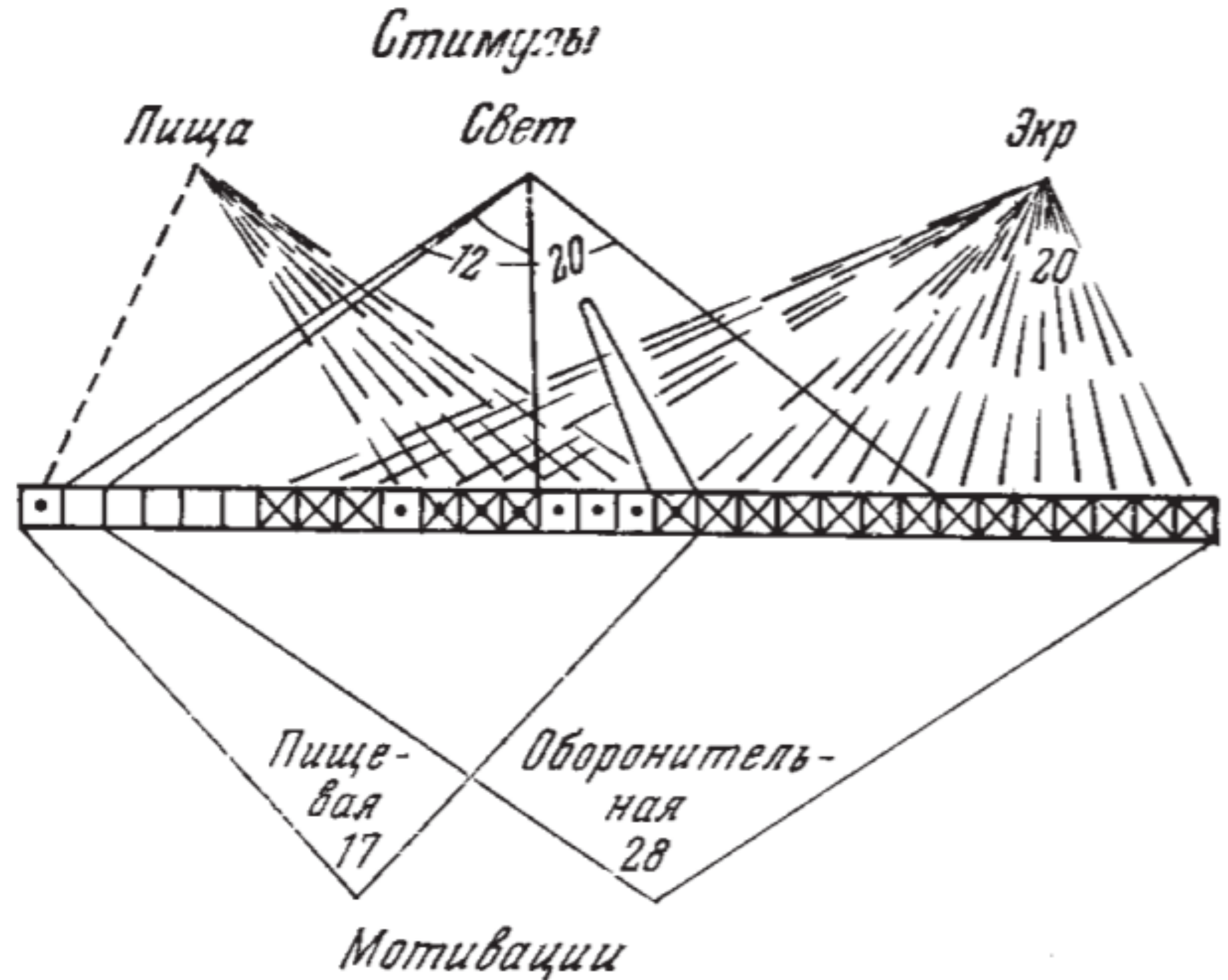
Архитектура функциональных систем



Работы с множественной системной специализацией Швыркова



Реагирующие
нейроны - 30



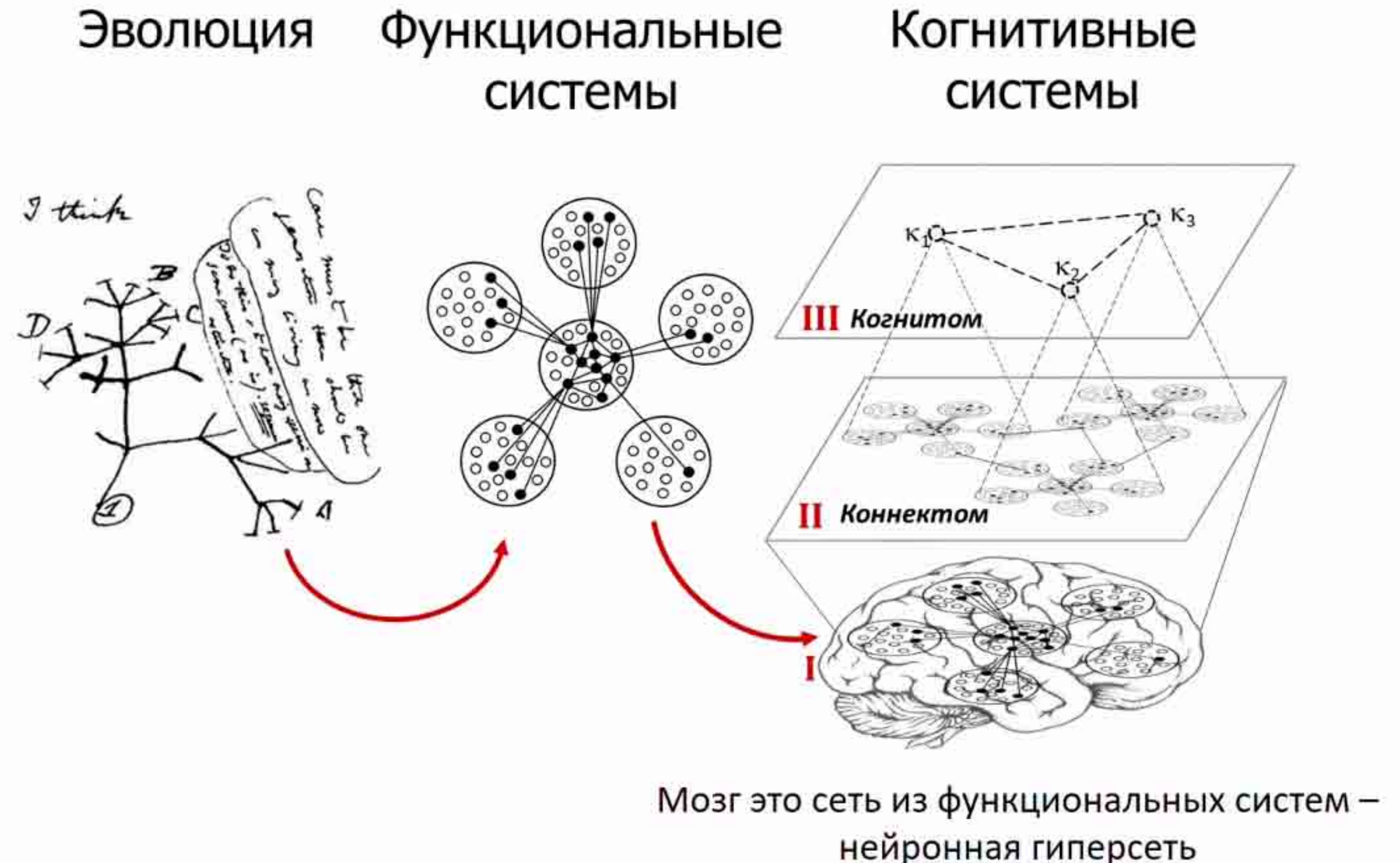
Системная специализация нейронов – специализация нейронной активности в отношении функциональных систем



КОГНИТОМ



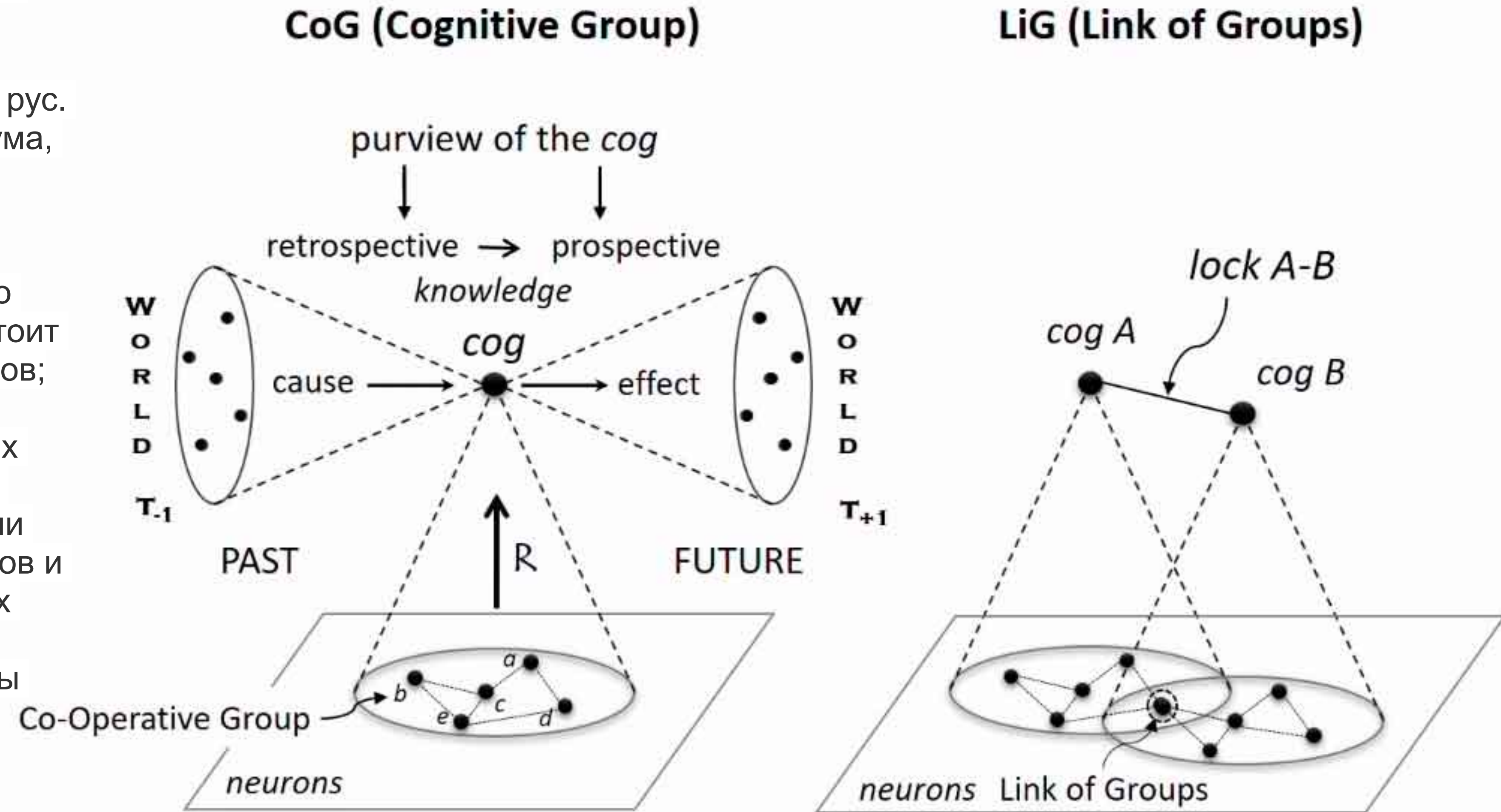
Главным положением данной теории является возможность описания разума, как органической и математической структуры, а также исследование его с использованием методов экспериментальной и теоретической физики, подходов теории графов и статистической механики.



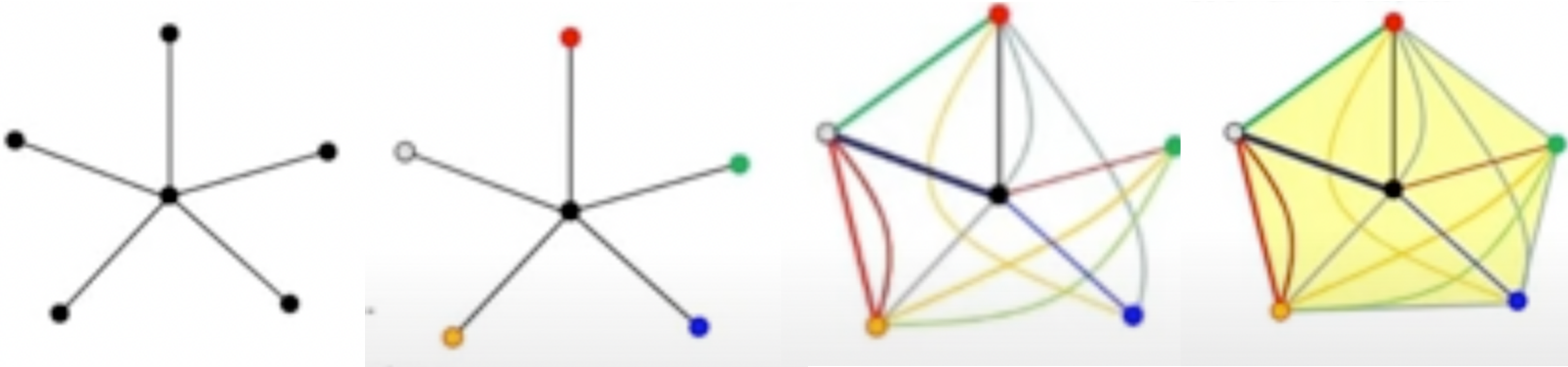
Элементы когнитивного агента

Для описания элементов и свойств этой системы вводятся новые фундаментальные понятия:

- **КоГ (CoG)** – от англ. cognitive group, рус. когнитивная группа – элементы разума, формирующие его «зернистую» структуру. Они опосредуют информационные соотношения целостного когнитивного агента с его средой. Т.о. разум гранулярен и состоит из простейших ментальных элементов;
- **ЛиГ (link of CoGs)** – от англ. link of cognitive group, рус. сеть когнитивных групп – это устойчивые когнитивные связи между отдельными когами. Они отражают причинные связи элементов и процессов в среде и в соотношениях когнитивного агента с ней. Т.о. отдельные элементы разума связаны друг с другом;



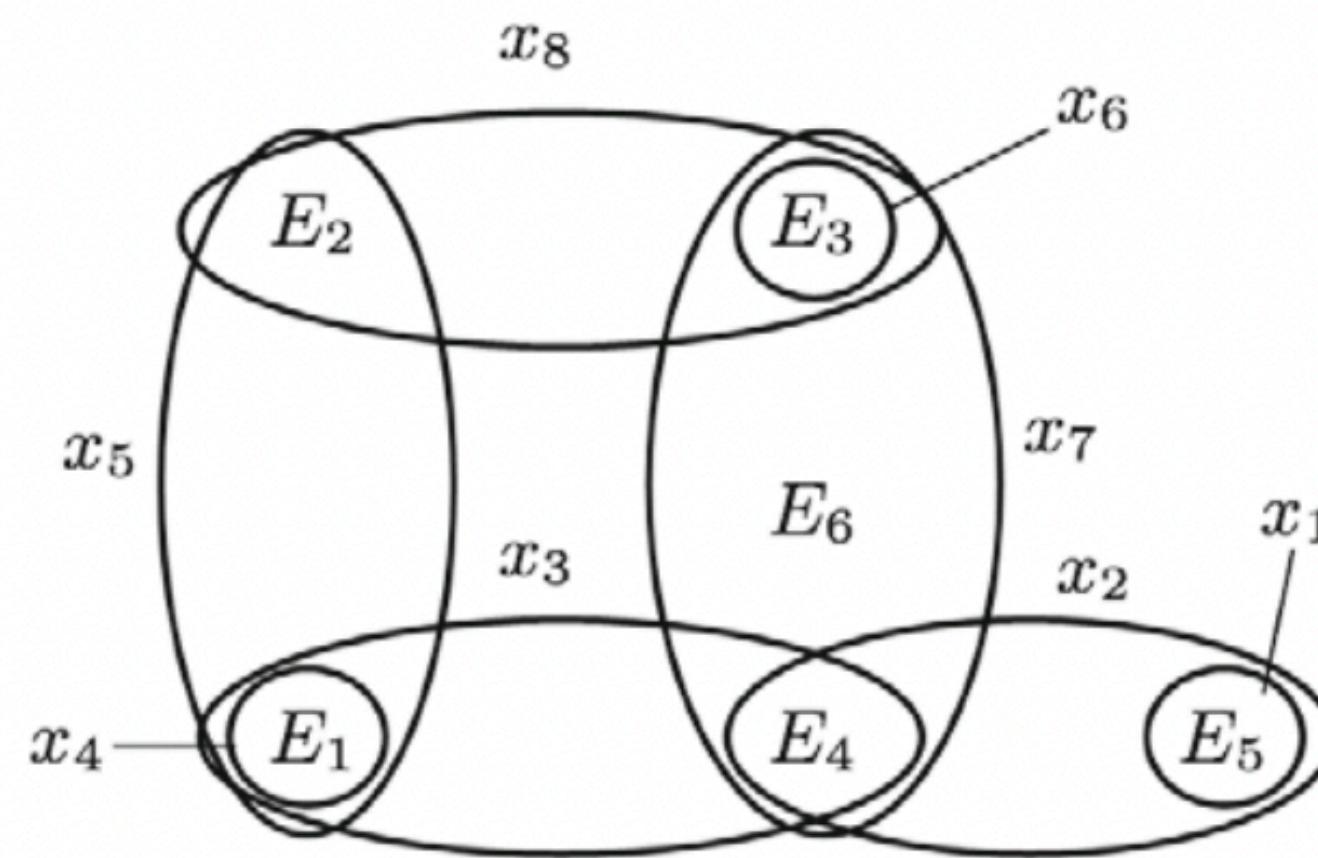
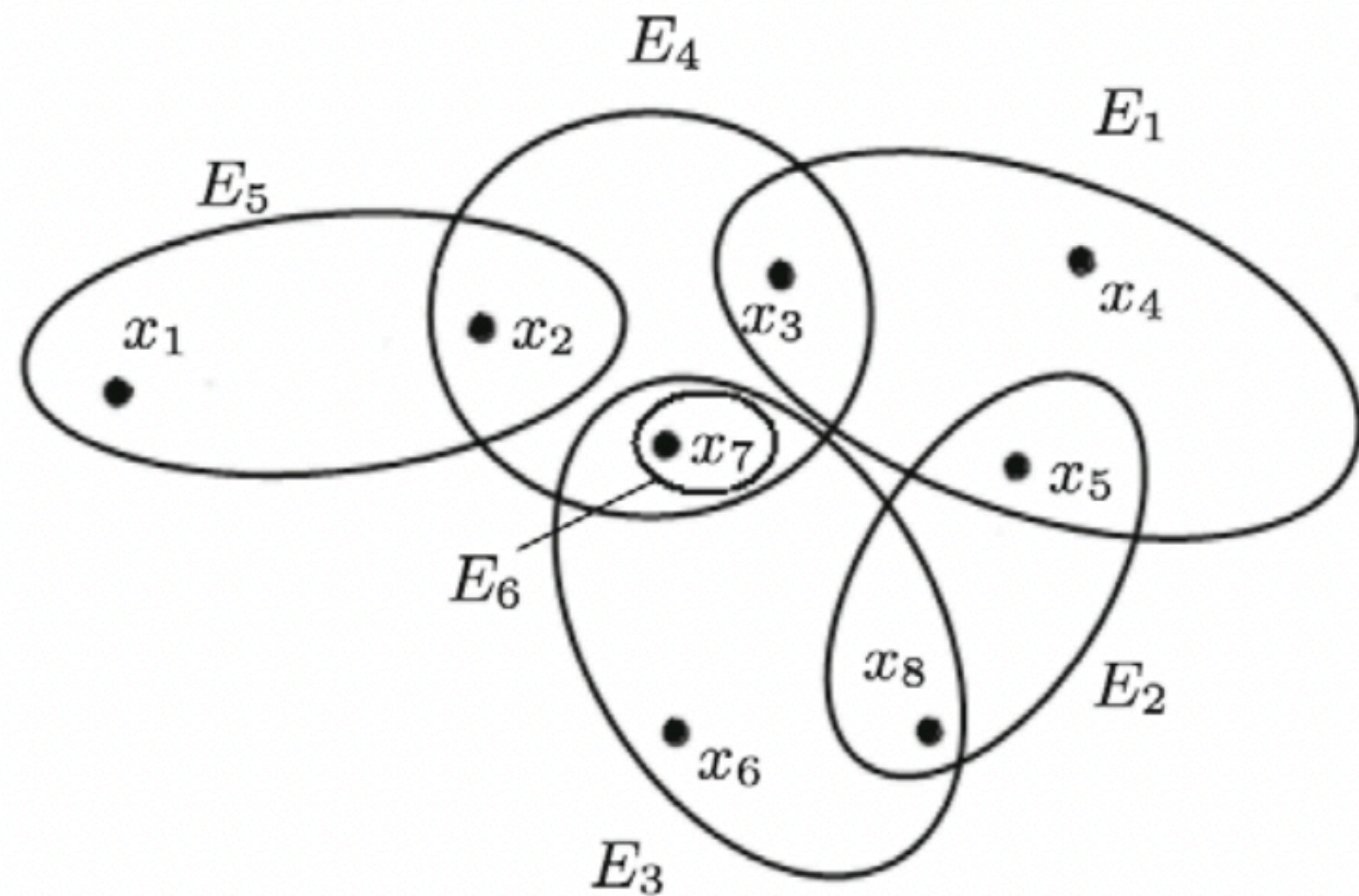
Гиперграфы



- Для описания многих процессов и отношений может быть недостаточно обычных графов и сетей.
 - Вершины могут быть гетерогенны
 - Отношения могут быть гетерогенны
 - А также включать больше двух вершин в одно соотношение



Примеры



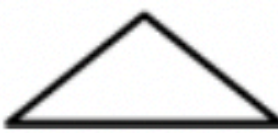








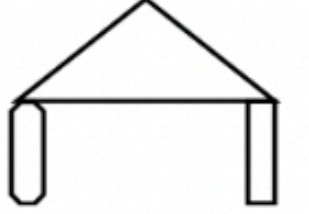
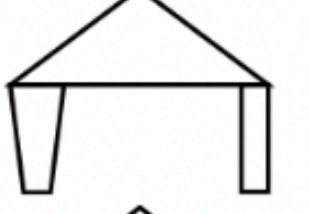

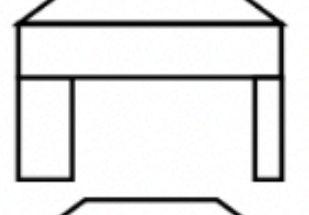


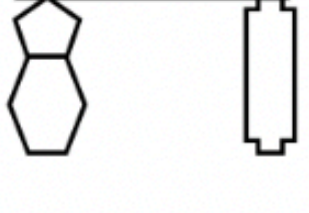


$$X = \begin{matrix} & E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 & E_6 \\ x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ x_2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ x_3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ x_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_6 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_7 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ x_8 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

- Здесь изображены гиперграф
- Двойственный гиперграф
- И матрица смежности. Неутрудно заметить что двойственный гиперграф получается транспонированием матрицы смежности

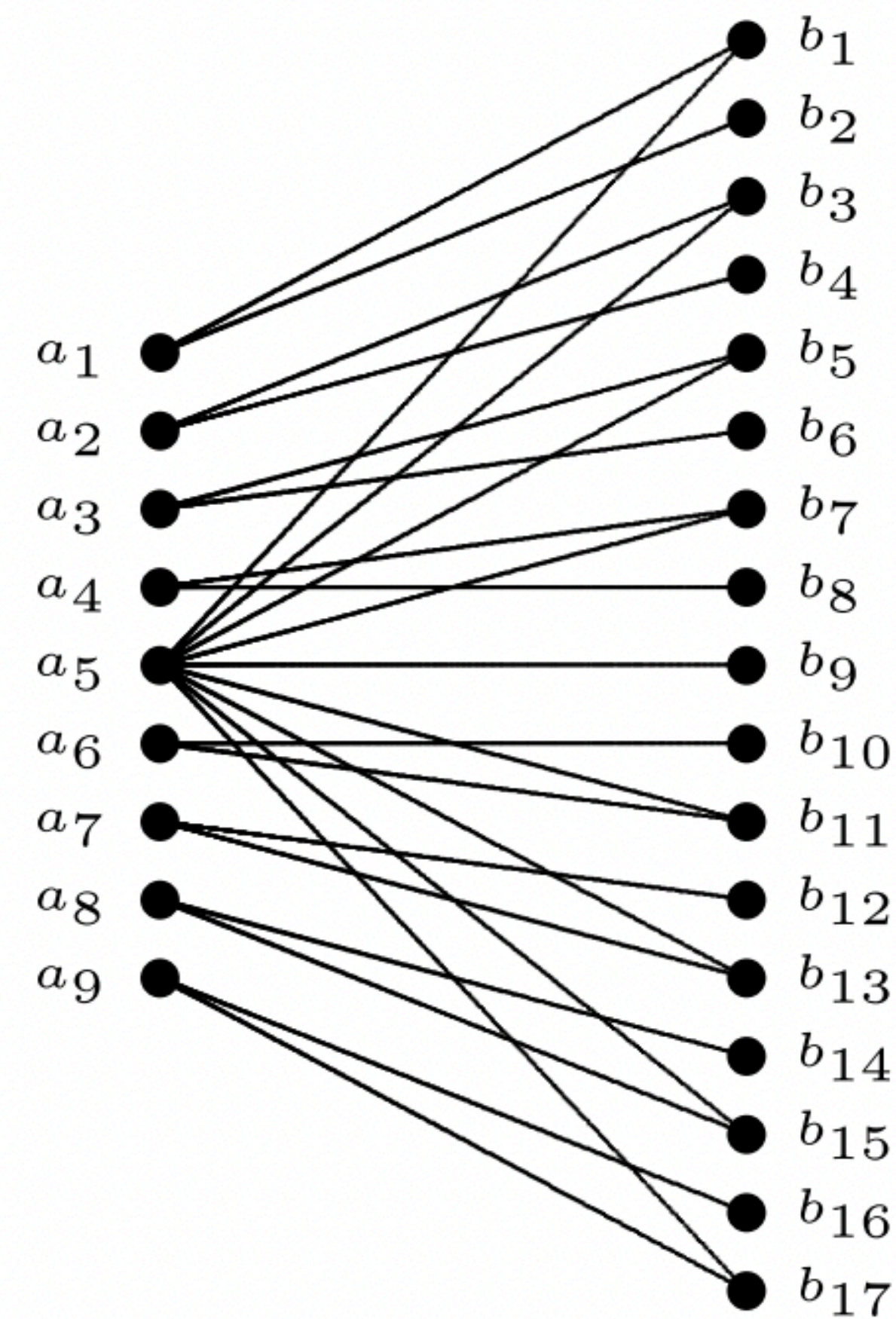
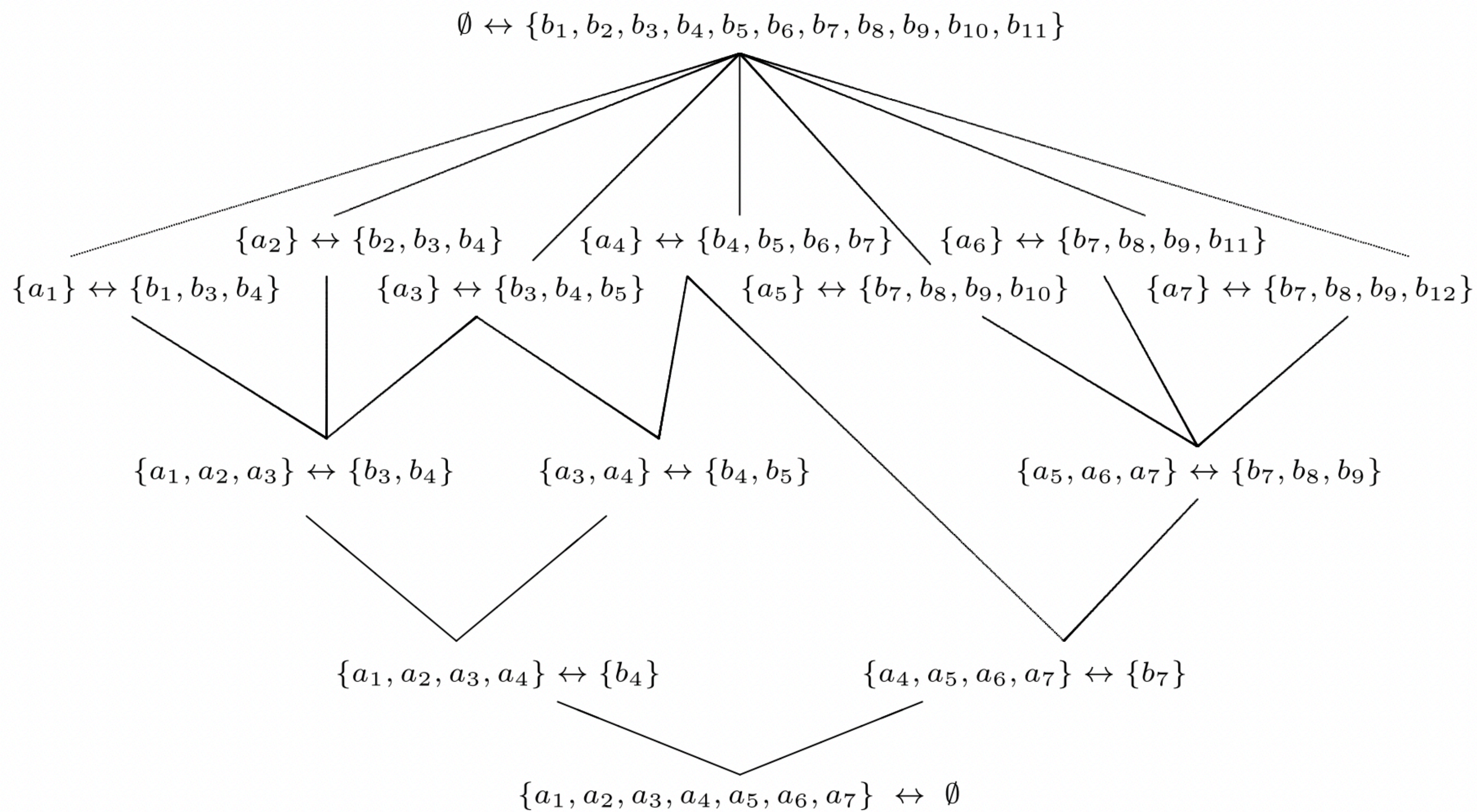


Пример побольше

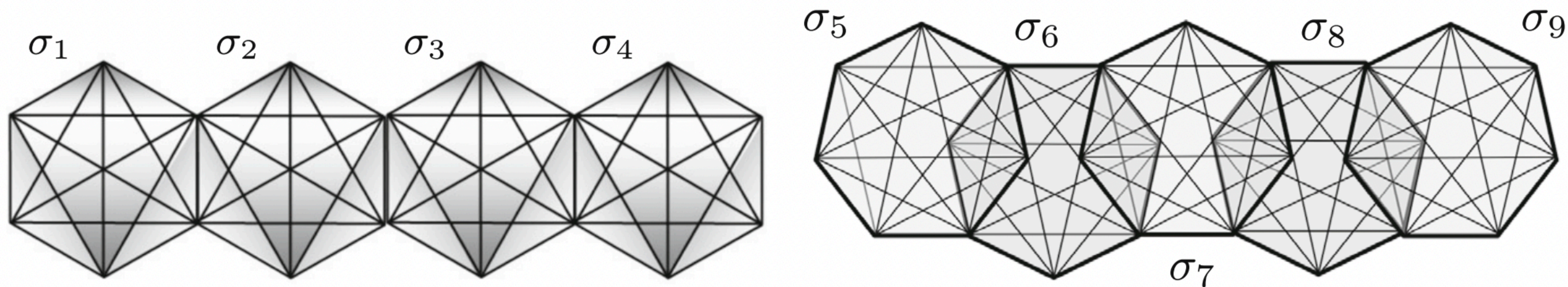
													
		b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}	b_{12}
	a_1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	a_2	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	a_3	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
	a_4	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
	a_5	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
	a_6	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0
	a_7	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1



Решётка Галуа и двудольный граф (то же самое что и анализ формальных концептов)



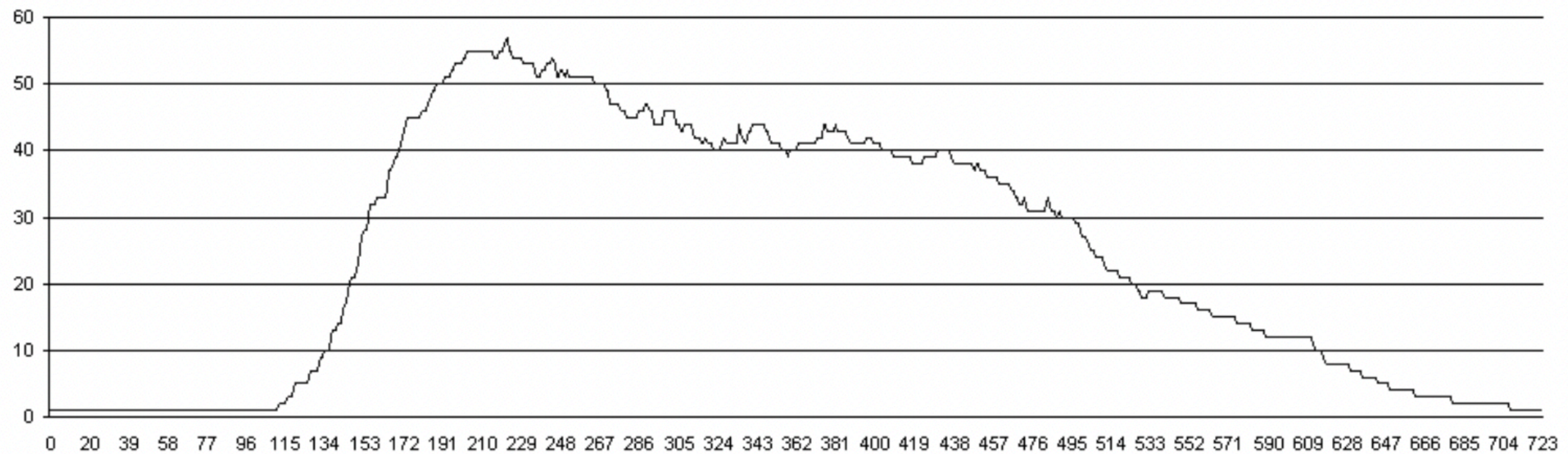
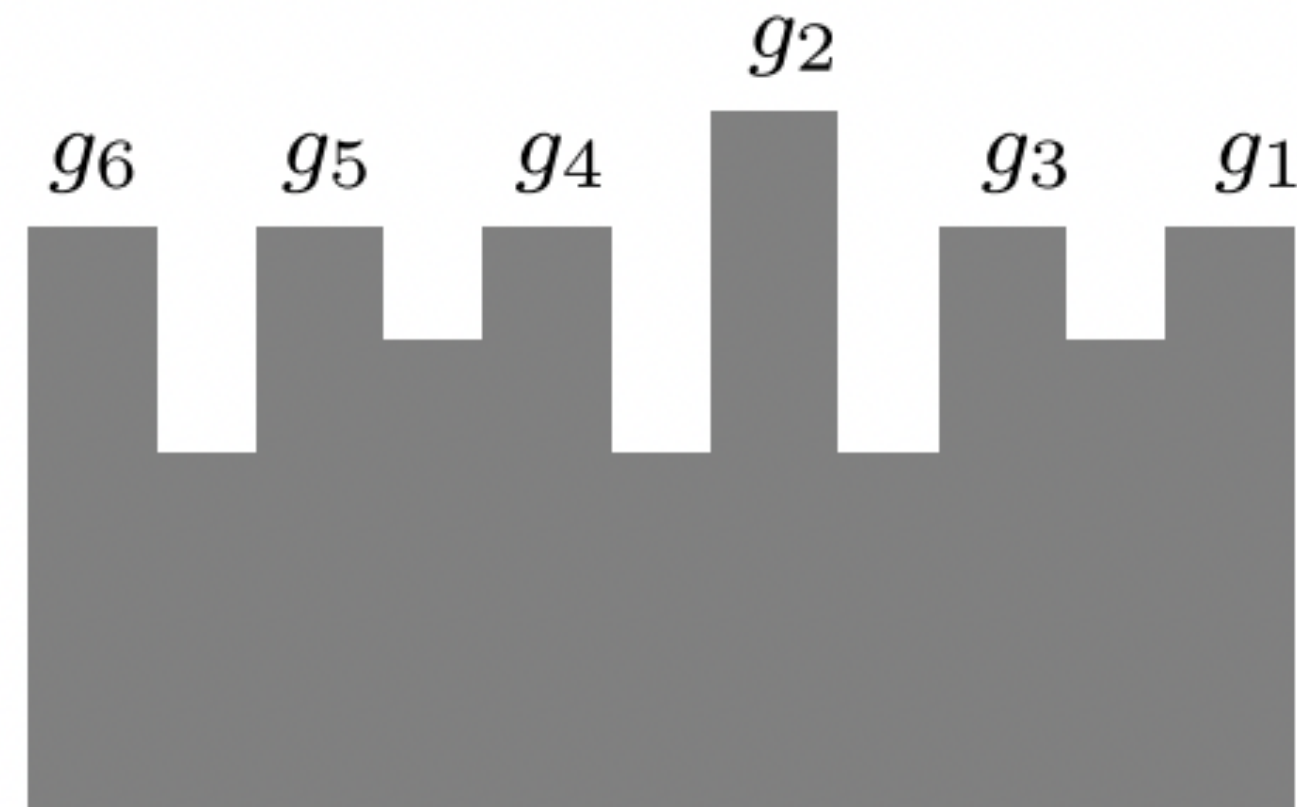
Как можно анализировать?



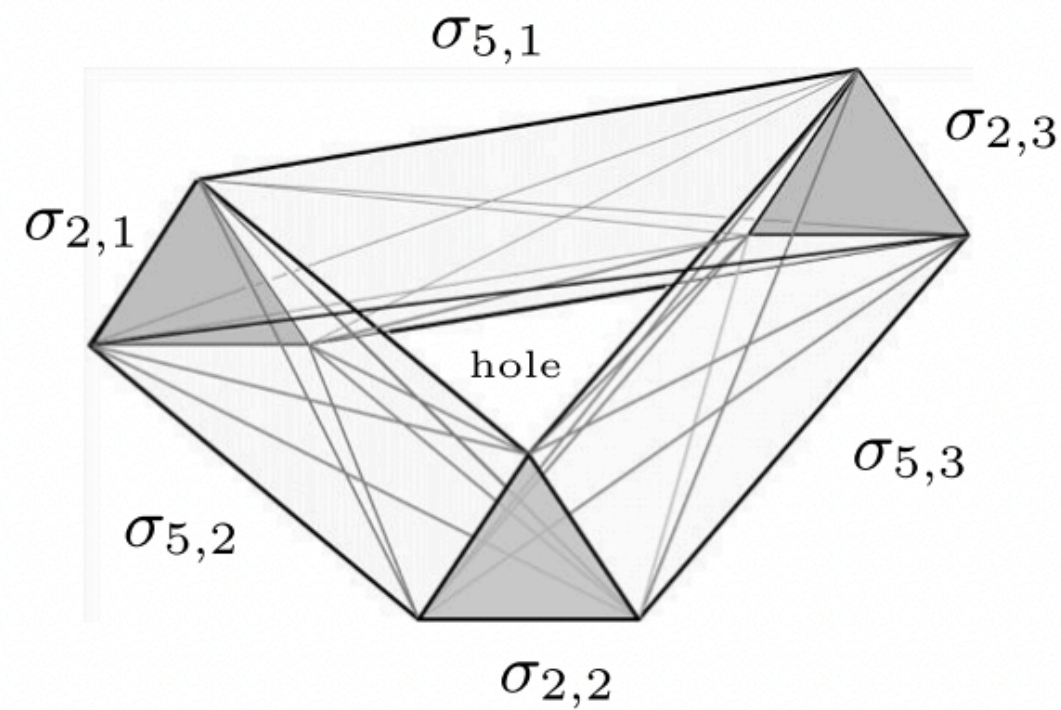
Анализ q -связных компонент



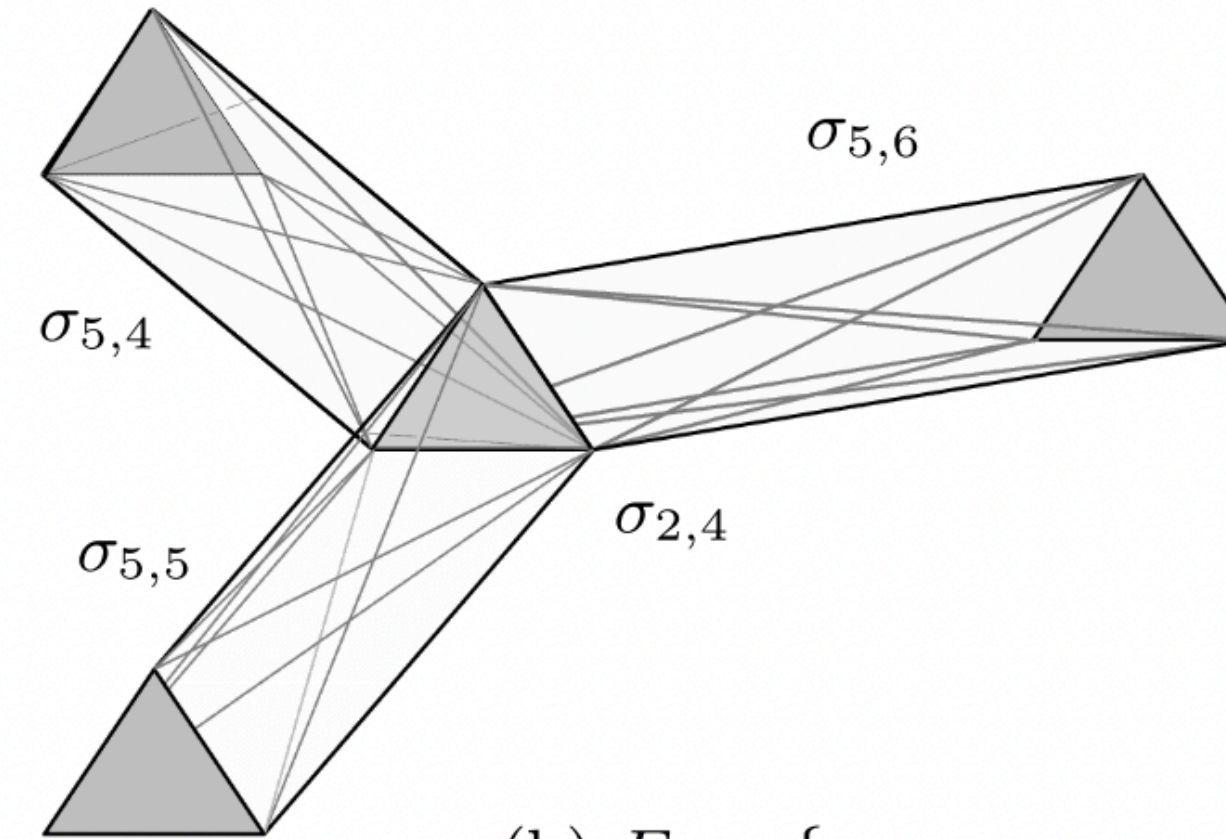
Структурные векторы



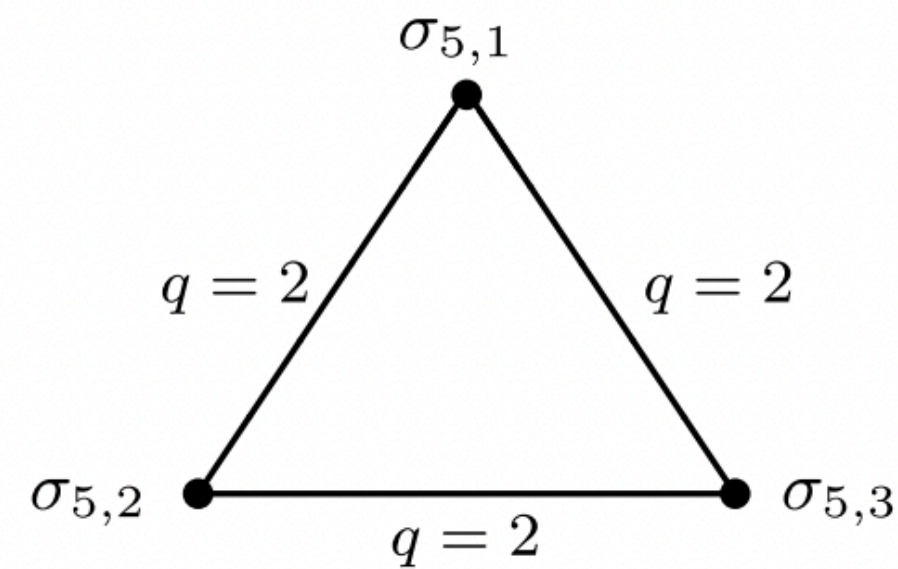
Q-графы могут “забывать” реальную топологию



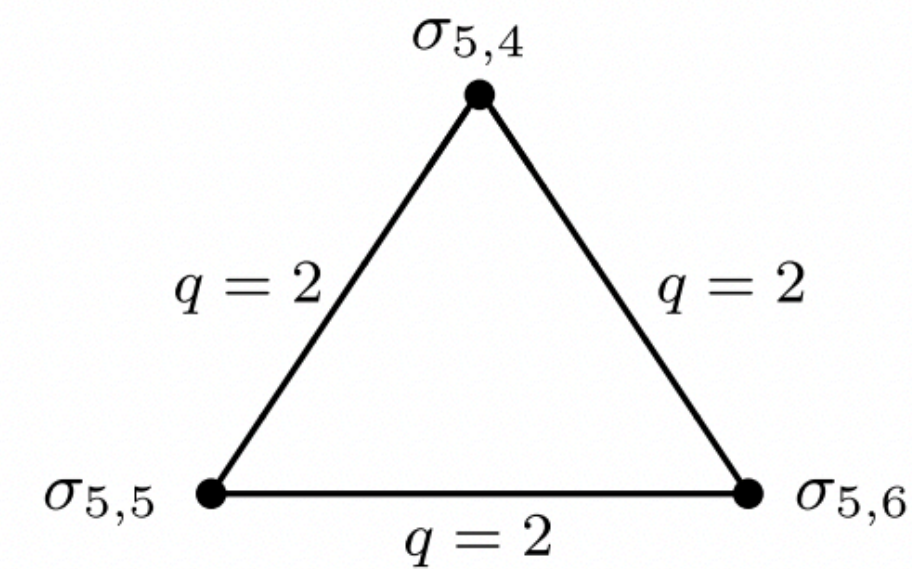
(a) $F_1 = \{\sigma_{5,1}, \sigma_{5,2}, \sigma_{5,3}\}$



(b) $F_2 = \{\sigma_{5,4}, \sigma_{5,5}, \sigma_{5,6}\}$



(c) the 2-graph of F_1



(d) the 2-graph of F_2

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= 5,4,3 & \{\sigma_1\}, \{\sigma_2\}, \{\sigma_3\} \\ \mathbf{q} &= 2,1,0 & \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\} \end{aligned}$$

(e) Q-analysis of F_1

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= 5,4,3 & \{\sigma_3\}, \{\sigma_4\}, \{\sigma_5\} \\ \mathbf{q} &= 2,1,0 & \{\sigma_3, \sigma_4, \sigma_5\} \end{aligned}$$

(f) Q-analysis of F_2

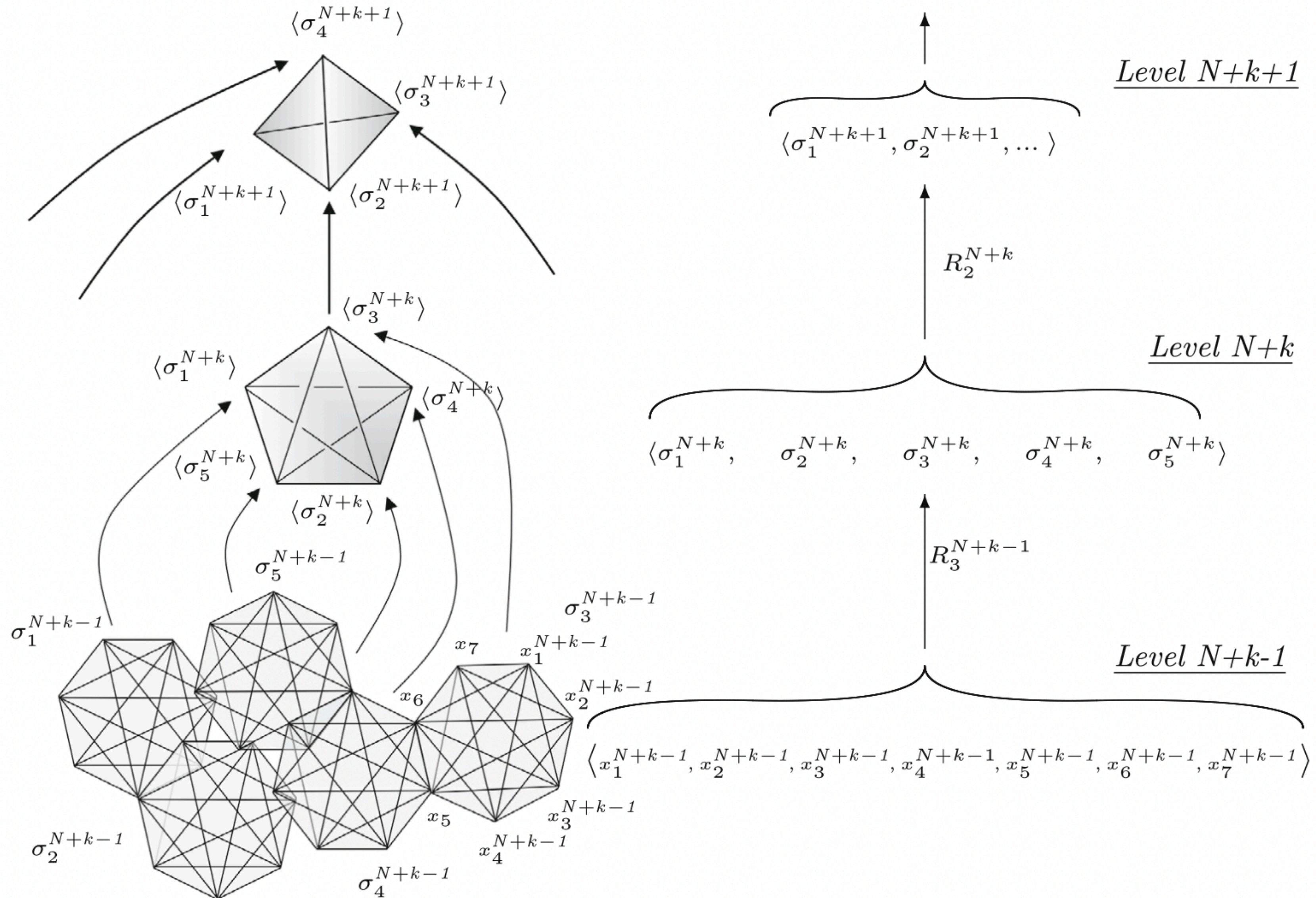


Гиперсети

- Характеризуются 3 основными идеями
- Построение комплексов отношений, или гиперсимплексов
- Такие гиперсимплексы недвусмысленно описывают переходы между уровнями гиперсети
- Поддержка многоуровневых структур

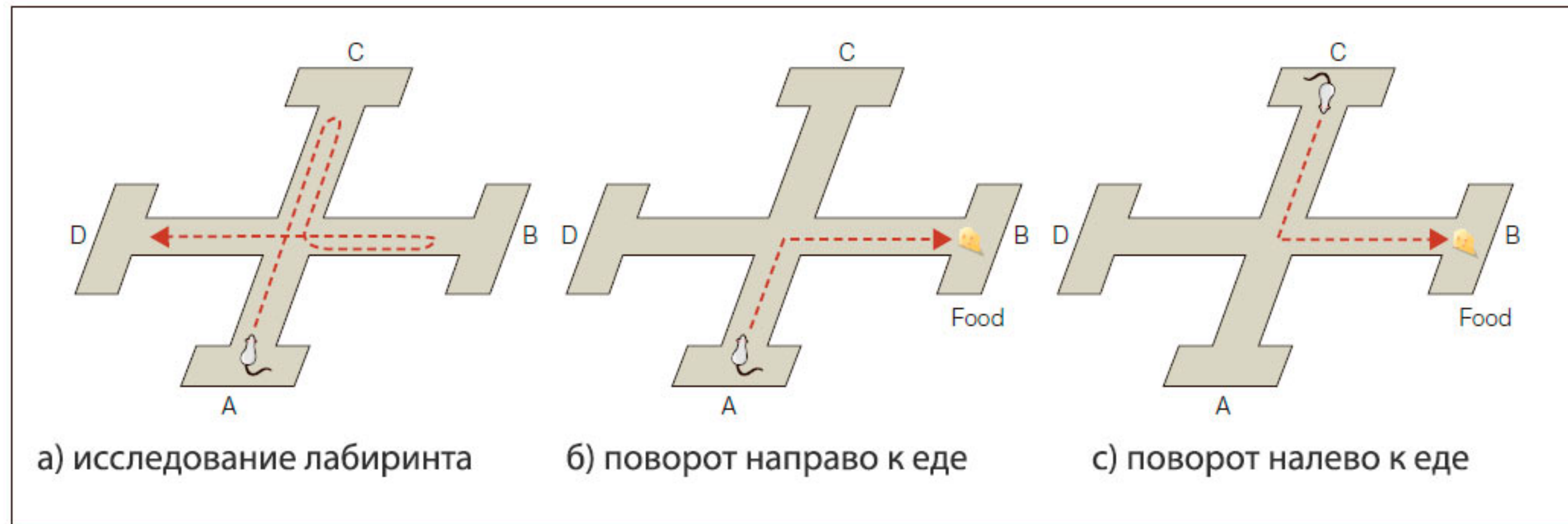


Пример гиперсети



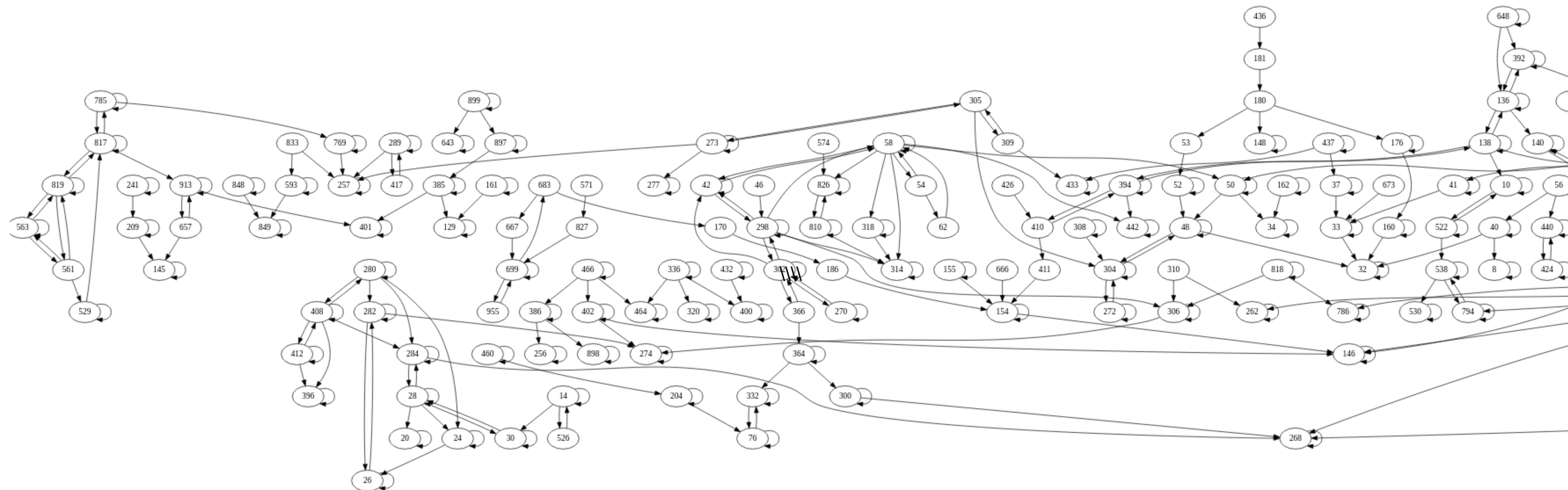
Эксперимент Толмена

- Толмач вёл понятие когнитивной карты
- Он использовал поведение лишь для того, чтобы изучать познавательные процессы



Нейронные кольца

- Можно рассматривать пространство состояний нейронов в каждый момент времени.
- Тогда в каждый момент времени мы будем иметь дело с аффинным алгебраическим подмногообразием булева куба. Его координатное кольцо над полем из двух элементов будет называться нейронным кольцом



Нейронные пучки

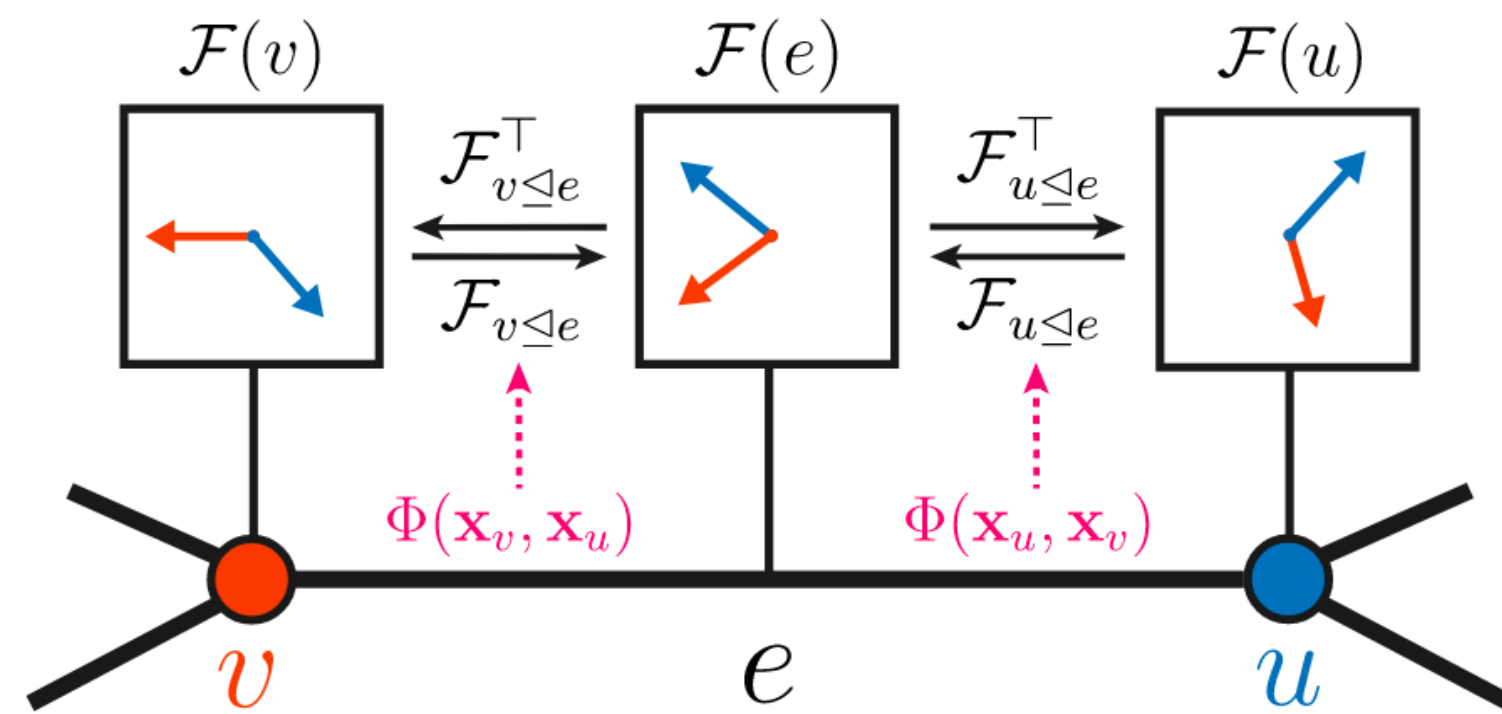


Figure 1: A sheaf (G, \mathcal{F}) shown for a single edge of the graph. The *stalks* are isomorphic to \mathbb{R}^2 . The *restriction maps* $\mathcal{F}_{v \trianglelefteq e}$, $\mathcal{F}_{u \trianglelefteq e}$ and their adjoints move the vector features between these spaces. In practice, we learn the sheaf (i.e. the restrictions maps) from data via a parametric function Φ .

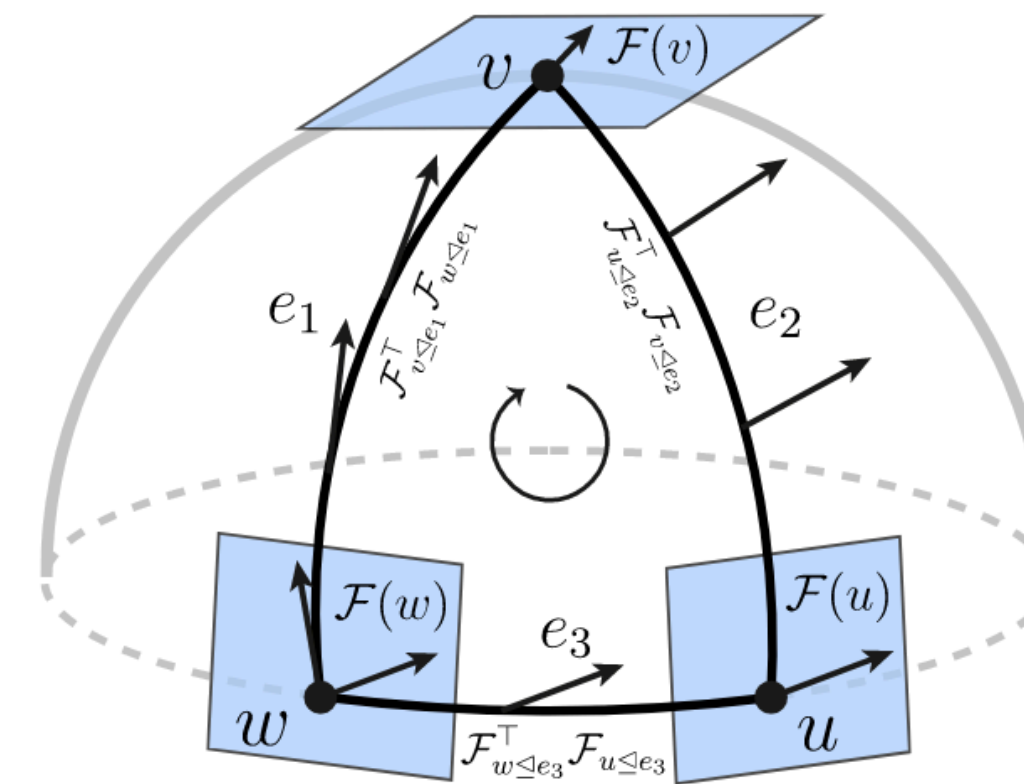
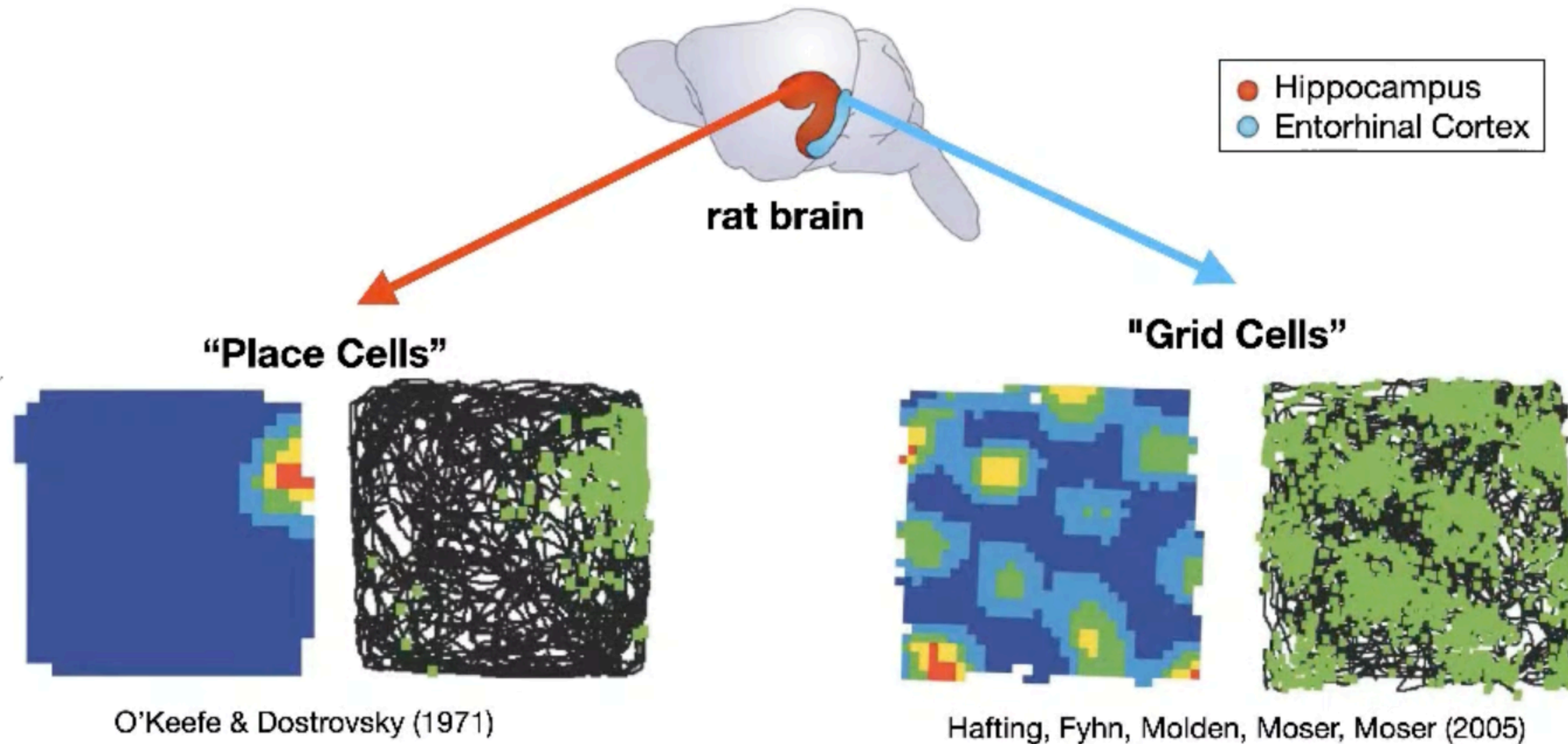


Figure 2: Analogy between parallel transport on a sphere and transport on a discrete vector bundle (cellular sheaf). A tangent vector is moved from $\mathcal{F}(w) \rightarrow \mathcal{F}(v) \rightarrow \mathcal{F}(u)$ and back. Because the vector returns in a different position, the transport is not path-independent.

С чем вообще работаем и почему?

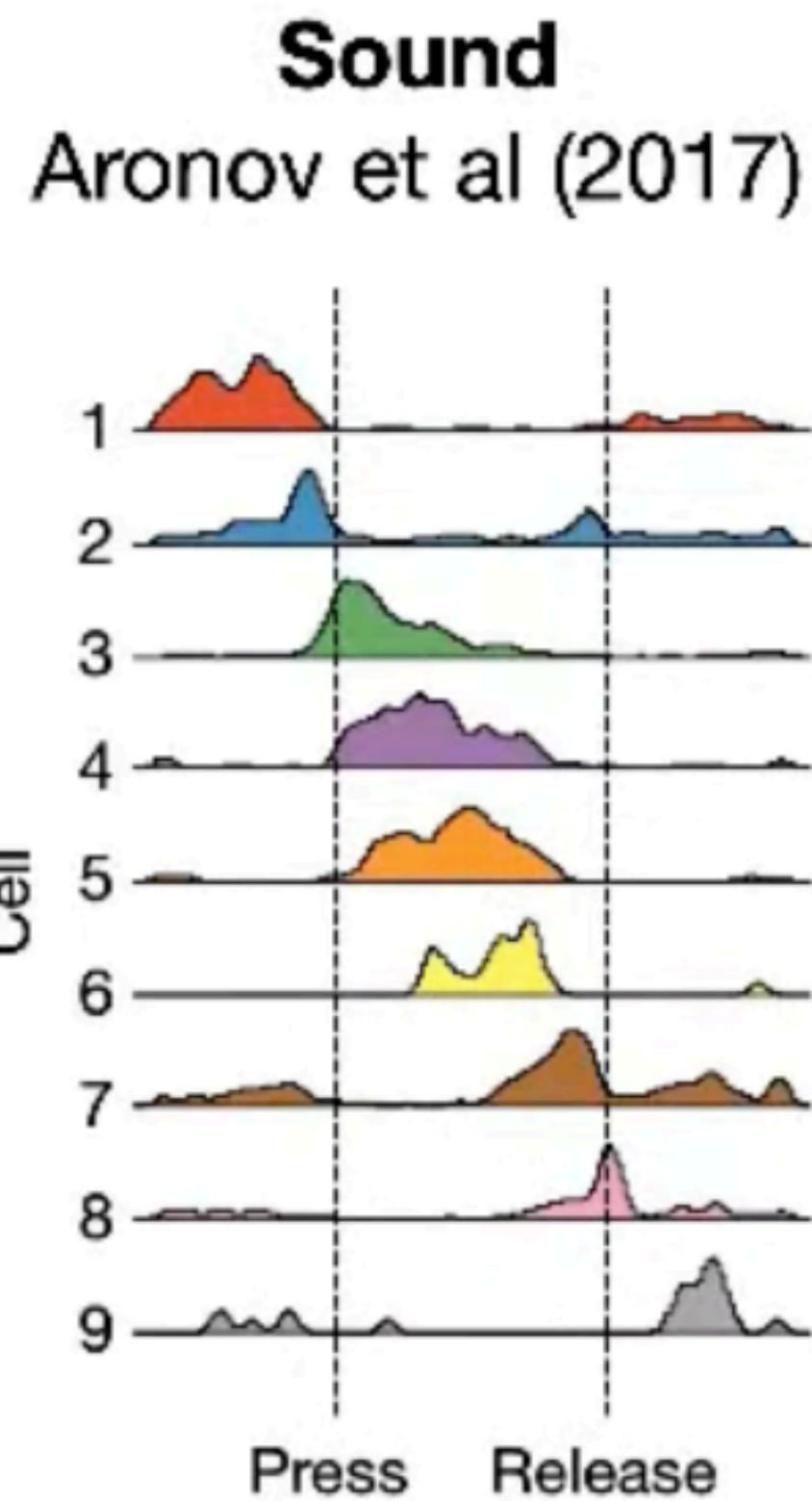


Разбираясь с клетками места и решётки

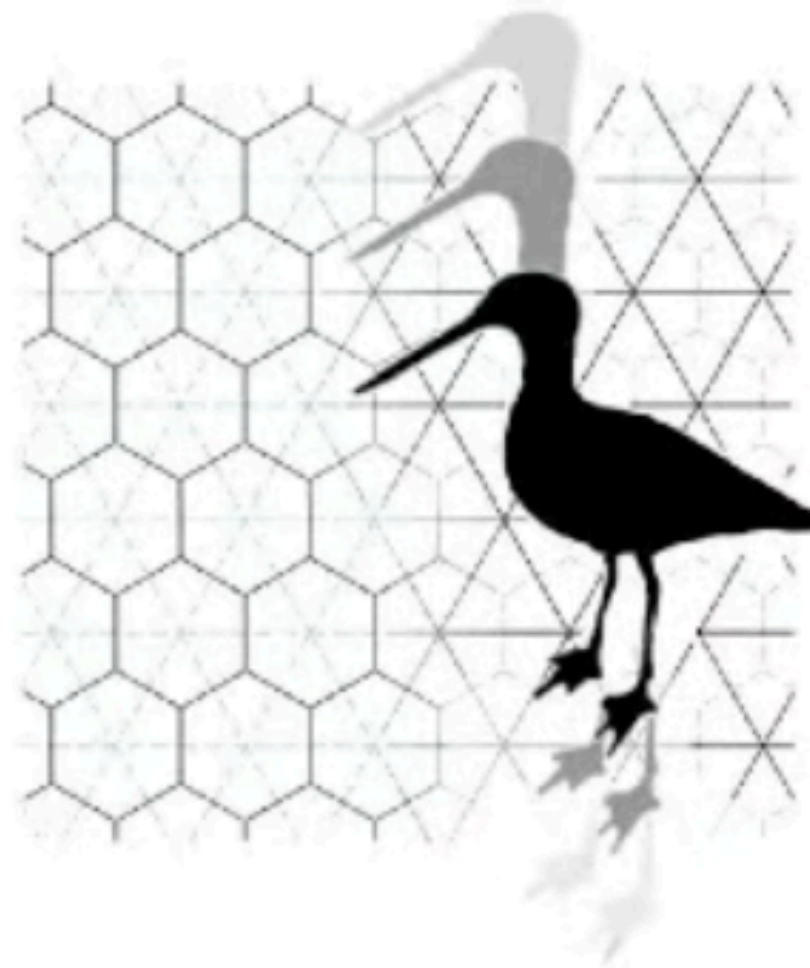
- Надо помнить что мы не должны думать о клетках, как о чём-то, самостоятельно выполняющем всю функцию целиком - это всегда элемент системы, большую часть которой мы не видим
- Надо понимать, что каждый нейрон - отдельный организм, нацеленный, прежде всего на выполнение своей собственной эволюционной функции.
- Клетки места могут кодировать очень абстрактные понятия концептов. Те же клетки места кодируют частотное восприятие звуков, а в энторинальной коре было показано, что люди воспринимают какие-то наборы свойств птицы (длина шеи, ног и тд) при помощи различных клеток решётки - в зависимости от измеряемого свойства.
- Глобально - нам нужна модель, которая позволит выучивать структуру абстрактные концептуальных пространств и кодировать их подобно пространственным путям. По аналогии с мозгом нам нужны клетки места, которые будут предсказывать, что будет дальше и клетки решётки, которые будут сжимать эту информацию.



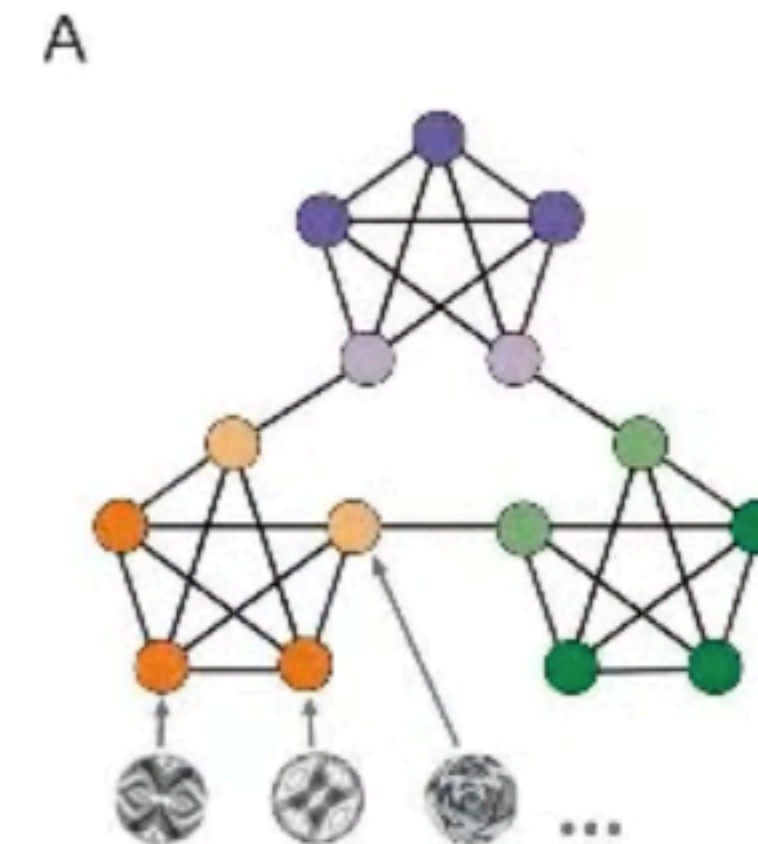
Более абстрактные пространства стимулов



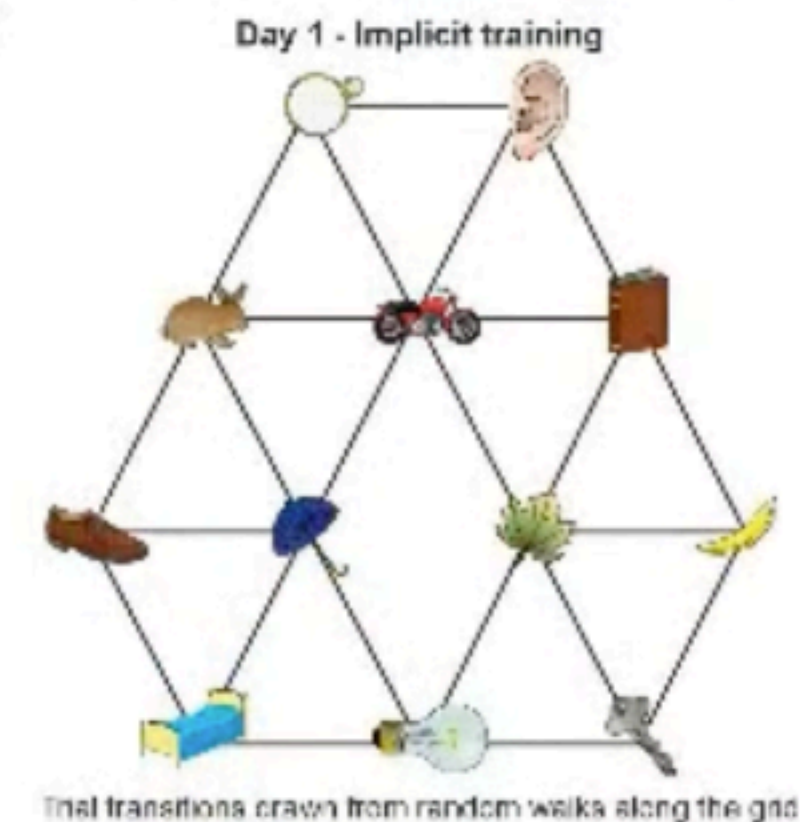
“Stretchy birds”
Continescu et al (2017)



Transition Graphs
Schapiro et al (2016)



Garvert et al (2017)
A



Машины Толмена-Эйхенбаума

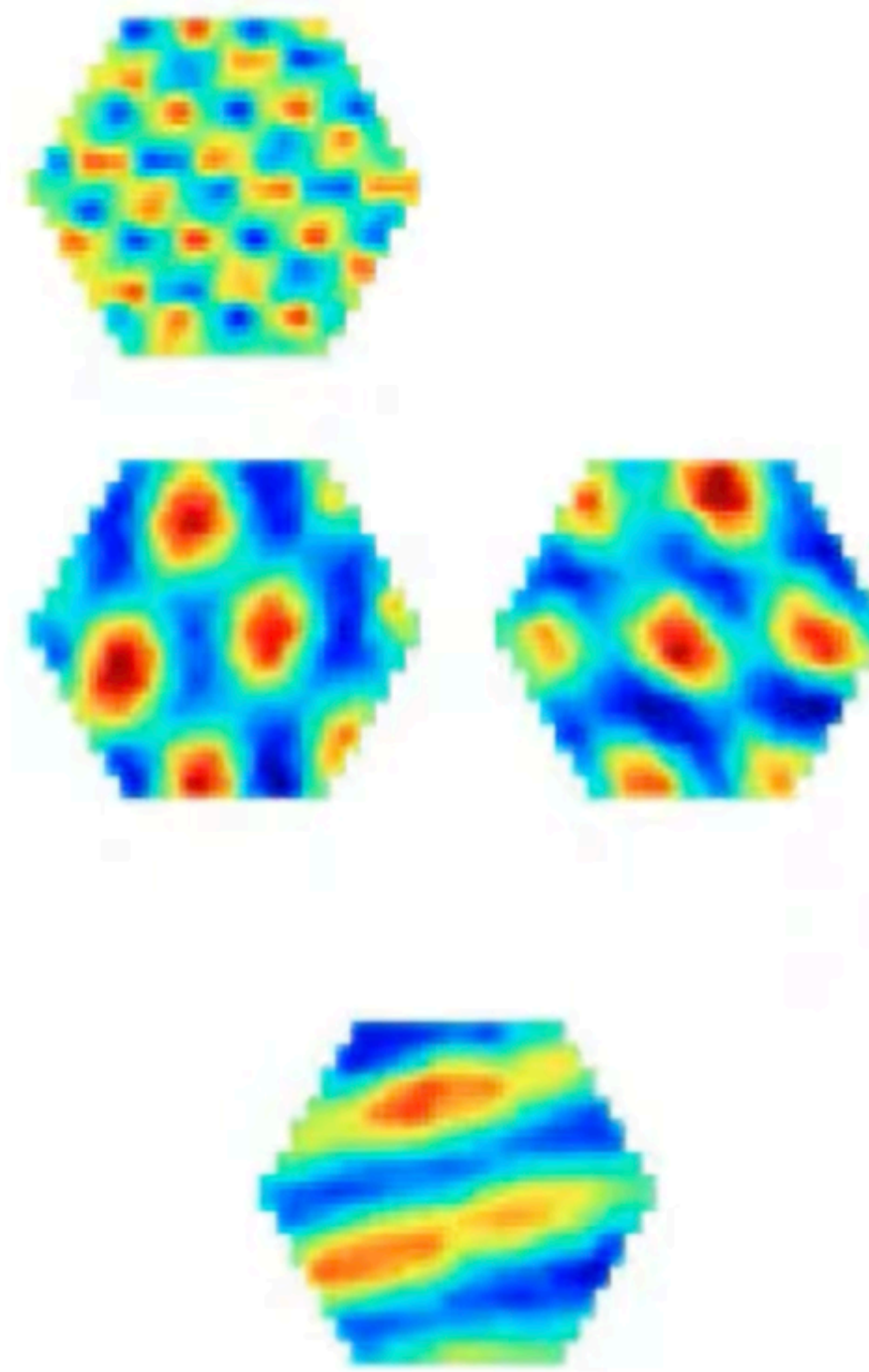
- Клетки энторинальной коры - основа для проводящих структур и являются они по сути клетками решётки с точки зрения пространственной навигации.
- Пространство и причинно-следственные связи с точки зрения мозга - это одно и то же. Кодировается это на уровне гиппокампа клетками места
- Перестроения и переспециализации клеток гиппокампа, в частности, клеток места не случайны и связаны и клетками решётки из энторинальной коры. Структура соотношений сохраняется.
- Пространственное представление чего-то связано с тем, что нам нужно что-то обещать, строить структуру из примеров.
- Клетки места помогают предугадывать, что будет дальше и кодировать концепции, клетки решётки же делают отображение в маломерное пространство, как бы “сжимая” или “архивируя” эту информацию.



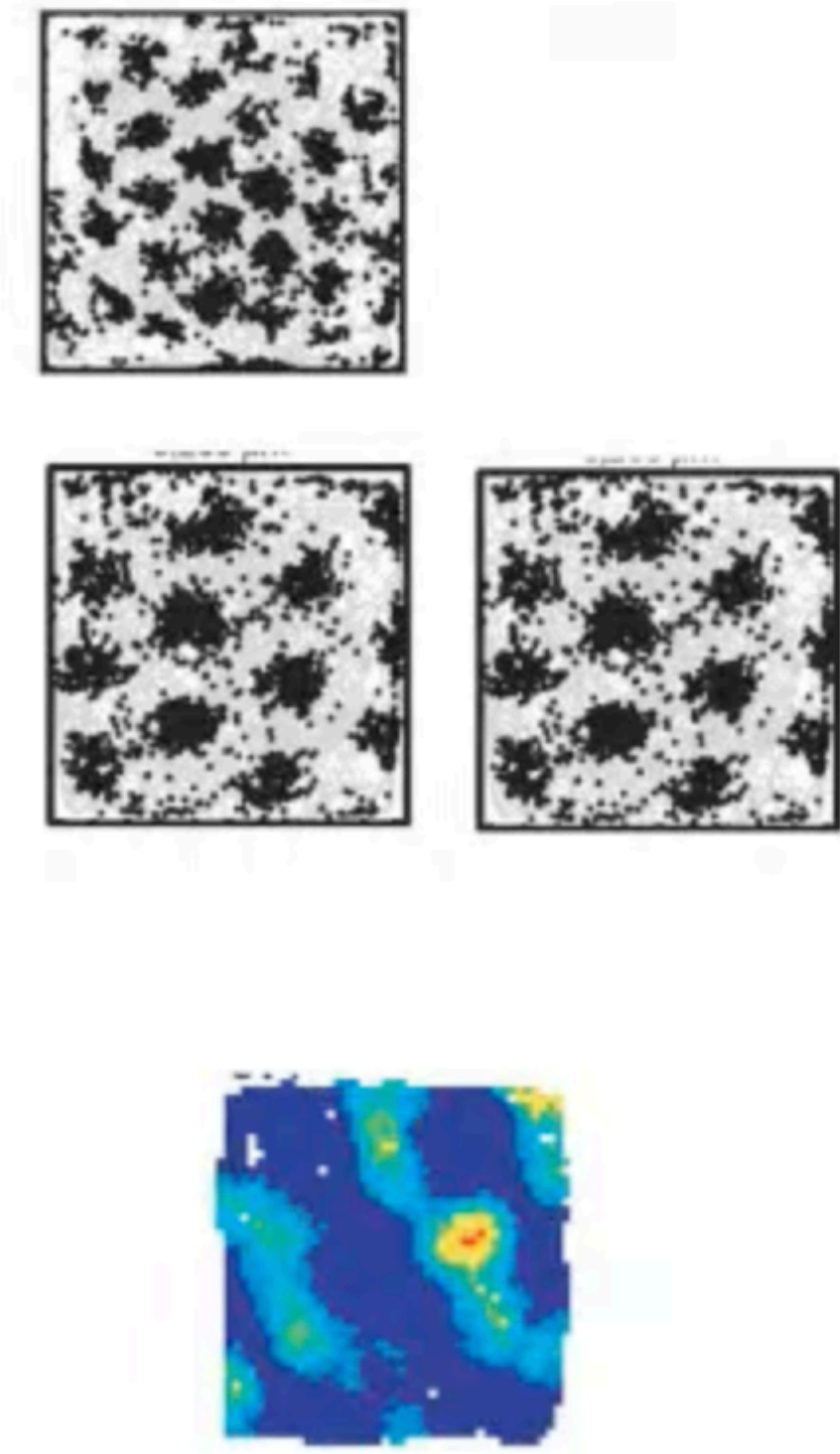
Согласованность гексагонального представления

Моделирование как для пространственной навигации, так и для задач кодирования абстрактных концептов показало, что модель кодирует представления клетками места и решётки согласованно

Example TEM cells

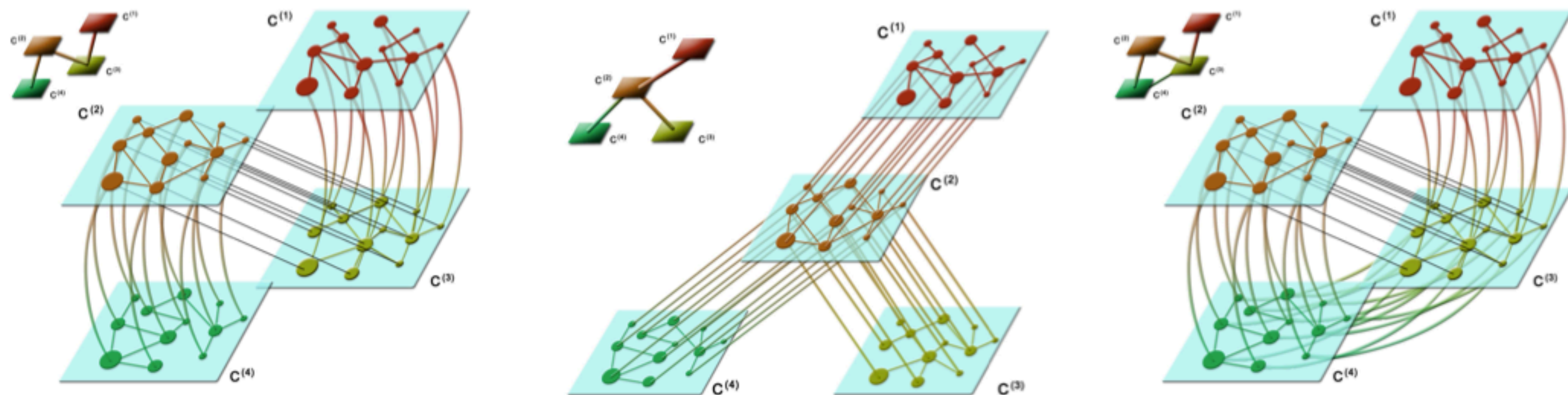


Example real cells from medial entorhinal ctx



Мультиплексы

Рассматриваются так же многослойные мультиплексные сети. В многослойных сетях каждый слой может строиться на разных наборах узлов и/или ребер. Мультиплексные сети строятся на одном множестве узлов/ребер. Мультиплексный граф можно отобразить в однослойный, определив разные типы ребер/узлов. Темпоральный граф является частным случаем мультиплексного - в нем ребра или узлы являются динамическими и существуют только в определенном интервале времени. Отображение момента (или интервала) времени называется снимком графа. Каждый снимок может интерпретироваться как слой мультиплекса. В общем случае в многослойных сетях могут существовать связи как внутри слоя, так и между слоями.



Спасибо за внимание

How do you work?

