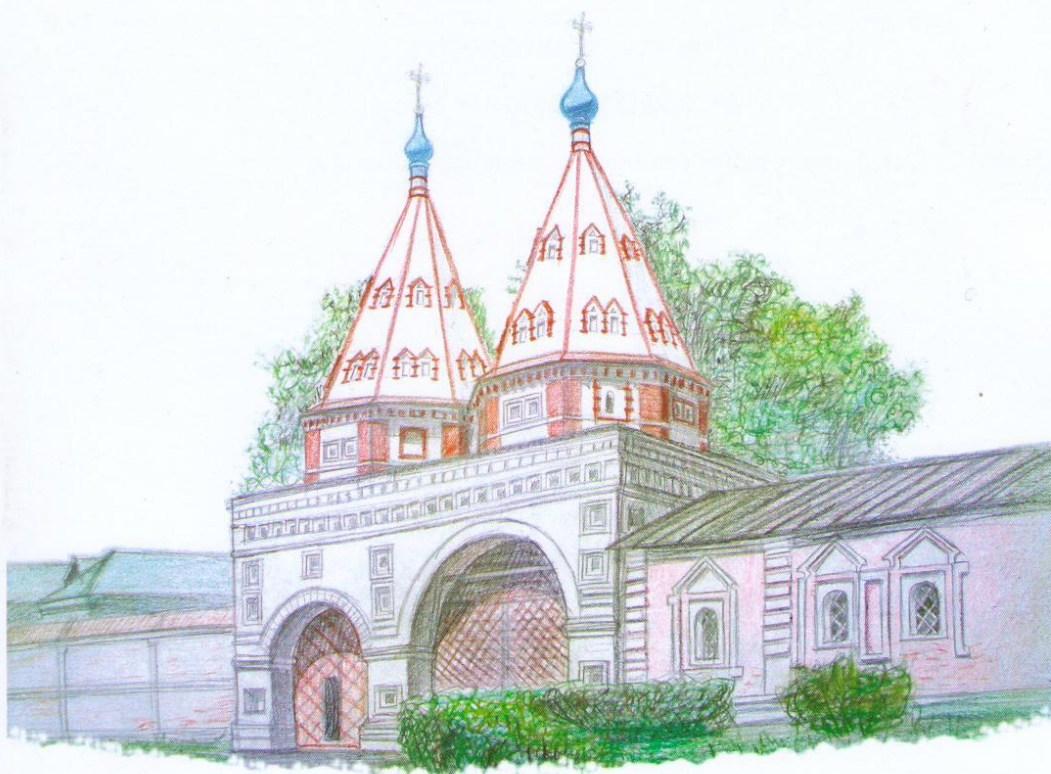


**Международная конференция
по дифференциальным уравнениям
и динамическим системам**

Тезисы докладов



Суздаль
29 июня – 4 июля 2012 года

Рыскулов А.Б.	147
Интегральные представления и граничные задачи для обобщенной системы Коши-Римана со сверхсингулярными многообразиями	
Рыскулов Л.И., Тонков Е.Л.	148
Статистические характеристики множества достижимости и инвариантные множества управляемых систем	
Рыскулов А.В.	151
Объединяющие полугруппы и эргодические свойства компактных полускадамов	
Рыскулов М.С.	152
Об оценке решений параболических уравнений недивергентного типа с обобщенной правой частью	
Рыскулов И.А.	153
Периодические по времени решения квазилинейного уравнения колебания балки	
Саденичная И.В.	154
Об равномерности разложений в ряды по собственным значениям операторов Дирака	
Самбаев В.Ж.	155
Об разрушении решения задачи Коши для линейного и для нелинейного уравнения Шредингера	
Сафиназова Т.А.	155
Векторные операторы Штурма-Лиувилля с сингулярными потенциалами и якобиевы матрицы	
Самарин А.Н.	157
Разрушение инвариантных торов неавтономных квазипериодических систем	
Самов А.И.	158
Об вычислении первых собственных чисел дискретного оператора на возмущенном ограниченном	
Самарин Е.А., Папшева Е.А.	159
Об некоторых условиях в задаче о периодических и почти периодических решениях уравнений с частными производными	
Самодуров А.П.	161
Обобщенная задача Трикоми и союзная к ней задача для уравнения Лаврентьева-Бицадзе	
Самодуров В.В., Бурмашева Н.В.	162
Возможности отображения системы уравнений с вырожденной матрицей Якоби и применение метода Ньютона-Канторовича для определения всех ее решений	
Самойлова О.А.	163
Устойчивость модели авторезонанса	
Самойлова В.Н.	164
Об деформациях сжимаемых продольной силой стержней в условиях конструктивной нелинейности	
Самойлов Р.Н.	166
Обобщение метода сдвига к операторным оценкам усреднения параболических уравнений	

ОБВОЛАКИВАЮЩИЕ ПОЛУГРУППЫ И ЭРГОДИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОМПАКТНЫХ ПОЛУКАСКАДОВ

Романов А.В. (Россия)
МИЭМ НИУ ВШЭ
vitkar48@inbox.ru

Для непрерывному преобразованию φ метризуемого компакта Ω соответствует сдвиг в пространстве $X = C(\Omega)$. Эргодические свойства полускада (Ω, φ) формулируются в терминах трёх сопутствующих алгебро-топологических объектов: обволакивающей оболочки Эллиса $E(\Omega, \varphi)$, операторной обволакивающей полугруппы Кёлер $\Gamma(\Omega, \varphi)$, а также операторной полугруппы $G(\Omega, \varphi)$. Здесь: $E(\Omega, \varphi)$ - тихоновское замыкание [1] семейства оболочек $\{\varphi^n, n \geq 0\}$; полугруппа $\Gamma(\Omega, \varphi)$ представляет собой [2] замыкание множества операторов $\{\varphi^n, n \geq 0\}, V = U^*$, в слабой* топологии W^*O пространства операторов $\text{End}X^*$; операторная полугруппа $G(\Omega, \varphi)$ определяется [3] как W^*O -замыкание выпуклой оболочки $\Gamma(\Omega, \varphi)$. Данные полугруппы компактны в соответствующих топологиях.

Вводится определённого рода классификация компактных полускадов в терминах эргодических свойств указанных полугрупп. Основные результаты формулируются в терминах ординарных (обладающих метризуемой полугруппой $E(\Omega, \varphi)$) дискретных динамических систем и для более широкого класса tame-полускадов, определяемых условием $\text{card}E \leq \aleph$. Известно [4], что ординарность динамической системы (Ω, φ) эквивалентна её не хаотичности, понимаемой в том смысле, что каждое замкнутое инвариантное $(\varphi\theta \subset \theta)$ множество $\theta \subset \Omega$ содержит полутраекторию $\{\varphi^n\omega, n \geq 0\}$, равномерно сходящуюся по Ляпунову относительно сужения (θ, φ) . Предъявлено альтернативное определение ординарности полускада (Ω, φ) , состоящее в требовании метризуемости операторной полугруппы $G(\Omega, \varphi)$. Показано, что для tame-систем любой оператор $T \in G(\Omega, \varphi)$ определяется мерами на мерах Дирака $\delta(\omega), \omega \in \Omega$, и, что кроме того, выпуклое множество операторов $G(\Omega, \varphi)$ в $\text{End}X^*$ есть симплекс Шоке. Из последнего свойства выводится топологическая гомеоморфность обволакивающих полугрупп $\Gamma(\Omega, \varphi)$ и $E(\Omega, \varphi)$, а также топологическая гомеоморфность $\text{ex}G = \Gamma$ и $\text{ex}\Gamma = \Gamma$. Установлено, что полускад (Ω, φ) демонстрирует tame-свойства точно тогда, когда обволакивающая полугруппа $E(\Omega, \varphi)$ состоит из борелевских операторов.

Вводится сеть операторов $T_\alpha \in G_0$ эргодической, если $T_\alpha(I - V) \xrightarrow{W^*O} 0$. Сходимость эргодической операторной сети $T_\alpha = T_\alpha(V)$ рассматривается в W^*O -топологии пространства операторов. В случае последовательностей $T_n(V)$, такая сходимость эквивалентна поточечной сходимости на Ω соответствующих средних $T_n(U)x$ для произвольных непрерывных функций $x \in X$. Сеть операторов T_α эргодической полугруппы $G(\Omega, \varphi)$ совпадает [3] с выпуклым компактным множеством $L = \text{conv}\{\varphi^n, n \geq 0\}$ и состоит из проекторов с единичной нормой в пространстве борелевских операторов $\text{End}C^*(\Omega)$. При этом [3] все эргодические сети операторов сходятся точно тогда, когда

для любых $\omega_1, \omega_2 \in \Omega$ именуется проксимальной, если

$$\inf_{n \geq 0} \rho(\varphi^n \omega_1, \varphi^n \omega_2) = 0$$

где ρ метрика (а согласно [2] для любой) метрики ρ , совместимой с исходной топологией на X . В случае ординарного полускада (Ω, φ) установлены следующие утверждения.

1. Каждая эргодическая сеть операторов T_α содержит сходящуюся подпоследовательность.

2. Существует сходящаяся эргодическая последовательность операторов T_n такая, что операторы $T_n \delta(\omega)$ слабо* сходятся в X^* к φ -эргодической мере μ_ω , т.е. асимптотическое распределение T_n траекторий системы (Ω, φ) определяется эргодическими мерами.

3. Для каждой эргодической сети операторов T_α из поточечной сходимости на компакте Ω эргодической сети $T_\alpha x$ для любой функции $x \in X$ следует сходимость $T_\alpha \rightarrow Q, Q \in G_0$.

4) Все эргодические операторные сети T_α сходятся точно тогда, когда $\forall \omega \in \Omega$ траектории $o(\omega) = \{\varphi^k \omega, k \geq 0\}$ содержит в себе единственное минимальное множество. Это верно с заменой слова *сети* на *последовательности*.

5) Если отношение проксимальности транзитивно, то все эргодические операторные сети T_α сходятся.

6) Последовательность средних Чезаро $T_n = n^{-1}(I + V + \dots + V^{n-1})$ содержит подпоследовательность $T_{n(k)}$.

В случае tame-полукаскада (Ω, φ) можно сказать что: а) минимальное множество притяжения совпадает с замыканием объединения всех минимальных множеств. б) замыкание любой траектории $o(\omega)$, $\omega \in \Omega$, содержит в себе единственное минимальное множество, то все эргодические последовательности операторов $T_n = T_n(V)$ сходятся к φ -эргодической мере сосредоточена на минимальном множестве.

Литература

- [1] R. Ellis, Lectures on topological dynamics, Benjamin, N-Y, 1969.
- [2] A. Köhler, Enveloping semigroups for flows, Proc. Roy. Irish. Acad., Sect. A, 1969, 179-191.
- [3] А.В. Романов, О слабой* сходимости операторных средних, Известия РАН, 1998, 79-98.
- [4] E. Glasner, Enveloping semigroups in topological dynamics, Topology Appl., 1998, 2344-2363.

ОБ ОЦЕНКЕ РЕШЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ НЕДИВЕРГЕНТОВОГО ВИДА С ОБОБЩЕННОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ

Романов М.С. (Россия)
МГУ имени М.В.Ломоносова
mcliz@mail.ru

Пусть Ω — шар в n -мерном пространстве. В цилиндрической области $D = \{x \in \Omega; t \in T; x \in \Omega\}$ нами рассматривается начально-краевая задача для линейного параболического уравнения

$$a(x, t)u_t - p(x) \operatorname{div}(A(x, t) \nabla u) + b(x, t) \cdot \nabla u + c(x, t)u = f$$

с нулевыми начальными и граничными условиями. Стоящая в правой части уравнения, вообще говоря, обобщенная функция из некоего пространства функционалов, заданного определено ниже.

Относительно коэффициентов уравнения сделаем следующие предположения:

- 1) функция $a(x, t)$ измерима, положительна, ограничена и отделена от нуля;
- 2) вектор-функция b измерима и ограничена;
- 3) матрица A — равномерно положительно определённая с измеримыми ограниченными коэффициентами;
- 4) функция $c > 0$ измерима и ограничена;
- 5) $p(x)$ — либо тождественная единица, либо дважды дифференцируемая вверху функция, равная в некоторой окрестности границы ρ^α . (Здесь $1 < \alpha < 2$ — расстояние от точки x до границы области.)

Задачи подобного типа возникают в качестве вспомогательных при оценке решений некоторых квазилинейных уравнений. Прежде всего нас интересует получить оценку решения через норму правой части как функционала на пространстве