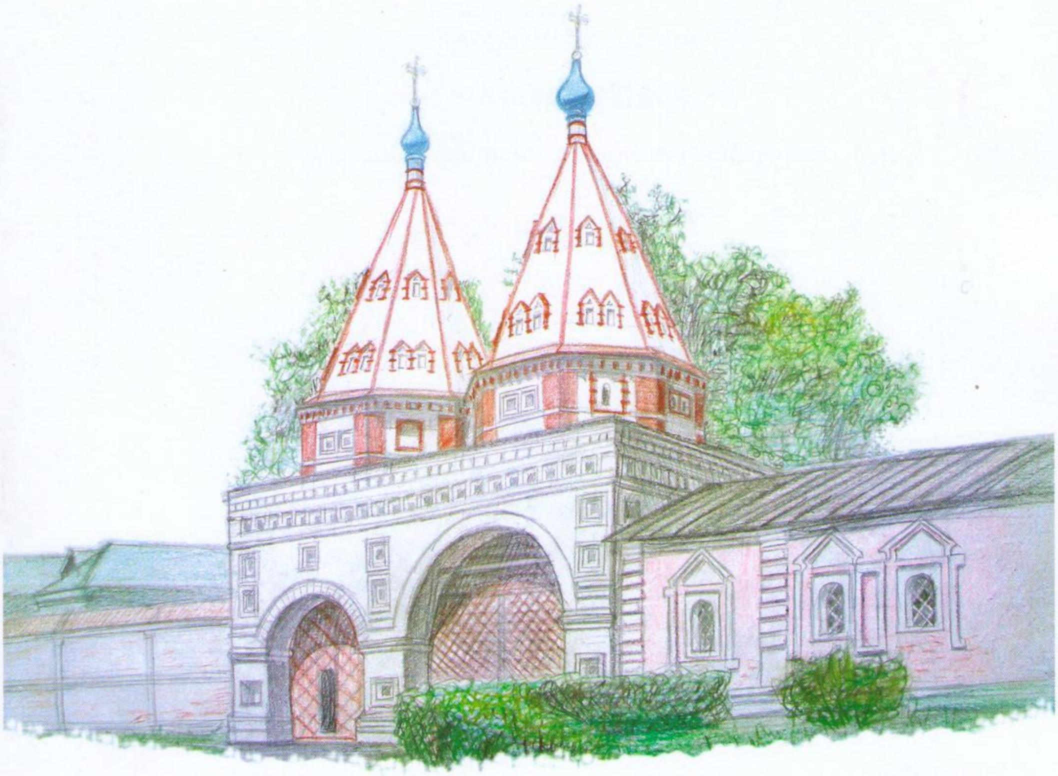
Международная конференция по дифференциальным уравнениям и динамическим системам

Тезисы докладов



Суздаль
29 июня – 4 июля 2012 года

ОБВОЛАКИВАЮЩИЕ ПОЛУГРУППЫ И ЭРГОДИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОМПАКТНЫХ ПОЛУКАСКАДОВ

Романов А.В. (Россия)
МИЭМ НИУ ВШЭ
vitkar48@inbox.ru

Пусть непрерывному преобразованию φ метризуемого компакта Ω соответствует сдвиг [illegible] в пространстве $X = C(\Omega)$. Эргодические свойства полукаскада (Ω, φ) формулируются в терминах трёх сопутствующих алгебро-топологических объектов: обволакивающей полугруппы Эллиса $E(\Omega, \varphi)$, операторной обволакивающей полугруппы Кёлер $\Gamma(\Omega, \varphi)$, а также связанной с ней полугруппы $G(\Omega, \varphi)$. Здесь: $E(\Omega, \varphi)$ - тихоновское замыкание [1] семейства отображений $\{\varphi^n, n \geq 0\}$; полугруппа $\Gamma(\Omega, \varphi)$ представляет собой [2] замыкание множества $\{V^n, n \geq 0\}, V = U^*$, в слабой* топологии W^*O пространства операторов $\mathtt{End}X^*$; полугруппа операторов $G(\Omega, \varphi)$ определяется [3] как W^*O -замыкание выпуклой оболочки [illegible]. Данные полугруппы компактны в соответствующих топологиях.

Приводится определённого рода классификация компактных полукаскадов в терминах [illegible] свойств указанных полугрупп. Основные результаты формулируются для класса ординарных (обладающих метризуемой полугруппой $E(\Omega, \varphi)$) дискретных динамических систем и для более широкого класса tame-полукаскадов, определяемых условием $\mathrm{card}E \leq \aleph$. Известно [4], что ординарность динамической системы (Ω, φ) [illegible] её не хаотичности, понимаемой в том смысле, что каждое замкнутое инвариантное $(\varphi\Theta \subset \Theta)$ множество $\Theta \subset \Omega$ содержит полутраекторию $\{\varphi^n \omega, n \geq 0\}$, устойчивую по Ляпунову относительно сужения (Θ, φ). Предъявлено альтернативное [illegible] ординарности полукаскада (Ω, φ), состоящее в требовании метризуемости полугруппы $G(\Omega, \varphi)$. Показано, что для tame-систем любой оператор $T \in G(\Omega, \varphi)$ определяется своими значениями на мерах Дирака $\delta(\omega)$, $\omega \in \Omega$, и, что кроме того, выпуклое множество [illegible] $G(\Omega, \varphi)$ в $\mathtt{End}X^*$ есть симплекс Шоке. Из последнего свойства выводится [illegible] гомеоморфность обволакивающих полугрупп $\Gamma(\Omega, \varphi)$ и $E(\Omega, \varphi)$, а также [illegible] $\mathrm{ex}G = \Gamma$ и $\mathtt{ex}\Gamma = \Gamma$. Установлено, что полукаскад (Ω, φ) демонстрирует tame-[illegible] точно тогда, когда обволакивающая полугруппа $E(\Omega, \varphi)$ состоит из борелевских отображений.

Назовём сеть операторов $T_\alpha \in G_0$ эргодической, если $T_\alpha(I - V) \xrightarrow{W^*O} 0$. Сходимость [illegible] операторных сетей $T_\alpha = T_\alpha(V)$ рассматривается в W^*O -топологии пространства [illegible]. В случае последовательностей $T_n(V)$, такая сходимость эквивалентна поточечной [illegible] на Ω соответствующих средних $T_n(U)x$ для произвольных непрерывных функций [illegible]. Ядро полугруппы $G(\Omega, \varphi)$ совпадает [3] с выпуклым компактным множеством $L = [illegible] Q = Q\}$ и состоит из проекторов с единичной нормой в пространстве борелевских [illegible] $= C^*(\Omega)$. При этом [3] все эргодические сети операторов сходятся точно тогда, когда [illegible]

Пара точек $\omega_1, \omega_2 \in \Omega$ именуется проксимальной, если

$$\inf_{n \geq 0} \rho(\varphi^n \omega_1, \varphi^n \omega_2) = 0$$

[illegible] (а согласно [2] для любой) метрики ρ, совместимой с исходной топологией на [illegible]. В случае ординарного полукаскада (Ω, φ) установлены следующие утверждения.

1) Каждая эргодическая сеть операторов T_α содержит сходящуюся подпоследователь-[illegible]

2) Найдётся сходящаяся эргодическая последовательность операторов T_n такая, что [illegible] меры $T_n\delta(\omega)$ слабо* сходятся в X^* к φ -эргодической мере μ_ω , т.е. асимптотическое [illegible] T_n) распределение траекторий системы (Ω, φ) определяется эргодическими [illegible]

3) Для каждой эргодической сети операторов T_α из поточечной сходимости на компакте [illegible] сети $T_\alpha^* x$ для любой функции $x \in X$ следует сходимость $T_\alpha \longrightarrow Q$, $Q \in$

4) Все эргодические операторные сети T_α сходятся точно тогда, когда $\forall\omega\in\Omega$ ... траектории $o(\omega)=\{\varphi^k\omega, k\geq 0\}$ содержит в себе единственное минимальное ... же верно с заменой слова *сети* на *последовательности*.

5) Если отношение проксимальности транзитивно, то все эргодические сети ... T_α сходятся.

6) Последовательность средних Чезаро $T_n=n^{-1}(I+V+...+V^{n-1})$ содержит ... подпоследовательность $T_{n(k)}$.

В случае tame-полукаскада (Ω,φ) можно сказать что: а) минимальный ... притяжения совпадает с замыканием объединения всех минимальных множеств ... замыкание любой траектории $o(\omega)$, $\omega\in\Omega$, содержит в себе единственное ... множество, то все эргодические последовательности операторов $T_n=T_n(V)$ сходятся ... φ -эргодическая мера сосредоточена на минимальном множестве.

Литература

[1] R. Ellis, Lectures on topological dynamics, Benjamin, N-Y, 1969.

[2] A. Köhler, Enveloping semigroups for flows, Proc. Roy. Irish. Acad., Sect. A, ... 179-191.

[3] А.В. Романов, О слабой* сходимости операторных средних, Известия РАН, ... 79-98.

[4] E. Glasner, Enveloping semigroups in topological dynamics, Topology Appl., ... 2344-2363.

Об оценке решений параболических уравнений недивергентного ... обобщенной правой частью

Романов М.С. (Россия)
МГУ имени М.В.Ломоносова
mcliz@mail.ru

Пусть Ω — шар в n-мерном пространстве. В цилиндрической области $D=$ ... $T;\ x\in\Omega\}$ нами рассматривается начально-краевая задача для линейного параболического ... уравнения

$$a(x,t)u_t-p(x)div(A(x,t)\nabla u)+\mathbf{b}(x,t)\cdot\nabla u+c(x,t)u=f$$

с нулевыми начальными и граничными условиями. Стоящая в правой части ... вообще говоря, обобщенная функция из некоего пространства функционалов, ... определено ниже.

Относительно коэффициентов уравнения сделаем следующие предположения:

1) функция $a(x,t)$ измерима, положительна, ограничена и отделена от нуля;

2) вектор-функция $\mathbf{b}$ измерима и ограничена;

3) матрица A - равномерно положительно определённая с измеримыми ... коэффициентами;

4) функция $c>0$ измерима и ограничена;

5) $p(x)$ — либо тождественная единица, либо дважды дифференцируемая ... вверх функция, равная в некоторой окрестности границы ρ^α. (Здесь $1<\alpha<$ ... расстояние от точки x до границы области.)

Задачи подобного типа возникают в качестве вспомогательных при оценке ... решений некоторых квазилинейных уравнений. Прежде всего нас интересует ... получить оценку решения через норму правой части как функционала на ...